ΑΘ. ΦΑΒΡΙΚΑΝΟΥ
ΤΑΚΤΙΚΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

# ΡΑΔΙΟΧΗΜΕΙΑ

ΑΘΗΝΑ 1989

ΕΚΤΥΠΩΣΕΙΣ OFFSET: Σ. ΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ - Σ. ΠΑΠΑΔΑΜΗΣ Ο.Ε.
Εμ. Μπενάκη 76 Τηλ. 36.22.928 - 36.15.213

# ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τό βιβλίον τοῦτο προορίζεται κυρίως διά τούς τελειοφοίτους τοῦ χημικοῦ τμήματος καί περιλαμβάνει τάς ἀπαραιτήτους, ἐπί τῆς ραδιενεργείας, γνώσεις αἱ ὁποῖαι κεῖνται ἐντός τοῦ ἐνδιαφέροντος τοῦ χημικοῦ.

Ἡ Ραδιοχημεία, ἥτις ἀναφέρεται εἰς τήν ἐφαρμογήν τῶν πυρηνικῶν ἰδιοτήτων διά τήν ἐπίλυσιν χημικῶν προβλημάτων, βασίζεται καί ἐπί τῆς πυρηνικῆς φυσικῆς. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἀνάπτυξις τῶν κεφαλαίων τῶν σχετιζομένων μέ τάς ἰδιότητας τοῦ πυρῆνος κρίνεται λίαν ἀπαραίτητος, καθ' ὅσον μόνον ἡ ἐπαρκής γνῶσις αὐτῶν καθιστᾷ δυνατήν τήν κατανόησιν καί χρησιμοποίησιν τῶν διαφόρων ραδιοχημικῶν μεθόδων.

# Ε Ι Σ Α Γ Ω Γ Η

'Ιστορικόν:

Μολονότι ἡ πυρηνική ἐπιστήμη εἶναι νέα ἐπιστήμη, ἐν τούτοις ἔχει ἰδιαιτέραν βαρύτητα ὄχι μόνον λόγῳ τῶν ἤδη ἢ μελλοντικῶς δυνατῶν ἐπιτεύξεων ἀλλά καί λόγῳ τῶν πολιτικῶν ἐπιπτώσεων τάς ὁποίας δύναται νά ἔχῃ ἡ ἀνάπτυξις ταύτης.

'Η πυρηνική ἐπιστήμη ἀρχίζει περί τό τέλος τοῦ παρελθόντος αἰῶνος μέ τήν ἀνακάλυψιν τῆς ραδιενεργείας ὑπό τοῦ Becquerel (1896). Οὗτος παρετήρησεν ὅτι τά ἅλατα τοῦ οὐρανίου ἐκπέμπουν μίαν ἀόρατον ἀκτινοβολίαν προσβάλλουσαν τήν φωτογραφικήν πλάκα. 'Η ἀκτινοβολία αὕτη ἠδύνατο νά ἀποφορτίσῃ ἓν φορτισμένον ἠλεκτροσκόπιον καί κατά συνέπειαν τό φαινόμενον τοῦτο ἠδύνατο νά χρησιμοποιηθῇ ὡς μέτρον τῆς ἐντάσεως τῆς ἀκτινοβολίας. Πέραν τούτου διεπιστώθη ὅτι ἡ ἀκτινοβολία αὕτη ἦτο χαρακτηριστική τοῦ οὐρανίου, ἀνεξαρτήτως τῆς φυσικῆς καταστάσεως καί τῆς χημικῆς μορφῆς αὐτοῦ. Τό 1898 τό ζεῦγος Curie εἰς τήν Γαλλίαν καί ὁ Schmidt εἰς τήν Γερμανίαν διεπίστωσαν παρομοίαν ἀκτινοβολίαν καί εἰς τό θόριον. 'Από τάς ἐργασίας τοῦ ζεύγους Curie προέκυψεν ὅτι αἱ "ἀκτῖνες Becquerel" ἀποτελοῦν ἐνδοατομικόν φαινόμενον, τά δέ στοιχεῖα τά ὁποῖα ἐκπέμπουν ταύτας ὠνομάσθησαν ραδιενεργά στοιχεῖα.

Ἡ Marie Curie διεπίστωσεν ὅτι ὡρισμένα ὀρυκτά εἶχον μεγαλυτέραν ραδιενέργειαν ἀπό τήν ὑπολογιζομένην βάσει τῆς περιεκτικότητος εἰς οὐράνιον καί ὑπέθεσεν ὅτι περιέχουν ἄγνωστα ραδιενεργά στοιχεῖα, εἰς μή ἀνιχνευσίμους, χημικῶς, ποσότητας. Ἐν συνεργασίᾳ δέ μετά τοῦ συζύγου της ἠθέλησε ν' ἀπομονώσῃ καί νά διαπιστώσῃ τά ἄγνωστα ταῦτα στοιχεῖα. Πρός τοῦτο ἡ ἀπομόνωσις ἔπρεπε νά βασισθῇ εἰς τήν ραδιενέργειαν τῶν προϊόντων ἑκάστου διαχωρισμοῦ. Ἕκαστον δηλαδή προϊόν, τό ὁποῖον διεχωρίζετο, ἐξητάζετο ὡς πρός τήν ραδιενέργειαν ἤτις καί ἀπετέλει μέτρον τῆς περιεχομένης, εἰς τό μῖγμα, οὐσίας. Οὕτως ἐγεννήθη ἡ Ραδιοχημεία, αἱ δέ κλασματώσεις καί λοιποί διαχωρισμοί ἀπετέλεσαν τάς πρώτας μεθόδους τῆς Ραδιοχημείας. Κατά τήν πορείαν τῶν διαχωρισμῶν τούτων ἀνεκαλύφθη τό πολώνιον. Πέραν τούτου διεπίστωσε, κατά τούς διαχωρισμούς αὐτούς, καί τήν ὕπαρξιν δευτέρας ἰσχυρῶς ραδιενεργοῦ οὐσίας, ἐντελῶς διαφόρου, ἀπό χημικῆς πλευρᾶς, τοῦ πολωνίου. Κατόπιν τούτου ἐσυνέχισαν τήν προσπάθειαν καί διά διαφόρων κλασματώσεων τοῦ χλωριούχου ἄλατος ἔλαβον ραδιενεργόν οὐσίαν μέ ἰσχυράν ραδιενέργειαν, ἤτις, ἐξετασθεῖσα ὑπό τοῦ Demarcay ὡς πρός τό φάσμα αὐτῆς, διεπιστώθη ὅτι δέν ἀνῆκεν εἰς οὐδέν ἐκ τῶν γνωστῶν στοιχείων. Ἡ ἔντασις τῶν γραμμῶν ἦτο ἀνάλογος τῆς ραδιενεργείας εἰς τό κλάσμα. Τό νέον στοιχεῖον ὠνομάσθη ράδιον.

Τό 1903 ὁ Rutherford εἰς τήν Ἀγγλίαν καί τό ζεῦγος Curie εἰς τήν Γαλλίαν ἐμελέτησαν τάς ἰδιότητας τῶν ἀκτινοβολιῶν, τῶν ἐκπεμπομένων ὑπό ραδιενεργῶν οὐσιῶν, καί διεπίστωσαν ὅτι ἦσαν τριῶν εἰδῶν εἰς τά ὁποῖα ἐδόθησαν τά ὀνόματα α-β-γ-ἀκτινοβολία.

'Η ἀντίληψις ὅτι τά ἄτομα ἔχουν δομήν σχετίζεται μέ τάς ἐργασίας τοῦ Thomson καί τοῦ Rutherford. 'Ο Thomson τό 1897 ἀνεκάλυψε τό ἠλεκτρόνιον καί εὗρεν ὅτι ὁ λόγος m/e εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου. 'Η τιμή τῆς μάζης m τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπεδείχθη ὅτι ἦτο λίαν μικρά συγκρινομένη πρός τήν μᾶζαν τῶν ἀτόμων. 'Εφ' ὅσον λαμβάνομεν καθοδικάς ἀκτῖνας μέ οἱονδήποτε ἀέριον εἰς τόν σωλῆνα ἐκκενώσεως, ἔπεται ὅτι τά ἠλεκτρόνια ὑπεισέρχονται, κατά κάποιον τρόπον, εἰς τήν δομήν τοῦ ἀτόμου. 'Αλλά τά ἄτομα ἦτο γνωστόν ὅτι ἦσαν οὐδέτερα ἠλεκτρικῶς, ἐνῶ τά ἠλεκτρόνια ἔχουν ἀρνητικόν φορτίον. Προφανῶς, ἐφ' ὅσον τά ἄτομα ἔχουν ἠλεκτρόνια, πρέπει νά ἔχουν καί θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον τό ὁποῖον ἐξουδετερώνει τό ἀρνητικόν τοιοῦτον. 'Ο Thomson τό ἔτος 1910 προτείνει ἓν ὑπόδειγμα ἀτόμου καθ' ὅ τοῦτο ἀπετελεῖτο ἐκ σφαίρας ὁμοιομόρφως θετικῶς φορτισμένης, ἀκτῖνος $\sim 10^{-8}$ cm, ἐντός τῆς ὁποίας τά ἠλεκτρόνια ἦσαν ὁμοιογενῶς κατανεμημένα. 'Η θετική αὕτη σφαίρα ἦτο ὑπεύθυνος διά τήν μᾶζαν τοῦ ἀτόμου. 'Η ἀνακάλυψις ὅμως τῆς ραδιενεργείας ἔδωσε τό πειραματικόν ὑλικόν διά τοῦ ὁποίου κατέπεσεν ἡ θεωρία αὕτη. Κατά τά πειράματα ἐπί τῆς σκεδάσεως τῶν α-ἀκτίνων ἐπί λεπτῶν μεταλλικῶν φύλλων, ὑπό τῶν Geiger - Marsden (1909), διεπιστώθη ὅτι μερικά α-σωμάτια διήρχοντο διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου ἄνευ ἀποκλίσεως, ὑποδεικνύοντα ὅτι τό μεταλλικόν φύλλον, κατά τό πλεῖστον, ἦτο κενός χῶρος. Ἕτερα ὅμως α-σωμάτια ὑφίσταντο ἀπόκλισιν ὑπό μεγάλην γωνίαν ὑποδεικνύοντα τήν ὕπαρξιν ἰσχυροῦ κέντρου θετικοῦ φορτίου. Κατά τό πρότυπον τοῦ Thomson δέν ἀνεμένετο ὅτι ἡ ἠλεκτροστατική ἄπωσις θά ἦτο ἰσχυρά, καθ' ὅσον τό ὁμοιομόρφως θετικόν

φορτίον τῆς σφαίρας ἐξουδετεροῦτο ὑπό τοῦ ἀρνητικοῦ φορτίου τῶν ἠλεκτρονίων καί συνεπῶς δέν θά ὑπῆρχεν ἰσχυρόν ἠλεκτροστατικόν πεδίον ἱκανόν νά προκαλέσῃ μεγάλας ἀποκλίσεις εἰς τά α-σωμάτια εἴτε λόγῳ ἀπώσεως εἴτε λόγῳ ἕλξεως. Τά α-σωμάτια, λόγῳ τῆς μεγάλης αὐτῶν μάζης ἐναντι τῶν ἠλεκτρονίων, δέν ἐπηρεάζονται αἰσθητῶς ὑπό τούτων ἀλλά μόνον ἀπό τό ἠλεκτρικόν πεδίον τοῦ θετικοῦ φορτίου. Διά νά ἐξηγήσῃ τό πειραματικόν τοῦτο ἀποτέλεσμα ὁ Rutherford προτείνει ἕν νέον πρότυπον ἀτόμου καί δημιουργεῖ ταυτοχρόνως τόν κλάδον τῆς πυρηνικῆς φυσικῆς. 'Εφ' ὅσον τά ἠλεκτρόνια δέν ἦσαν εἰς θέσιν νά προκαλέσουν τοιαύτας μεγάλας ἀποκλίσεις τῶν α-σωματίων, ὁ Rutherford ὑπέθεσεν ὅτι αἱ ἀποκλίσεις ὠφείλοντο εἰς ἠλεκτροστατικάς ἀπώσεις μεταξύ α-σωματίων καί μιᾶς ἄλλης θετικῆς ποσότητος ἐντός τοῦ ἀτόμου. Τό φορτίον τῆς θετικῆς ταύτης ποσότητος ἔπρεπε νά ἦτο ἀρκετά μεγάλον ὥστε νά προκαλῇ τάς μεγάλας ἀποκλίσεις τῶν α-σωματίων. 'Εφ' ὅσον ὅμως τά πλεῖστα τῶν α-σωματίων διέρχονται διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου ἄνευ ἀποκλίσεως, ἔπρεπε ἡ θετική αὕτη ποσότης νά κατέχῃ πολύ μικρόν ὄγκον ἔναντι τοῦ ὁλικοῦ ὄγκου. 'Η εἰκών ἥτις προκύπτει ἀπό τοιοῦτον συλλογισμόν εἶναι ὅτι τό μεταλλικόν φύλλον ἀποτελεῖται ἀπό ἄτομα ἔχοντα ἕν πολύ μικρόν καί βαρύ κέντρον ἔνθα συγκεντροῦται ὅλον τό θετικόν φορτίον καί σχεδόν ὅλη ἡ μᾶζα τοῦ ἀτόμου καί τό ὁποῖον ἐκλήθη πυρήν. Οὕτως ἐξηγοῦνται αἱ μεγάλαι ἀποκλίσεις τῶν α-σωματίων. Τά ἠλεκτρόνια κινοῦνται πέριξ τοῦ πυρῆνος, εἰς μεγάλην ἀπόστασιν, ὅπως οἱ πλανῆται περί τόν ἥλιον. Εἰς περαιτέρω πειράματα ὑπελογίσθη τό φορτίον τοῦ πυρῆνος καί ἡ κατά προσέγγισιν ἀκτίς τούτου. Τό 1913 ὁ Van der Broeck ὑποθέτει ὅτι τό φορτίον τοῦ πυρῆ-

νος ἦτο ἴσον μέ τόν ἀτομικόν ἀριθμόν τοῦ στοιχείου, ὅπερ καί ἐπεβεβαιώθη ἀργότερον. Ἀλλά τό πρότυπον τοῦ Rutherford δέν ἠδύνατο νά συμβιβασθῇ μέ τάς ἀρχάς τῆς φυσικῆς. Τά ἠλεκτρόνια ἑλκόμενα ὑπό τοῦ πυρῆνος ἔπρεπε νά προσεγγίζουν συνεχῶς τόν πυρῆνα ἕως ὅτου ἐξουδετερωθοῦν. Δηλαδή ἡ γένεσις ἑνός τοιούτου ἀτόμου συνέπιπτε μέ τόν θάνατον τούτου. Ἡ δυσκολία θά ἠδύνατο νά ὑπερνικηθῇ ὑποθέτοντες ὅτι τά ἠλεκτρόνια κινοῦνται πέριξ τοῦ πυρῆνος, ὡς διετυπώθη τοῦτο ὑπό τοῦ Rutherford, εἰς τροχιάς τοιαύτας οὕτως ὥστε ἡ ἠλεκτροστατική δύναμις ἕλξεως νά ἰσορροπῇ μέ τήν φυγόκεντρον. Ἀλλά μία τοιαύτη ὑπόθεσις ὁδηγεῖ εὐθέως εἰς νέαν δυσκολίαν. Τά ἠλεκτρόνια κινούμενα ἐπί τοιούτων τροχιῶν, θά πρέπει νά ἐκπέμπουν συνεχῶς ἐνέργειαν ὑπό μορφήν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας καί συνεπῶς ἡ κινητική ἐνέργεια τούτων θά ἐλαττοῦται, ἡ τροχιά θά καθίσταται μικροτέρα καί τέλος θά ἀπερροφῶντο ὑπό τοῦ πυρῆνος. Συνεπῶς ἓν τοιοῦτον ἄτομον δέν θά εἶναι σταθερόν καί ἄρα δέν εἶναι παραδεκτόν. Πέραν τούτου τά ἠλεκτρόνια θά δίδουν συνεχές φάσμα ἐν ἀντιθέσει πρός τό παρατηρούμενον γραμμικόν φάσμα. Τό πρόβλημα τοῦτο ἀντιμετωπίσθη ὑπό τοῦ Bohr ὅστις, δεχθείς τήν κβαντικήν θεωρίαν διά τό πρότυπον τοῦ Rutherford, εἰσήγαγε τό πρότυπον ἄτομον τοῦ Bohr.

Τό 1919 ὁ Rutheford ἐπέτυχε τήν πρώτην πυρηνικήν ἀντίδρασιν, ἐνῶ τό ἴδιον ἔτος ὁ Aston ἐδημιούργησε τόν πρῶτον φασματογράφον τῶν μαζῶν. Κατά τήν περίοδον 1920 -1930 διαπιστοῦται μέ τόν προηγμένον φασματογράφον μάζης ὅτι ὅλα σχεδόν τά φυσικά στοιχεῖα ὑπάρχουν ὑπό μορφήν ἰσοτόπων καί ὅτι αἱ ἀτομικαί μᾶζαι δέν ἦσαν ἀκριβῶς ἀκέραιοι ἀριθμοί. Τοῦτο ἐν συνδυασμῷ μέ τήν ἐξίσω-

σιν τοῦ Einstein $E=mc^2$, ἤνοιξαν τόν δρόμον τῆς κατανοήσεως τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ πυρῆνος καί τῆς ἐνεργείας ἥτις ἦτο διαθέσιμος ἐκ πυρηνικῶν πηγῶν. Τό 1930-1940 ἔχομεν τήν ἐπινόησιν τῶν ἐπιταχυντῶν. Τό 1932 ἐπετεύχθη ἡ τεχνητή ραδιενέργεια καί ἡ ἀνακάλυψις τοῦ νετρονίου καί τοῦ θετικοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ ἀνακάλυψις τοῦ νετρονίου ἀποτελεῖ ἓν νέον ὀρόσημον εἰς τήν πυρηνικήν ἐπιστήμην. Τό 1938 (ἀνεκοινώθη ἀρχάς 1939) ἔχομεν τήν σχάσιν τοῦ πυρῆνος ὑπό τῶν χημικῶν Hahn καί Strassmann. Ἡ σχάσις τοῦ πυρῆνος μέ νετρόνια δέν εἶναι τόσον σπουδαία ὅσον τό γεγονός ὅτι ἡ σχάσις συνοδεύεται ἀπό ἔκλυσιν περισσοτέρων νετρονίων. Τό γεγονός τοῦτο ἔδωσε τήν δυνατότητα τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς ἀλυσωτῆς ἀντιδράσεως. Ἐκεῖνο τό ὁποῖον ἀξίζει νά σημειωθῇ εἶναι ὅτι ἐνδείξεις ἐπί τοῦ φαινομένου τῆς σχάσεως ὑπῆρξαν ἤδη ἀπό τοῦ 1934, ἀλλά ἡ διαπίστωσις ὑπό τῶν Hahn καί Strassmann ὅτι κατά τόν βομβαρδισμόν τοῦ οὐρανίου διά νετρονίων παράγεται Ba, ὡδήγησεν τοῦτους εἰς τήν ἀνακάλυψιν τῆς σχάσεως.

Τό 1942 ἔχομεν τόν πρῶτον πυρηνικόν ἀντιδραστῆρα, εἰς τό Chicago. Τό 1945 τήν πρώτην ἀτομικήν βόμβαν καί ἀπό τοῦ τέλους τοῦ δευτέρου παγκοσμίου πολέμου τήν χρησιμοποίησιν τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας εἰς εἰρηνικούς σκοπούς. Τό 1953 ἀνεκαλύφθη τό νετρῖνον. Εἰς τά τελευταῖα ἔτη ἔχομεν τήν κατασκευήν ἰσχυρῶν ἐπιταχυντῶν, οἵτινες ἀποτελοῦν ἰσχυρόν ὅπλον εἰς τήν φυσικήν τῶν σωματίων καί τήν μελέτην τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων.

# 1. ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

## 1.1. Φυσική ραδιενέργεια.

Ἡ ραδιενέργεια, ἥτις συνίσταται εἰς τήν ἐκπομπήν, ὑπό τινος ὑλικοῦ, α ἤ β-σωματίων ἤ γ-ἀκτινοβολίας, εἶναι ἰδιότης τοῦ πυρῆνος τῶν ἀτόμων τοῦ ραδιενεργοῦ ὑλικοῦ. Ἐάν θέσωμεν εἰς λειτουργίαν συσκευήν μετρήσεως τῆς ραδιενεργείας, θά παρατηρήσωμεν ὅτι δεικνύει ραδιενέργειαν μολονότι δέν ἐτέθη πλησίον ταύτης ραδιενεργός οὐσία. Ἡ ραδιενέργεια αὕτη, καλουμένη ραδιενέργεια ὑποστρώματος, προέρχεται α) ἐκ τῆς κοσμικῆς ἀκτινοβολίας καί β) ἐκ τῶν φυσικῶς ραδιενεργῶν στοιχείων.

## 1.2. Φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα.

Μετά τήν ἀνακάλυψιν τῆς ραδιενεργείας ὑπό τοῦ Becquerel ἤρχισεν ἡ συστηματική ἔρευνα τῶν στοιχείων τοῦ περιοδικοῦ συστήματος διά τήν διαπίστωσιν τῆς ραδιενεργείας ἤ μή τούτων.

Εὑρέθη ὅτι ὅλα τά στοιχεῖα ἅτινα ἔχουν ἀτομικόν ἀριθμόν μεγαλύτερον τοῦ 83 (Βισμούθιον) εἶναι ραδιενεργά, καί ἀνήκουν εἰς τάς τρεῖς ραδιενεργους σειράς ἤ οἰκογενείας, ἤτοι τοῦ οὐρανίου, τοῦ θορίου καί τοῦ ἀκτινίου. Τά ραδιενεργά στοιχεῖα ἅτινα εὑρίσκονται εἰς γενετικήν σχέσιν μεταξύ των, ἀποτελοῦν μίαν σειράν ἤ οἰκογένειαν. Αἱ τρεῖς αὗται σειραί περιλαμβάνουν ὅλα τά φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα τῆς περιοχῆς ταύτης ἅτινα χαρακτηρίζονται ὡς βαρέα στοιχεῖα.

Περαιτέρω εὑρέθη ὅτι καί ἕτερα στοιχεῖα ἐνεφάνιζον ραδιενέργειαν. Ὁ πίναξ (1.1) δίδει τά εἰς τήν φύσιν ὑπάρχοντα ραδιενεργά στοιχεῖα ἐκτός τῶν προαναφερθεισῶν τριῶν σειρῶν τοῦ οὐρανίου, θορίου καί ἀκτινίου. Τά ἐλαφρά φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα ὡς τρίτιον, ἄνθρακ-14 βηρύλλιον-7 καί βηρύλλιον-10 δημιουργοῦνται εἰς τήν ἀτμόσφαι-

ΠΙΝΑΞ 1.1. Φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα ἐκτός τῶν σειρῶν οὐρανίου, θορίου καί ἀκτινίου.

| Ἰσότοπα | $t_{½}$ (yr) | τύπος διασπάσεως |
|---|---|---|
| $^{40}K$ | $1.27 \times 10^{9}$ | β |
| $^{50}V$ | $4.8 \times 10^{15}$ | β |
| $^{87}Rb$ | $4.7 \times 10^{10}$ | β |
| $^{115}In$ | $6 \times 10^{14}$ | β |
| $^{138}La$ | $1.1 \times 10^{11}$ | β |
| $^{144}Nd$ | $2.4 \times 10^{15}$ | α |
| $^{147}Sm$ | $1.2 \times 10^{11}$ | α |
| $^{152}Gd$ | $1.1 \times 10^{14}$ | α |
| $^{174}Hf$ | $2 \times 10^{15}$ | α |
| $^{176}Lu$ | $2.2 \times 10^{10}$ | β |
| $^{187}Re$ | $6 \times 10^{10}$ | β |
| $^{190}Pt$ | $7 \times 10^{11}$ | α |
| $^{192}Pt$ | $\sim 10^{15}$ | α |
| $^{204}Pb$ | $1.4 \times 10^{17}$ | α |

ραν ἐκ τῆς κοσμικῆς ἀκτινοβολίας διά πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

Ἡ ραδιενέργεια τοῦ καλίου ὀφείλεται εἰς τό ἰσότοπον $^{40}K$, ἡ περιεκτικότης τοῦ ὁποίου εἶναι 0,0118%, δύναται δέ νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν ποσοτικόν προσδιορισμόν τούτου. Ἡ φυσική ραδιενέργεια τῶν ὀρυκτῶν γενικῶς χρησιμεύει εἰς τήν γεωχρονολογίαν τῶν πετρωμάτων. Ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{14}C$ χρησιμεύει, ἐκτός τῶν ἄλλων, καί διά τόν προσδιορισμόν τῆς ἡλικίας φυτικῶν ἤ ζωϊκῶν ὀργανισμῶν. Ἡ φυσική ραδιενέργεια τοῦ τριτίου δύναται ὁμοίως νά χρησιμοποιηθῇ καί διά τόν προσδιορισμόν τοῦ χρόνου σχηματισμοῦ ὑπογείων ὑδάτων κλπ. Τά ὀρυκτά τοῦ οὐρανίου καί τοῦ θορίου ὡς καί τά ἄλατα τοῦ καλίου ἀποτελοῦν τήν κυριωτέραν πηγήν τῆς φυσικῆς ραδιενεργείας. Δέν ὑπάρχει ἀμφιβολία ὅτι εἰς τό μέλλον, ὅταν ἡ τεχνική ἐξελιχθῇ περαιτέρω, θά ἀνακαλυφθοῦν καί ἕτερα φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα θεωρούμενα σήμερον ὡς σταθερά. Ἡ κυρία δυσκολία ἔγκειται εἰς τό γεγονός ὅτι ἡ μικρά ραδιενέργεια ὡρισμένων ἰσοτόπων, εὑρισκομένων εἰς μικράν ἀναλογίαν ἐν σχέσει πρός τά μή ραδιενεργά ἰσότο-

πα, συγχέεται μέ τήν ραδιενέργειαν τοῦ ὑποστρώματος ἤτις ὀφείλεται, ὡς ἀνεφέρθη, εἰς τήν κοσμικήν ἀκτινοβολίαν καί τήν ὕπαρξιν τῶν U, Th, K κλπ. ἀλλά καί εἰς τάς θερμοπυρηνικάς ἐκρήξεις.

1.3. Ἐλλείποντα καί νέα στοιχεῖα τοῦ περιοδικοῦ συστήματος.

Ἡ σπουδαιότης τῆς ραδιενεργείας εἰς τήν ἀνακάλυψιν νέων στοιχείων, ἤτοι τῶν ἐλλειπόντων ἀπό τό περιοδικόν σύστημα τοῦ Mendelejeff, καί τῶν πέραν τοῦ οὐρανίου στοιχείων, εἶναι προφανής.

Αἱ μέθοδοι ἀνιχνεύσεως τῶν ἀκτινοβολιῶν, αἱ ὁποῖαι ἐκπέμπονται ἀπό τά ραδιενεργά στοιχεῖα, εἶναι τόσον εὐαίσθητοι ὥστε νά δύνανται ν' ἀνιχνευθοῦν καί ἐλάχισται ποσότητες τούτων. Ἡ σύνθεσις στοιχείων, μή ὑπαρχόντων εἰς τήν φύσιν, ἐπετεύχθη διά πυρηνικῶν ἀντιδράσεων. Ἡ ἀπομόνωσις ὅμως καί ἡ διαπίστωσις τούτων ἐγένετο διά ραδιοχημικῶν μεθόδων.

Ἐκ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ οὐρανίου, ἀνακαλυφθέντος τό 1789 ὑπό τοῦ Klaproth, καί τοῦ θορίου, ἀνακαλυφθέντος ὑπό τοῦ Berzelius τό 1829, διεπιστώθησαν διά ραδιοχημικῶν μεθόδων ἑπτά στοιχεῖα, ἐλλείποντι ἀπό τό περιοδικόν σύστημα. Ταῦτα εἶναι: Po(Z=84), At (Z=85), Rn(Z=86), Fr(Z=87), Ra(Z=83), Ac(Z=89) καί Pa(Z=91). Διά πυρηνικῶν ἀντιδράσεων παρεσκευάσθησαν τά Tc(Z=43), Pm(Z=61) καί At(Z=85). Τό At παρεσκευάσθη ἀρχικῶς διά πυρηνικῶν ἀντιδράσεων καί ἀργότερον ἀνευρέθη εἰς τήν σειράν τοῦ ἀκτινίου. Διά πυρηνικῶν ἀντιδράσεων παρεσκευάσθησαν καί τά πέραν τοῦ οὐρανίου στοιχεῖα, καλούμενα ὑπερουράνια στοιχεῖα, ἤτοι: Np(Z=93), Pu(Z=94)

Am(Z=95), Cm(Z=96), Bk(Z=97), Cf(Z=98), Es(Z=99), Fm(Z=100), Md(Z=101), No(Z=102), Lr(Z=103) καί τό στοιχεῖον 104 διά τό ὁποῖον ἐπροτάθη τό ὄνομα Kurtschatovium.

Ἡ παρασκευή τῶν ἀνωτέρω ἀναφέρεται εἰς ἕτερον κεφάλαιον.

Τά ραδιενεργά στοιχεῖα ἄτινα δέν ἔχουν σταθερά ἰσότοπα εἶναι σήμερον 23 μέ ἀτομικούς ἀριθμούς Z=43, Z=61 καί Z > 83 ἤτοι Z=84 ἕως Z=104.

Δεδομένου τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ τῶν ραδιενεργῶν στοιχείων, δύναται νά λεχθῇ ὅτι μετά πάροδον λίαν μεγάλου χρόνου ( $\sim 10^{12}$ ἔτη) θά ἦτο δυνατόν νά διασπασθῇ πλήρως τό οὐράνιον καί θόριον, ὡς καί τά προϊόντα τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τούτων, ὅτε τό περιοδικόν σύστημα, μέ τά σημερινά δεδομένα, θά διεκόπτετο εἰς τό στοιχεῖον Bi(Z=83).

## 1.4. Ραδιενεργός διάσπασις

Ἡ παρουσία ραδιενεργῶν ἀερίων κατά τήν ραδιενεργόν διάσπασιν τοῦ ραδίου, θορίου καί ἀκτινίου, διηυκόλυνεν, ἀρχικῶς τά μέγιστα, τήν μελέτην τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως, καθ' ὅσον, λόγῳ τῆς ἀερίου καταστάσεως καί τοῦ ἀδρανοῦς χαρακτῆρος τούτων, ὁ διαχωρισμός καί οἱ σχετικοί ὑπολογισμοί ἦσαν εὐκολώτεροι. Βάσει τῶν πειραματικῶν δεδομένων, οἱ Rutherford καί Soddy ἀνέπτυξαν τήν θεωρίαν τῶν ραδιενεργῶν μετασχηματισμῶν καθ' ἣν: 1) αἱ ραδιενεργοί οὐσίαι μετασχηματίζονται αὐθορμήτως μέ ταχύτητα χαρακτηριστικήν τῆς ραδιενεργοῦ οὐσίας, καί 2) τά προϊόντα τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως εἶναι χημικῶς διάφορα τοῦ μητρικοῦ, λόγῳ ἐκπομπῆς α-σωματίων ἤ ἠλεκτρονίων. Συνεπῶς οἱαδήποτε μεταβολή εἰς τήν ραδιενέργειαν τῆς πηγῆς θά

συνοδεύεται ἀπό μερικήν ἤ ὁλικήν ἐξαφάνισιν τοῦ ἑνός χημικοῦ εἴδους ὑπό σύγχρονον αὔξησιν ἤ ἐμφάνισιν τοῦ ἑτέρου. Ἡ ραδιενεργός αὐτη μεταβολή εἶναι ἐνδοατομικῆς φύσεως. Ἀξίζει νά σημειωθῆ ὅτι ἡ ἰδέα τῆς ὑπάρξεως τοῦ πυρῆνος ἐμφανίζεται ὀκτώ ἔτη βραδύτερον.

1.5. Ἀνακάλυψις τῶν ἰσοτόπων.

Ἡ θεωρία τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τῶν Rutherford καί Soddy ἐβασίζετο εἰς τό γεγονός ὅτι τά ἀνακαλυφθέντα νέα εἴδη ὡς τό Po, Ra, Ac, ἦσαν νέα στοιχεῖα καί συνεπῶς ἡ τοποθέτησίς των εἰς τό περιοδικόν σύστημα δέν ἐπαρουσίαζεν δυσκολίας. Ἐκτός τούτων διεπιστώθησαν ἐν συνεχείᾳ ραδιενεργά εἴδη, ὡς τά UX, , RaTh, Io μέ χημικάς ἰδιότητας ὁμοίας μέν πρός τάς τοῦ Th ἀλλά μέ διαφόρους χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ. Οἱαδήποτε προσπάθεια διαχωρισμοῦ τούτων μεταξύ των ἀπετύγχανεν. Τό RaD εἶχεν ὁμοίας χημικάς ἰδιότητας πρός τόν Pb, οἱ δέ Hevesy καί Paneth ἐχρησιμοποίησαν 20 διαφόρους χημικάς μεθόδους διά τόν διαχωρισμόν τούτων ἀλλ' ἀπέτυχον. Ἐκ τῆς μελέτης τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τῶν τριῶν ραδιενεργῶν σειρῶν διεπιστώθη ἡ ὕπαρξις 40 περίπου διαφόρων ραδιενεργῶν εἰδῶν, ἐνῶ αἱ θέσεις τοῦ περιοδικοῦ συστήματος ἦσαν μόνον 12 (Z=80-92).

Τό πρόβλημα ἐλύθη ὑπό τοῦ Soddy τό 1912, ἤτοι ἕν ἔτος μετά τήν διατύπωσιν τοῦ προτύπου ἀτόμου ὑπό τοῦ Rutherford, καθ' ὅ γίνεται σαφής διάκρισις μεταξύ χημικῶν ἰδιοτήτων τοῦ ἀτόμου καί τῶν ραδιενεργῶν ἰδιοτήτων αὐτοῦ. Αἱ ραδιενεργοί ἰδιότητες προέρχονται ἐκ τοῦ θετικοῦ πυρῆνος τοῦ ἀτόμου καί εἶναι ἀποτέλεσμα μή ἀντι-

στρεπτῆς μεταβολῆς, ἐνῶ αἱ χημικαί ἰδιότητες συνδέονται μέ τά τροχιακά ἠλεκτρόνια. Ἐπίσης, ἐθεωρεῖτο ὅτι ὁ θετικός πυρήν, συνιστάμενος ἐκ πρωτονίων καί ἠλεκτρονίων, εἶχε φορτίον ἴσον πρός τό ἀλγεβρικόν ἄθροισμα θετικῶν καί ἀρνητικῶν φορτίων. Ὁ Soddy διετύπωσε τήν ἄποψιν ὅτι τά ραδιενεργά ταῦτα εἴδη, ἅτινα δέν ἠδύναντο νά διαχωρισθοῦν χημικῶς μεταξύ των, ἦσαν ἄτομα τά ὁποῖα εἶχον τό αὐτό ὁλικόν φορτίον ἀλλά διέφερον ὡς πρός τό φορτίον ἑνός σημείου. Συνεπῶς ὡς χημικῶς ταυτόσημα ἄτομα θά ἔπρεπε νά τοποθετηθοῦν εἰς τήν αὐτήν θέσιν τοῦ περιοδικοῦ συστήματος. Δηλαδή τά στοιχεῖα ταῦτα ἦσαν ἰσότοπα. Ἐπί παραδείγματι τό $^{238}U$ ὑφιστάμενον ραδιενεργόν διάσπασιν δι' ἐκπομπῆς ἑνός α-σωματίου καί ἐν συνεχείᾳ δύο διαδοχικῶν β-σωματίων καταλήγει εἰς τό $^{234}U$. Ἀμφότερα ἔχουν 92 τροχιακά ἠλεκτρόνια καί τό αὐτό ὁλικόν θετικόν φορτίον πυρῆνος, ἤτοι +92. Ἀλλά ὁ πυρήν $^{238}U$ ἔχει, κατά τάς τότε ἀντιλήψεις, 92+146 πρωτόνια καί 146 ἠλεκτρόνια ἤτοι 238 + φορτία καί 146 - φορτία (σύνολον +92 φορτία), ἐνῶ ὁ πυρήν $^{234}U$ ἔχει 92+142 πρωτόνια καί 142 ἠλεκτρόνια ἤτοι 234 + φορτία καί 142 -φορτία (σύνολον +92 φορτία).

Ἡ πρώτη πειραματική ἀπόδειξις τῆς ὑπάρξεως τῶν ἰσοτόπων προῆλθεν ἀπό μετρήσεις ἀτομικοῦ βάρους. Τό U-238 καί τό Th-232 διά διαδοχικῶν ραδιενεργῶν διασπάσεων καταλήγουν τελικῶς εἰς τόν Pb. Ἐφ' ὅσον ὅμως ἔχομεν μεταβολήν εἰς τήν μᾶζαν μόνον εἰς τήν α-διάσπασιν, ἕπεται ὅτι ὁ Pb, ὁ προερχόμενος ἐκ τοῦ U-238, θά ἔχῃ ἀτομικόν βάρος διάφορον κατά 2 μονάδας ἀπό τόν Pb τόν προερχόμενον ἐκ τοῦ Th. Τό 1913 ὁ Soddy εὗρεν τιμήν 207,74( ~208)

διά τόν Pb τόν προερχόμενον ἐκ τοῦ Th, ἐνῶ ὁ Richards εὗρε τιμήν 206,08 διά τόν Pb τόν προερχόμενον ἐκ τοῦ U. Ἡ πρώτη παρατήρησις ἐπί τῆς ὑπάρξεως ἰσοτόπων, μή βασιζομένη ἐπί τῆς ραδιενεργείας, ἐγένετο ὑπό τοῦ Thomson τό 1912. Κατά τήν ἀπόκλισιν δέσμης ἰόντων τοῦ Ne ὑπό τήν ἐπίδρασιν μαγνητικοῦ καί ἠλεκτρικοῦ πεδίου, διεπίστωσεν ὅτι ἐλαμβάνοντο δύο παραβολαί ἐπί τῆς φωτογραφικῆς πλακός, ἀντιστοιχοῦσαι εἰς Ne-20 καί εἰς Ne-22 Ὁ μαθητής αὐτοῦ, Aston, ἐχρησιμοποίησε διαφόρους χημικάς μεθόδους διά τήν ἐπίτευξιν τοῦ διαχωρισμοῦ ἀλλ' ἄνευ ἐπιτυχίας. Ὅταν ὅμως ὑπέβαλε τό Ne εἰς ἐπανειλημμένην διάχυσιν ἔλαβε δύο κλάσματα τά ὁποῖα ἦσαν χημικῶς ὅμοια, ἀλλά ἀτομικοῦ βάρους 20,15 καί 20,28. Τοῦτο ἐθεωρήθη ὑπό τοῦ Aston ὡς ἔνδειξις τῆς ὑπάρξεως δύο ἰσοτόπων τά ὁποῖα, συμφώνως πρός τήν κινητικήν θεωρίαν τῶν ἀερίων, διεχέοντο μέ ταχύτητα ἀντιστρόφως ἀνάλογον τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ μοριακοῦ βάρους. Τό ἀξιοσημείωτον εἰς τήν ἐργασίαν ταύτην εἶναι ὅτι ἡ χρησιμοποιηθεῖσα ὑπό τοῦ Aston μέθοδος τῆς διαχύσεως ἀποτελεῖ τήν πρώτην διεργασίαν διαχωρισμοῦ τῶν ἰσοτόπων ἥτις βασικῶς ἦτο ἡ ἰδία μέ τήν χρησιμοποιηθεῖσαν κατά τόν $B^{ον}$ παγκόσμιον πόλεμον μέθοδον ἐμπλουτισμοῦ τοῦ U. Τό 1919 ὁ Aston ἐτελειοποίησε τήν συσκευήν Thomson ἥτις καί ὠνομάσθη ἔκτοτε φασματογράφος τῶν μαζῶν. Διά τοῦ φασματογράφου τούτου ἀπέδειξεν ὅτι ὄχι μόνον τό Ne ἀλλά καί πλεῖστα στοιχεῖα συνίστανται ἐξ ἰσοτόπων, τῶν ὁποίων αἱ μᾶζαι εἶναι λίαν πλησίον ἀκεραίων ἀριθμῶν. Οὕτως εὑρέθη ὅτι τό χλώριον συνίσταται ἐκ δύο ἰσοτόπων μάζης 34,968 καί 36,965.

Σήμερον έχει διαπιστωθῆ ὅτι ὡρισμένα στοιχεῖα συνίστανται ἐκ πολλῶν ἰσοτόπων, π.χ. ὁ Sn συνίσταται ἐκ 10 σταθερῶν ἰσοτόπων, ἐνῶ ἕτερα ἐξ ἑνὸς μόνον σταθεροῦ ἰσοτόπου ὡς π.χ. Be, F, Na, Al, P, J, Cs.

Οἱ Soddy καί Fajans διετύπωσαν τόν νόμον μετατοπίσεως καθ' ὅν ἓν ἄτομον ἐκπέμπον α-σωμάτια μετατοπίζεται δύο θέσεις ἀριστερώτερον εἰς τό περιοδικόν σύστημα (ἤ ὡς λέγομεν σήμερον, ὁ ἀτομικός ἀριθμός ἐλαττοῦται κατά δύο) ἐνῶ ὅταν τό ἄτομον ἐκπέμπῃ β-σωμάτια μετατοπίζεται μίαν θέσιν δεξιώτερον. Ἄρα ἓν ἄτομον, ἐκπέμπον ἀρχικῶς ἓν α-σωμάτιον καί εἶτα διαδοχικῶς δύο β-σωμάτια, ἐπανέρχεται εἰς τήν ἀρχικήν αὐτοῦ θέσιν. Ἐν τούτοις, ὅμως, ἔχει μᾶζαν κατά 4 μονάδας περίπου μικροτέραν καί συνεπῶς εἶναι ἰσότοπον τοῦ ἀρχικοῦ ἀτόμου. Τοῦτο ἐξηγεῖ διατί τά ἀτομικά βάρη τῶν ἐν τῇ φύσει στοιχείων ἔχουν ἀτομικόν ἀριθμόν μή ἀκέραιον ἀριθμόν. Τοιαῦτα στοιχεῖα εἶναι μίγματα περισσοτέρων ἰσοτόπων.

Βάσει τοῦ νόμου τούτου κατέστη δυνατόν νά προβλεφθῇ ἡ ὕπαρξις νέων ραδιενεργῶν ἰσοτόπων εἰς τάς τρεῖς ραδιενεργούς σειράς.

## 1.6. Νουκλίδια.

Τά συστατικά τοῦ πυρῆνος εἶναι τά πρωτόνια καί τά νετρόνια ἅτινα χαρακτηρίζονται ὡς νουκλεόνια. Ἕκαστον εἶδος πυρῆνος καθορίζεται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων αὐτοῦ καί χαρακτηρίζεται ὡς νουκλίδιον. Ὁ ὁλικός ἀριθμός τούτων ἀποτελεῖ τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ νουκλιδίου, A, ἤτοι:

$$A = N+Z$$

Ἔνθα N = ὁ ἀριθμός τῶν νετρονίων καί Z = ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος. Ὁ ἀριθμός Z παριστᾷ καί τόν ἀτομικόν ἀριθμόν. Τό ἄτομον ἐν τῷ συνόλῳ εἶναι οὐδέτερον καθ'ὅσον φέρει ἀριθμόν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων ἴσον πρός τόν ἀριθμόν τῶν πρωτονίων. Ὁ συμβολισμός ἑνός νουκλιδίου ἔχει ὡς ἑξῆς: ${}^{A}_{Z}S$ ἤ ${}^{A}S$. S = τό εἶδος τοῦ πυρῆνος, A=ὁ μαζικός καί Z=ὁ ἀτομικός ἀριθμός αὐτοῦ. Ἡ τοποθέτησις τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ εἰς τό ἄνω ἀριστερόν διευκολύνει τήν ἀναγραφήν τοῦ φορτίου ἑνός ἰόντος. Ἐπειδή τό εἶδος τοῦ πυρῆνος, S, χαρακτηρίζεται διά τοῦ χημικοῦ συμβόλου, ἡ ἀναγραφή τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ δέν εἶναι ἀπαραίτητος καθ'ὅσον οὗτος καθορίζεται ἀπό τό χημικόν σύμβολον. Ὡς ἐκ τούτου συνήθως ὁ συμβολισμός ἑνός νουκλιδίου ἔχει ὡς ἑξῆς: ${}^{A}S$ ἤ S-A. Ἐπί παραδείγματι δυνάμεθα νά γράψωμεν ${}^{24}_{11}Na$ ἤ ${}^{24}Na$ ἤ Na-24. Εἰς τήν τελευταίαν περίπτωσιν μετά τό χημικόν σύμβολον τίθεται παύλα καί ἀκολουθεῖ ὁ μαζικός ἀριθμός.

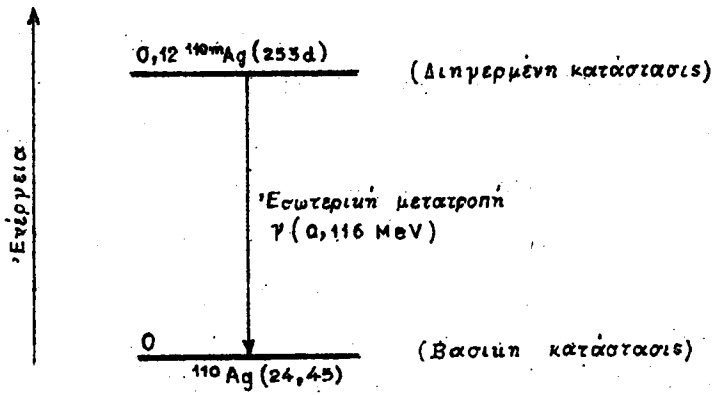
Ἐάν δύο νουκλίδια ἔχουν τόν αὐτόν ἀριθμόν πρωτονίων καί διάφορον μαζικόν ἀριθμόν, ἤτοι διάφορον ἀριθμόν νετρονίων, καλοῦνται ἰσότοπα νουκλίδια. Ἐφ' ὅσον τά δύο ταῦτα νουκλίδια ἔχουν τόν αὐτόν ἀριθμόν πρωτονίων, ἔπεται ὅτι θά ἀνήκουν εἰς τό αὐτό χημικόν στοιχεῖον καί συνεπῶς ἡ διαφορά των θά ὀφείλεται εἰς τόν διάφορον ἀριθμόν νετρονίων. Ἐπί παραδείγματι: ${}^{35}_{17}Cl, {}^{37}_{17}Cl$ εἶναι ἰσότοπα. Συνήθως ὁ ὅρος "ἰσότοπον" χρησιμοποιεῖται διά νά καθορίσῃ, ὑπό τήν εὐρυτέραν ἔννοιαν, κάθε πυρηνικόν εἶδος. Οὕτω λέγομεν ραδιενεργά ἰσότοπα, ἐνῶ πράγματι ἐννοοῦμεν ραδιενεργά νουκλίδια. Ἀλλά εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην δέν θεωροῦμεν εἴδη πυρήνων τά ὁποῖα

ἔχουν τόν αὐτόν ἀτομικόν ἀριθμόν καί συνεπῶς ταῦτα δέν εἶναι ἰσότοπα. Ὁ ὅρος "ἰσότοπον" πρέπει νά χρησιμοποιῆται μεταξύ τῶν διαφόρων νουκλιδίων τοῦ αὐτοῦ στοιχείου. Ἐάν δύο νουκλίδια ἔχουν τόν αὐτόν ἀριθμόν νετρονίων ἀλλά διάφορον ἀριθμόν πρωτονίων, τότε καλοῦνται ταῦτα ἰσότονα νουκλίδια. Π.χ. $^{40}_{20}Ca$, $^{39}_{19}K$ . Ἐάν δύο νουκλίδια ἔχουν τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν ἀλλά διάφορον ἀτομικόν ἀριθμόν καλοῦνται ἰσοβαρῆ νουκλίδια π.χ. $^{40}_{19}K$, $^{40}_{20}Ca$. Ταῦτα ἔχουν μαζικόν ἀριθμόν 40 ἀλλά διαφέρουν ὡς πρός τό Z. Ἀλλά, μολονότι ταῦτα ἔχουν τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν, δέν σημαίνει ὅτι ἔχουν τήν αὐτήν ἀκριβῶς μᾶζαν. Οὕτως ἡ μᾶζα τοῦ $^{40}K$ εἶναι 39,9640079, ἐνῶ τοῦ $^{40}Ca$ εἶναι 39,9625892. Ἡ διαφορά αὕτη εἶναι μικρά, ἐν τούτοις ὅμως ἀντιστοιχεῖ εἰς σοβαράν ἐνεργειακήν διαφοράν τῶν δύο πυρήνων.

Ἐάν εἰς δύο ἰσοβαρῆ νουκλίδια ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων τοῦ ἑνός ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμόν τῶν νετρονίων τοῦ ἑτέρου καί ὁ ἀριθμός τῶν νετρονίων τοῦ πρώτου μέ τόν ἀριθμόν τῶν πρωτονίων τοῦ δευτέρου, τότε τά νουκλίδια ταῦτα ὀνομάζονται κατοπτρικά νουκλίδια. Π.χ. $^{11}_{6}C$, $^{11}_{5}B$. Εἰς τό παράδειγμα τοῦτο ἔχομεν Z=6 διά τόν $^{11}C$ καί N=6 διά τό $^{11}B$. Ὁμοίως ἔχομεν N=5 διά τόν $^{11}C$ καί Z=5 διά τό $^{11}B$.

Εἶναι ἐπίσης δυνατόν, δύο νουκλίδια μέ τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν καί τόν αὐτόν ἀτομικόν ἀριθμόν νά διαφέρουν ὡς πρός τό ἐνεργειακόν περιεχόμενον τούτων. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην πρόκειται περί τῶν αὐτῶν νουκλιδίων, εὑρισκομένων ὅμως εἰς διάφορον ἐνεργειακήν κατάστασιν. Τά νουκλίδια ταῦτα χαρακτηρίζονται ὡς ἰσομερῆ νουκλίδια. Τό εὑρισκόμενον εἰς ὑψηλοτέραν ἐνεργειακήν στάθμην νουκλίδιον,

ὡς εἰς τό σχῆμα (1.1) δύναται εἰς χρόνον λίαν μικρόν ($t_{1/2} < 10^{-14}$ sec) νά μεταπέση εἰς τήν βασικήν κατάστασιν.




Σχ. 1.1. Ἰσομερῆ νουκλίδια.

Τότε δμιλοῦμεν περί διηγερμένης, ἁπλῶς, καταστάσεως. Ἐάν ὅμως ἡ διηγερμένη κατάστασις ἔχῃ ἐπιμηκῆ διάρκειαν, ἥτις δύναται μάλιστα νά φθάσῃ καί μέχρι πολλῶν ἐτῶν, τότε δμιλοῦμεν περί ἰσομερῶν νουκλιδίων. Ἡ διαχωριστική γραμμή μεταξύ ἰσομεροῦς καί διηγερμένης καταστάσεως δέν εἶναι σαφής. Τά ἰσομερῆ νουκλίδια συμβολίζονται διά τοῦ γράμματος m τιθεμένου μετά τόν μαζικόν ἀριθμόν, π.χ. 110m Ag ἤ Ag-110m. Ἐάν ὑπάρχουν πλείονα ἰσομερῆ, τότε τίθεται $m_1$, $m_2$ κλπ. π.χ. $^{124m_1}$Sb ($t_{1/2}$=1,5 min), $^{124m_2}$Sb ($t_{1/2}$=21 min).

Ὁ ἰσοτοπικός ἀριθμός, I, παριστᾷ τήν περίσσειαν τῶν νετρονίων ἐναντι τῶν πρωτονίων, ἤτοι I=N-Z=A-2Z. Π.χ. $^{18}_{8}$O, $^{16}_{7}$N εἰς τά δύο ταῦτα νουκλίδια I=10-8=2 καί I=9-7=2.

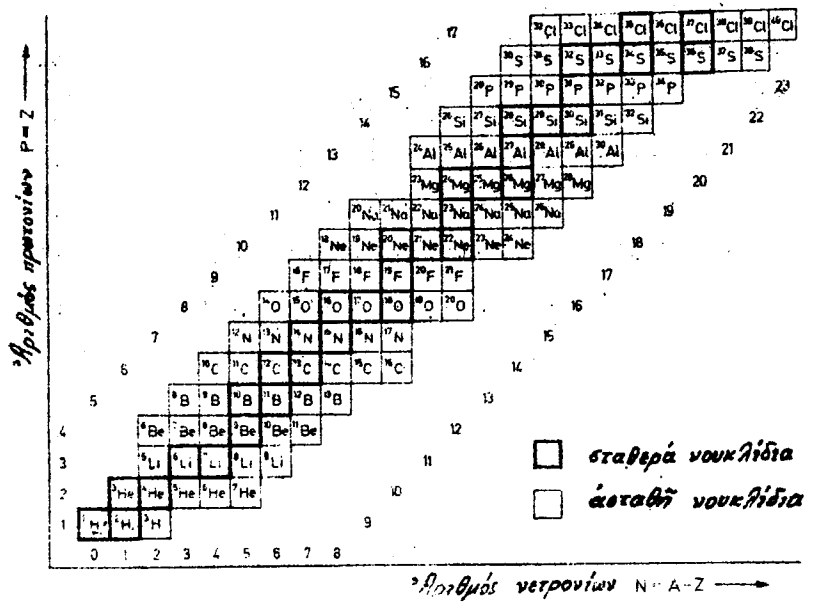
'Ο μαζικός ἀριθμός, A, γενικῶς εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός, ὀλίγον διάφορος τῆς πραγματικῆς μάζης τοῦ πυρῆνος, M. 'Η διαφορά A−M καλεῖται ἔλλειμα μάζης καί ἀποτελεῖ μέτρον τῆς σταθερότητος τοῦ νουκλιδίου. 'Ο ἀκριβής προσδιορισμός τῶν ἀτομικῶν μαζῶν γίνεται διά τοῦ φασματομέτρου μάζης, ἀλλά ἡ γνωστή σχέσις τοῦ Einstein $E=mc^2$ καθιστᾷ δυνατήν καί δευτέραν μέθοδον προσδιορισμοῦ τούτων. "Οταν λαμβάνῃ χώραν μία πυρηνική ἀντίδρασις εἰς τήν ὁποίαν εἶναι γνωσταί ὅλαι αἱ μᾶζαι τῶν ἀντιδρώντων καί προϊόντων ἐκτός μιᾶς, δυνάμεθα νά εὕρωμεν τήν ἄγνωστον μᾶζαν, ἐάν μετρήσωμεν τήν μεταβολήν τῆς ἐνεργείας τοῦ συστήματος. Τοῦτο δέ, διότι ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως μάζης καί ἐνεργείας.

Διά τόν πλήρη χαρακτηρισμόν ἑνός νουκλιδίου θά πρέπει νά γράφωμεν τό εἶδος καί τήν ἐνέργειαν τῆς ἀκτινοβολίας τήν ὁποίαν ἐκπέμπει, ὡς καί τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τούτου π.χ. διά τόν $^{14}_{6}C$ δυνάμεθα νά γράψωμεν:

$$^{14}_{6}C \xrightarrow[5730y]{\beta^-,\ 0,156MeV}$$

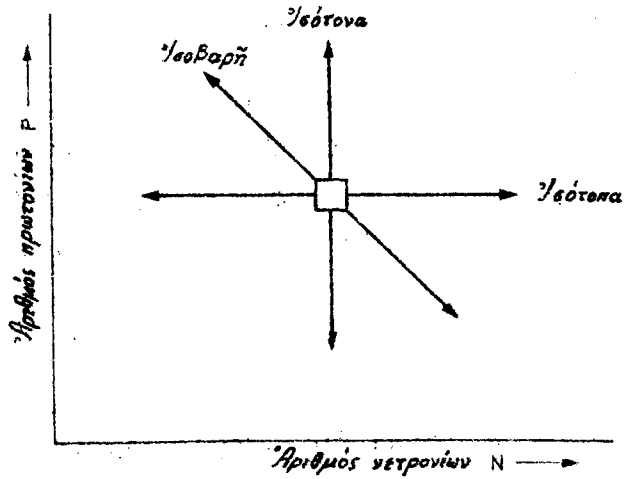
## 1.7. Χάρτης νουκλιδίων.

'Ο χάρτης τῶν νουκλιδίων βασίζεται ἐπί τῆς σχέσεως πρωτονίων νετρονίων τοῦ πυρῆνος. 'Εάν εἰς τόν ἕνα ἄξονα τεθῇ ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων Z καί εἰς τόν ἕτερον ὁ ἀριθμός τῶν νετρονίων N, δυνάμεθα ἐπί ἑνός τοιούτου χάρτου νά τοποθετήσωμεν ἅπαντα τά νουκλίδια, ὡς φαίνεται εἰς τό σχῆμα (1-2). Εἰς τόν χάρτην τοῦτον τά ἰσότοπα νουκλίδια (Z=const) εὑρίσκονται ἐπί τῶν παραλλήλων πρός τόν ἄξονα τῶν νετρονίων εὐθειῶν. Τά ἰσότονα ἐπί καθέτων εὐ-



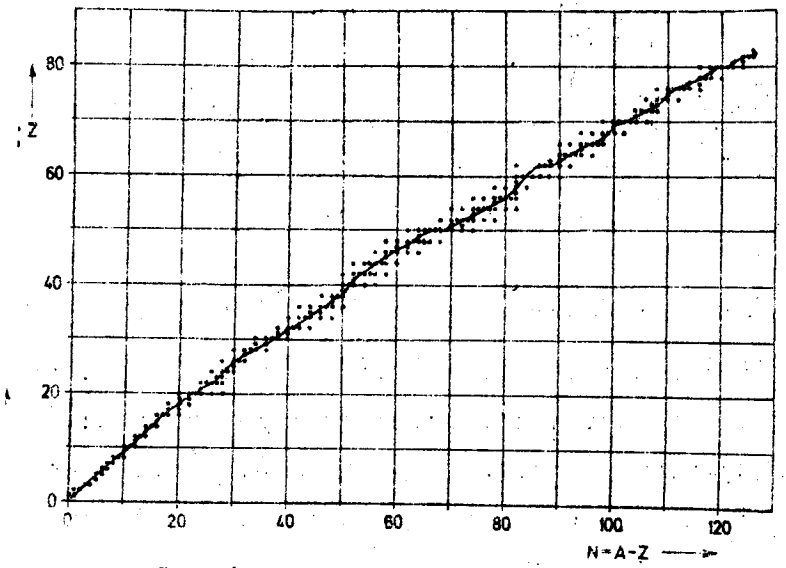

Σχ. 1.2. Τμῆμα χάρτου νουκλιδίων.

δειῶν, τά δέ ἰσοβαρῆ νουκλίδια ἐπί διαγωνίου εὐθείας (1.3) Πουκλίδια μέ τόν αὐτόν ἰσοτοπικόν ἀριθμόν κεῖνται ἐπίσης ἐπί διαγωνίου εὐθείας. Μέχρι σήμερον εἶναι γνωστά 1300 νουκλίδια τά ὁποῖα κατανέμονται ἐπί 104 στοιχείων.




Σχ. 1.3. Ἰσότοπα, Ἰσότονα, Ἰσοβαρῆ νουκλίδια.

Ἐξ αὐτῶν μόνον τά 271 εἶναι σταθερά. Ἐάν συνδέσωμεν τά σταθερά ταῦτα νουκλίδια ἐπί τοῦ χάρτου τῶν νουκλιδίων, λαμβάνομεν τήν καλουμένην γραμμήν πυρηνικῆς σταθερότητος ἥτις δίδει κλίσιν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς σχέσιν πρωτονίων πρός νετρόνια ἴσην πρός 1:1, ἐνῶ διά τά βαρέα νουκλίδια καθίσταται 1:1,6 (σχῆμα 1.4). Παρατηροῦμεν δηλαδή ὅτι μέ αὔξησιν τοῦ Z, ἀπαιτεῖται μεγαλύτερος ἀριθμός νετρονίων




Σχ. 1.4. Σταθερά νουκλίδια.

διά νά ἔχωμεν σταθερούς πυρῆνας. Τοῦτο θέλει ἐξηγηθῆ εἰς ἕτερον κεφάλαιον. Ἡ θέσις ἑνός νουκλιδίου ἐν σχέσει πρός τήν γραμμήν πυρηνικῆς σταθερότητος καθορίζει τόν τύπον τῆς ἀναμενομένης ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Ἡ ἀπόστασις δέ ἀπό τήν γραμμήν ταύτην καθορίζει τόν βαθμόν ἀσταθείας τοῦ πυρῆνος καί συνεπῶς, κατά τινα τρόπον, τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ.

Ἐκ τῶν 271 σταθερῶν νουκλιδίων παρατηροῦμεν ὅτι·

162 νουκλίδια ἔχουν Z ἄρτιον καί N ἄρτιον. (πυρῆνες α-α)
55 νουκλίδια ἔχουν Z ἄρτιον καί N περιττόν(πυρῆνες α-π)
49 νουκλίδια ἔχουν Z περιττόν καί N ἄρτιον(πυρῆνες π-α)
5 νουκλίδια ἔχουν Z περιττόν καί N περιττόν(πυρῆνες π-π)

(Ταῦτα εἶναι: $^{2}_{1}H$ , $^{6}_{3}Li$ , $^{10}_{5}B$ , $^{14}_{7}N$ καί $^{180}_{73}Ta$)

Ἐάν λάβῃ τις ὑπ' ὄψιν, ὅτι τά 85% τῆς μάζης τῆς γῆς σύγκεινται ἐξ ἀτόμων μέ πυρῆνας α-α, καθίσταται σαφές ὅτι ὁ συνδυασμός οὗτος εἶναι λίαν σταθερός. Ἀντιθέτως ἡ ὕπαρξις σταθερῶν πυρήνων π-π δύναται νά θεωρηθῇ ὡς ἐξαίρεσις.

Γενικῶς πυρῆνες π-π εἶναι ραδιενεργοί. (Ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{180}Ta$ δέν ἔχει διαπιστωθῇ μετά βεβαιότητος). Ἡ σταθερότης γενικῶς τῶν νουκλιδίων θέλει ἐξετασθῇ εἰς ἕτερον κεφάλαιον.

1.8. Μᾶζα νουκλιδίων.

Προηγουμένως ἀνεφέρθη ὅτι ὁ μαζικός ἀριθμός ἑνός νουκλιδίου ἰσοῦται πρός Z+N, ἤτοι ἰσοῦται πρός τόν ἀριθμόν τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος καί ὅτι οὗτος δέν συμπίπτει μέ τήν πραγματικήν μᾶζαν τῶν νουκλιδίων. Ἡ μᾶζα τῶν νουκλιδίων δέν ἐκφράζεται, ὡς συνήθως, εἰς γραμμάρια, ἀλλά εἰς ἀτομικάς μονάδας μάζης ἤ εἰς μονάδας ἐνεργείας, eV, βάσει τῆς γνωστῆς σχέσεως $E=mc^2$. Ἡ μᾶζα τῶν νουκλιδίων εἶναι, βεβαίως, μικροτέρα τῆς μάζης τῶν ἀτόμων. Αἱ διδόμεναι ὅμως εἰς τήν βιβλιογραφίαν τιμαί ἀναφέρονται εἰς τάς ἀτομικάς μάζας καί ὄχι εἰς τάς μάζας τῶν πυρήνων. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι τό εὑρισκόμενον πειραματικῶς μέγεθος εἶναι ἡ ἀτομική μᾶζα ἤ ἡ διαφορά ἀτομικῶν μαζῶν καί ὄχι ἡ μᾶζα τοῦ πυρῆνος.

Παλαιότερον εἰς τήν χημείαν τό ἀτομικόν βάρος τοῦ φυσικοῦ ὀξυγόνου ἐλαμβάνετο ὡς 16. Ἡ χημική αὕτη κλίμαξ ἦτο ἱκανοποιητική κατά τήν μέτρησιν τῶν ἀτομικῶν βαρῶν διά χημικῶν μεθόδων. Ἀλλ' ὅταν ἐξελέγη ἡ κλίμαξ αὕτη δέν ἦτο γνωστόν ὅτι τό φυσικόν ὀξυγόνον εἶναι μῖγμα τριῶν ἰσοτόπων, ἤτοι τοῦ $^{16}O$, $^{17}O$, καί $^{18}O$. Δι' ἀκριβεῖς μετρήσεις, ἡ χρησιμοποίησις τοῦ μίγματος τούτου, ἤτοι τοῦ φυσικοῦ ὀξυγόνου ὡς στοιχείου ἀναφορᾶς, εἶναι ἐσφαλμένη δεδομένου ὅτι ἡ σύνθεσις τοῦ μίγματος τούτου δύναται νά μεταβάλλεται ἀπό πηγῆς εἰς πηγήν. Οὕτως εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν εἰς ὕδατα ποταμῶν $^{18}O$ εἰς ποσοστόν 0,198% καί εἰς τό διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος εἰς ποσοστόν 0,208%, ἐνῶ εἰς τόν ἀέρα εἶναι συνήθως 0,204%. Ἡ δυσκολία αὕτη παρεμερίσθη διά τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς φυσικῆς κλίμακος, καθ' ἣν ὡς στοιχεῖον ἀναφορᾶς ἐλήφθη τό ἰσότοπον $^{16}O$ μέ ἀτομικόν βάρος ἐξ ὁρισμοῦ, ἴσον πρός 16. Συνεπῶς τό στοιχεῖον ἀναφορᾶς εἰς τήν φυσικήν κλίμακα εἶναι ἐλαφρότερον τοῦ στοιχείου ἀναφορᾶς τῆς χημικῆς κλίμακος καί ὡς ἐκ τούτου αἱ ἀτομικαί μᾶζαι εἰς τήν φυσικήν κλίμακα θά εἶναι ἀριθμητικῶς ὀλίγον μεγαλύτεραι. Ὁ λόγος τῶν δύο τούτων κλιμάκων εἶναι $(0,99759 \times 16 + 0,00037 \times 17,004507 + 0,00204 \times 18,004875) : 16 = 16,004462 : 16 = 1,000278$. Διά τήν μετάβασιν ἀπό τήν φυσικήν εἰς τήν χημικήν κλίμακα δέον ὅπως πολλαπλασιάζωμεν ἐπί $\frac{16}{16,004462} = 0,999721$.

Κατά τό 1961 γίνεται δεκτή μία ἐνιαία μονάς βασιζομένη ἐπί τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ $^{12}C$, ληφθείσης ἐξ ὁρισμοῦ, ὡς ἴσης πρός 12. Εἰς τήν κλίμακα ταύτην τό $^{16}O$ ἔχει μᾶζαν 15,994915 καί γενικῶς ὁ λόγος μεταξύ κλίμακος ἀναφερομένης εἰς τό $^{16}O$ καί κλίμακος ἀναφερομένης εἰς

τόν $^{12}C$ εἶναι 0,99968218. Δηλαδή εἰς τήν νέαν κλίμακα αἱ τιμαί τῶν ἀτομικῶν μαζῶν εἶναι μικρότεραι κατά 0,0318%. Πέραν τούτου ἡ διαφορά τῆς νέας ταύτης κλίμακος ἀπό τῆς παλαιᾶς χημικῆς τοιαύτης ἀνέρχεται εἰς 0,0043% οὕτως ὥστε ὅλαι αἱ τιμαί τῆς χημικῆς κλίμακος πρακτικῶς παραμένουν ἀμετάβλητοι. Ἡ ἀκριβής μέτρησις τῆς μάζης γίνεται, ὡς ἀνεφέρθη, διά φασματομέτρων ἤ φασματογράφων μάζης. Διά σωμάτια κινούμενα μέ λίαν μεγάλας ταχύτητας ἰσχύει ἡ γνωστή σχέσις:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (1.1)$$

ἔνθα $m_o$ = ἡ μᾶζα ἠρεμίας, $v$ = ἡ ταχύτης τοῦ σωματίου καί $c$ = ἡ ταχύτης τοῦ φωτός.

Εἰς τούς ἐπιταχυντάς ἡ ταχύτης τῶν ἐπιταχυνομένων σωματίων προσεγγίζει τήν ταχύτητα τοῦ φωτός καί ὡς ἐκ τούτου ἡ μεγάλη αὔξησις τῆς μάζης δημιουργεῖ σοβαράς περιπλοκάς εἰς τήν κατασκευήν ἰσχυρῶν ἐπιταχυντῶν. Βάσει τῆς σχέσεως τοῦ Einstein , $E = mc^2$, εἶναι δυνατός ὁ ὑπολογισμός τῆς ἐλευθερουμένης ἐνεργείας λόγῳ μεταβολῆς μέρους τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος.

Ἡ ἀτομική μονάς μάζης (a.m.u) ἰσοῦται μέ τήν μᾶζαν τοῦ $\frac{1}{12}$ τοῦ $^{12}C$ ἤτοι ἰσοῦται μέ $\frac{1}{N} = 1,66044.10^{-24}$ gr.

Ἡ ἰσοδύναμος πρός τήν μᾶζαν ταύτην ἐνέργεια προκύπτει, ὡς ἀνεφέρθη, ἐκ τῆς σχέσεως $E=mc^2$. Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν ταύτην $m = 1,66.10^{-24}$ gr καί $c = 2,998.10^{10}$ cm/sec εὑρίσκομεν:

$$E=1,66.10^{-24}\ (2,9975.10^{10})^2=1,49233.10^{-3}\ \text{erg} =$$

$$=\frac{1,49233.10^{-3}}{1,602\ .\ 10^{-6}} = 931,48\ \text{MeV}$$

ήτοι: $1\ \text{amu} \triangleq 931,48\ \text{MeV} \approx 931,5\ \text{MeV}$ (1.2)

Εἰς τήν νέαν κλίμακα, ἡ μᾶζα τοῦ πρωτονίου, νετρονίου καί ἠλεκτρονίου εἶναι:

$$m_p = 1,0072766\ \text{a.m.u} \triangleq 938,256\ \text{MeV}$$
$$m_n = 1,0086652\ \text{α.m.u} \triangleq 939,550\ \text{MeV}$$
$$m_e = 0,0005486\ \text{α.m.u} \triangleq 0,511006\text{MeV}$$

1.9. Ἐνέργεια συνδέσεως.

Ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως, τό ἐνεργειακόν περιεχόμενον ἑνός συστήματος δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$E = mc^2 \qquad (1.3)$$

Ἡ μᾶζα συνεπῶς τοῦ πυρῆνος εἶναι κατ' εὐθεῖαν μέτρον τοῦ ἐνεργειακοῦ περιεχομένου τούτου.

Ἕν σύστημα γενικῶς εἶναι σταθερόν ἐν σχέσει πρός ἕτερον, ἐάν ἡ διαφορά ἐνεργείας, βάσει τῆς ἐξισώσεως τοῦ Einstein, εἶναι ἀρνητική, μέ ἄλλους λόγους ἐάν ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ πρώτου εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ δευτέρου. Ἡ διαφορά μάζης εἶναι μέτρον τῆς ἀσταθείας τοῦ δευτέρου συστήματος ἐν σχέσει πρός τό πρῶτον.

Ἡ μετρουμένη μᾶζα ἑνός πυρῆνος εἶναι πάντοτε μικροτέρα τῆς μάζης ἠρεμίας τῶν νουκλεονίων ἅτινα συνιστοῦν τόν πυρῆνα. Ἐπί παραδείγματι, θεωρήσωμεν τό ἄτομον τοῦ ἡλίου $^4He$. Τοῦτο συνίσταται ἐκ δύο πρωτονίων, δύο νετρονίων καί δύο ἠλεκτρονίων καί ἡ μᾶζα τούτου, εἰς τήν κλίμακα $^{12}C$, εἶναι 4,002604 α.m.u. Ἡ μᾶζα τοῦ πρωτονίου + ἠλεκτρονίου, ἤτοι τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, εἶναι 1,0078252, ἡ δέ μᾶζα τοῦ νετρονίου 1,0086654. Ἤτοι ἔχομεν $2 \times 1,0078252 + 2 \times 1,0086654 = 4,032981$ α.m.u.

Ἡ μᾶζα συνεπῶς τοῦ ἀτόμου τοῦ $^4He$ εἶναι μικροτέρα κατά 4,032931-4,002604 = 0,030377 α.m.u ἤ 0,030377×931,5 =28,3 MeV. Ἡ ποσότης αὕτη παριστᾷ τήν ἀπελευθερουμένην ἐνέργειαν κατά τήν σύνθεσιν τοῦ ἀτόμου $^4He$ ἐκ τῶν συστατικῶν τούτου. Ἡ ἐνέργεια αὕτη καλεῖται ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ $^4He$, καθ'ὅσον δεικνύει πόσον ἰσχυρῶς συνδέονται τά νουκλεόνια ἐντός τοῦ πυρῆνος τούτου. Κατά τήν σύνθεσιν τοῦ ἀτόμου, ὁλόκληρος ἡ ἐνέργεια προέρχεται ἐκ τοῦ πυρῆνος καί ἔν πολύ μικρόν ποσοστόν ἀναφέρεται εἰς τήν ἐνέργειαν συνδέσεως τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων. Διά τό ἄτομον τοῦ ὀξυγόνου, ἡ ἐνέργεια αὕτη εἶναι περίπου 1 KeV.

Ἡ σύνθεσις τῶν πυρήνων ἀποτελεῖ ἐξωενεργειακήν ἀντίδρασιν κατ'ἀναλογίαν πρός τάς ἐξωθέρμους ἀντιδράσεις.

Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως παριστᾷ ἐπίσης καί τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν πρέπει νά προσφέρωμεν διά τήν διάσπασιν τοῦ πυρῆνος εἰς τά συστατικά αὐτοῦ. Διαιροῦντες τήν ἐνέργειαν συνδέσεως διά τοῦ ὁλικοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων, ἤτοι διά τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ, λαμβάνομεν τήν ἐνέργειαν συνδέσεως κατά νουκλεόνιον. Οὕτω διά τό $^4He$ ἔχομεν:

$$E\Sigma = 28,3 \text{ MeV} \quad \text{καί} \quad \overline{E\Sigma} = \frac{28,3}{4} = 7,1 \text{ MeV}$$

Ἡ σταθερότης, γενικῶς, ἑνός ἀτόμου καί κατά συνέπειαν ἡ ἐνέργεια συνδέσεως αὐτοῦ δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$E\Sigma = [ZM_H + NM_n - M]\ 931 \text{ MeV} \qquad (1.4)$$

ἔνθα: $M_H$ = ἡ μᾶζα τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου

$M_n$ = ἡ μᾶζα τοῦ νετρονίου

καί $M$ = ἡ μᾶζα τοῦ σχηματισθέντος ἀτόμου

Δεδομένου ὅτι A=N+Z, ἡ σχέσις (1.4) γράφεται:

$$E\Sigma=[ZM_H+(A-Z)M_n-M]931 \text{ MeV} \qquad (1.5)$$

ἤ

$$\overline{E\Sigma}=\frac{(ZM_H+(A-Z)M_n-M)}{A}\,931 \text{ MeV} \qquad (1.6)$$

$$=\left(M_n-\frac{Z}{A}(M_n-M_H)-\frac{M}{A}\right)931 \text{ MeV}$$

$$=\left[1,008665-\frac{Z}{A}\,0,00084-\frac{M}{A}\right]931 \text{ MeV} \qquad (1.7).$$

Ἐάν χρησιμοποιηθῇ ὁ εἰσαχθείς ὑπό τοῦ Aston ὅρος, κλάσμα συνδέσεως, f, ὁριζόμενος ὑπό τῆς σχέσεως

$$f=\frac{M-A}{A}$$

ἔνθα M = ἡ μᾶζα τοῦ ἀτόμου καί A = ὁ μαζικός ἀριθμός αὐτοῦ, τότε ἡ σχέσις (1.7) δύναται νά γραφῇ

$$\overline{E\Sigma}=\left[0,008665-0,00084\,\frac{Z}{A}-f\right]931 \text{ MeV} \qquad (1.8).$$

Ἐξ ὁρισμοῦ f=0 διά τόν $^{12}C$. Διά τά ἄλλα νουκλίδια δύναται τό f νά εἶναι θετικόν ἤ ἀρνητικόν. Τό κλάσμα συνδέσεως ἀποτελεῖ ἐπίσης μέτρον τῆς μέσης ἐνεργείας μεθ' ἧς τά νουκλεόνια συνδέονται ἐντός τοῦ πυρῆνος. Μεγάλη τιμή τοῦ f ὑποδηλοῖ ὅτι τά νουκλεόνια συνδέονται χαλαρώτερον ἐντός τοῦ πυρῆνος. Οὕτω διά τό $^4He$ ἔχομεν

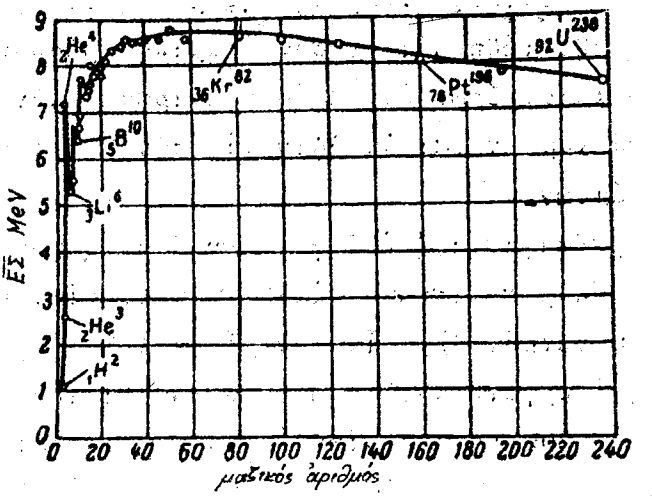
$$f=\frac{2,604.10^{-3}}{4}=0,601.10^{-3}$$

ἐνῶ διά τό D ἔχομεν:

$$f=\frac{14,102.10^{-3}}{2}=7,05.10^{-3}$$

Ἡ μέση ἐνέργεια συνδέσεως διά τό $^4He$ εἶναι, ὡς εὑρέθη προηγουμένως, $\overline{E\Sigma}$=7,1 MeV, διά δέ τό D εἶναι $\overline{E\Sigma}$=1,1MeV. Ἐνταῦθα μεγάλη τιμή τῆς μέσης ἐνεργείας συνδέσεως ἀντιστοιχεῖ εἰς ἰσχυράν σύνδεσιν τῶν νουκλεονίων ἐντός τοῦ

πυρῆνος καί μικρά τιμή αὐτῆς εἰς χαλαράν σύνδεσιν τούτων, ὡς συμβαίνει εἰς τό D. Θέτοντες εἰς διάγραμμα $\overline{E\Sigma}=f(A)$ λαμβάνομεν μίαν ἐνδιαφέρουσαν καμπύλην, Σχῆμα(1-5)




Σχ. 1.5. Ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιον συναρτήσει τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ.

Εἰς τό διάγραμμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μέση ἐνέργεια συνδέσεως αὐξάνει, ἀρχικῶς, ταχέως, φθάνει ἕν μέγιστον, 8,6 - 8,8 MeV, διά μέσου ἀτομικοῦ βάρους στοιχεῖα($A\sim60$) καί κατόπιν ἐλαττοῦται βραδέως εἰς τιμάς μέσης ἐνεργείας συνδέσεως περί τά 7,5 MeV. Ἐάν ἐξετάσωμεν τήν ἀρχικήν μορφήν τῆς καμπύλης, τήν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τά ἐλαφρά στοιχεῖα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ $\overline{E\Sigma}$ παρουσιάζει μέγιστα διά πυρῆνας ἔχοντας μαζικόν ἀριθμόν διαιρούμενον διά 4 καί ἀτομικόν ἀριθμόν διαιρούμενον διά τοῦ 2. Δηλαδή παρατηροῦμεν ὅτι πυρῆνες μέ A=4, 12,16,20 καί 24 παρουσιάζουν ἰδιαιτέραν σταθερότητα καί τοῦτο ἔδωσεν ἀφορμήν νά θεωρηθῇ ὅτι α-σωμάτια ($^4He^{++}$) εὑρίσκονται ἐντός τοῦ πυρῆνος: Τοῦτο ὅμως δέν εἶναι ὀρθόν. Ἡ σταθε-

ρότης τούτων όφείλεται εἰς τόν σχηματισμόν κλειστῶν στιβάδων ἐν ἀναλογίᾳ πρός τάς κλειστάς στιβάδας τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων τῶν ἀδρανῶν ἀερίων.

Ἡ μικρά σχετικῶς μεταβολή τῆς μέσης ἐνεργείας συνδέσεως μετά τῆς μάζης, διά μέσου ἀτομικοῦ βάρους στοιχεῖα, ἀποτελεῖ ἕν ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρον πειραματικόν γεγονός ὅπερ δέον νά λαμβάνεται ὑπ'ὄψιν εἰς τήν θεωρίαν τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων.

Ἐπί παραδείγματι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ νουκλιδίου $^{20}_{10}Ne$, ὅπερ συνίσταται ἐξ 20 νουκλεονίων (10 πρωτόνια καί 10 νετρόνια), εἶναι περίπου 161 MeV, ἐνῶ ἀντιστοίχως ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ νουκλιδίου $^{200}_{80}Hg$, ὅπερ συνίσταται ἐκ 200 νουκλεονίων (80 πρωτόνια καί 120 νετρόνια) εἶναι 1580 MeV. Ἡ μέση ἐνέργεια συνδέσεως διά τό $^{20}Ne$ εἶναι 8,05 MeV, διά δέ τόν $^{200}Hg$ εἶναι 7,95 MeV.

Ἀνάλογον περίπτωσιν ἔχομεν εἰς τάς τιμάς θερμότητος σχηματισμοῦ τοῦ $C_6H_{12}$ (ἀλειφατικοῦ ὑδρογονάνθρακος) καί τοῦ $C_{32}H_{66}$ αἵτινες εἶναι ἀντιστοίχως 1707 Kcal/mole καί 9260 Kcal/mole. Συνεπῶς κατ'ἄτομον ἔχομεν $\frac{1707}{18}=95$ καί $\frac{9260}{98}$ 94,5. Δηλαδή εἶναι περίπου αἱ αὐταί. Τοῦτο ἀναμένεται καθ'ὅσον ἕκαστον ἄτομον C συνδέεται μετ'ἄλλων 2 γειτονικῶν ἀτόμων C καί δύο ἀτόμων H.

Ἡ σταθερότης δηλαδή αὕτη τῆς κατά νουκλεόνιον ἐνεργείας συνδέσεως εἰς σχετικῶς εὐρύ διάστημα μαζῶν ἀποτελεῖ ἔνδειξιν τοῦ κορεσμοῦ τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων. Αἱ πυρηνικαί δυνάμεις εἶναι μικρᾶς ἐμβελείας, ἤτοι δροῦν μόνον μεταξύ τῶν γειτονικῶν νουκλεονίων καί δέν ἐπηρεάζονται ἐκ τῆς προσθήκης ἑτέρου νουκλεονίου.

Εἰς πρώτην προσέγγισιν δυνάμεθα νά γράψωμεν

$$\overline{E\Sigma} = \frac{E\Sigma}{A} \approx \text{Constant} \qquad (1.9)$$

καί συνεπῶς ἡ ὁλική ἐνέργεια συνδέσεως εἶναι περίπου ἀνάλογος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ, δηλαδή τοῦ ὁλικοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος, ἤτοι

$$E\Sigma \sim A \qquad (1.10).$$

Ἐάν αἱ πυρηνικαί δυνάμεις, μεταξύ τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος, ἐπεξετείνοντο καί πέραν τῶν γειτονικῶν νουκλεονίων, τότε ἡ ἐνέργεια συνδέσεως θά ἔπρεπε νά ἦτο ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ζευγῶν τῶν νουκλεονίων, τά ὁποῖα δύνανται νά σχηματισθοῦν ἐξ Α νουκλεονίων, ἤτοι θά ἔπρεπε νά ἦτο:

$$E\Sigma \sim \frac{A(A-1)}{2} \approx \frac{A^2}{2} \sim A^2 \quad , \delta\iota' A >> 1 \qquad (1.11)$$

καί

$$\overline{E\Sigma} \sim A \qquad (1.12).$$

Ἀλλ' ἡ εὑρεθεῖσα πειραματικῶς σχέσις εἶναι $E\Sigma \sim A$ ἤτοι ἕκαστον νουκλεόνιον ἀντιδρᾷ μεθ' ὡρισμένου ἀριθμοῦ γειτονικῶν νουκλεονίων.

Ἐφ' ὅσον, ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως, μεγάλη τιμή ἐνεργείας συνδέσεως ἀντιστοιχεῖ εἰς λίαν σταθερούς πυρῆνας, ἕπεται ὅτι τά σταθερώτερα νουκλίδια εἶναι ἐκεῖνα ἅτινα ἀντιστοιχοῦν εἰς τό μέγιστον τῆς καμπύλης ἐνεργείας συνδέσεως, δηλαδή τά νουκλίδια Fe, καί Ni. Ταῦτα εἶναι τά πλέον σταθερά ἐξ ὅλων τῶν νουκλιδίων καί ὡς ἐκ τούτου δέν θεωρεῖται περίεργον τό γεγονός ὅτι ταῦτα εἶναι τά συχνότερον ἀπαντώμενα στοιχεῖα εἰς τούς μετεωρίτας καί τήν γῆν.

Βάσει τῶν ἀνωτέρω θά ἔπρεπε τά ἐλαφρά ὡς καί τά βαρέα νουκλίδια νά εἶναι ἀσταθῆ καί διά συντήξεως τῶν ἐλαφρῶν καί σχάσεως τῶν βαρέων νουκλιδίων νά μεταβοῦν εἰς τά μεσαῖα, ἀπό πλευρᾶς μαζικοῦ ἀριθμοῦ, νουκλίδια, καθ' ὅσον διά τῶν τοιούτων διεργασιῶν θά ἐκερδίζομεν ἐνέργειαν. Ἀλλά ἀντιδράσεις αἵτινες εἶναι ἐνεργειακῶς δυναταί δέν εἶναι κατ'ἀνάγκην καί αὐθόρμητοι. Τοῦτο σημαίνει ὅτι αὗται λαμβάνουν χώραν λίαν βραδέως ὥστε νά μή δύνανται νά παρατηρηθοῦν λόγῳ τῆς ἀπαιτουμένης μεγάλης ἐνεργείας ἐνεργοποιήσεως. Π.χ. μῖγμα ἀερίου ὀξυγόνου καί ὑδρογόνου παραμένει, εἰς τήν θερμοκρασίαν τοῦ δωματίου, ἀμετάβολον ἐπί λίαν μακρόν χρόνον μολονότι τό σύστημα τοῦτο δέν εἶναι θερμοδυναμικῶς σταθερόν ἐν σχέσει πρός τόν σχηματισμόν ὕδατος.

Οὐ πρέπη νά ὑπερβῶμεν τό φραγμα δυναμικοῦ, διά προσφορᾶς ἐνεργείας, ἵνα λάβῃ χώραν ἡ ἀντίδρασις.

Ἐάν δέν ὑπῆρχε τό φράγμα δυναμικοῦ, τότε ὁλόκληρος ἡ γῆ θά ἔπρεπε ν'ἀποτελῆται μόνον ἀπό Fe καί Ni, ἅτινα εἶναι τά πλέον σταθερά νουκλίδια. Ἡ σύντηξις ἐλαφρῶν πυρήνων, ὡς πηγῆς ἐνεργείας, ἀποτελεῖ τήν ἀρχήν ἐπί τῆς ὁποίας βασίζεται ἡ βόμβα ὑδρογόνου. Ἡ σχάσις τῶν πυρήνων, ἀντιθέτως, ὡς πηγῆς ἐνεργείας, ἀποτελεῖ τήν ἀρχήν ἐπί τῆς ὁποίας βασίζεται ἡ ἀτομική βόμβα.

Ἡ πηγή ἐνεργείας τοῦ ἡλίου καί τῶν ἄλλων ἀστέρων δέν προέρχεται ἐκ τῆς σχάσεως βαρέων νουκλιδίων, καθ'ὅσον ἡ περιεκτικότης εἰς βαρέα νουκλίδια εἶναι ἐλαχίστη, ἀλλά ἐκ συντήξεως πρωτονίων (ὑδρογόνου) πρός πυρῆνας ἡλίου. Τοῦτο ἀναπτύσσεται εἰς ἰδιαίτερον κεφάλαιον. Διά τήν κατανόησιν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως δέον ὅπως θεωρήσωμεν

ταύτην ὡς τήν μᾶζαν ἥτις ἐλλείπει ἀπό τόν πυρῆνα. Ἐπί παραδείγματι, κατά τόν σχηματισμόν τοῦ πυρῆνος ἡλίου (α-σωματίου) ἐκ δύο πρωτονίων καί δύο νετρονίων, ἀπελευθεροῦται, ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως, ἐνέργεια 28,3 MeV, ὀφειλομένη εἰς ἀπώλειαν μάζης. Τά νουκλεόνια θά ὑπάρχουν εἰς τήν πυρῆνα μέχρις ὅτου προσδώσωμεν τήν ἀπαραίτητον ἐνέργειαν ἵνα δυνηθοῦν νά ὑπάρξουν ὡς ἐλεύθερα νουκλεόνια. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως, ἥτις εἶναι θετική ποσότης ὅταν ἀναφερώμεθα ὡς τόν πυρῆνα ἐν τῷ συνόλῳ, εἶναι εἰς τήν πραγματικότητα ἡ ἐνέργεια ἡ ἰσοδύναμος τῆς μάζης ἥτις ἐλλείπει.

Βάσει τοῦ διαγράμματος τῆς μέσης ἐνεργείας συνδέσεως, δυνάμεθα νά ἐξηγήσωμεν διατί τά φυσικῶς ὑπάρχοντα α-νουκλίδια εὑρίσκονται κυρίως μεταξύ τῶν βαρέων στοιχείων. Θεωρητικῶς θά ἠδύνατο κάθε πυρῆν νά ἐκπέμψῃ ἕν α-σωμάτιον, ἐάν διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἐκ τοῦ πυρῆνος 2 πρωτονίων καί δύο νετρονίων ἀπαιτῆται νά καταβληθῇ μικροτέρα ἐνέργεια ἀπό τήν ἐλευθερουμένην κατά τόν σχηματισμόν ἑνός α-σωματίου ἐκ τῶν δύο τούτων πρωτονίων καί νετρονίων. Πρός τοῦτο πρέπει νά κάνωμεν διάκρισιν μεταξύ τῆς μέσης ἐνεργείας συνδέσεως, κατά νουκλεόνιον, καί τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ τελευταίου προστεθέντος νουκλεονίου. Ταύτην δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ὡς ἕν εἶδος μερικῆς γραμμομοριακῆς ἐνεργείας συνδέσεως κατ' ἀναλογίαν πρός τήν χρησιμοποιουμένην εἰς τήν θερμοδυναμικήν ἔννοιαν τῶν μερικῶν γραμμομοριακῶν μεγεθῶν.

Ἐκ τοῦ διαγράμματος προκύπτει ὅτι ἡ ὁλική ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός νουκλιδίου μέ μαζικόν ἀριθμόν 200 εἶναι $7,8 \times 200 = 1560$ MeV. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἡ ἀντιστοι-

χοῦσα εἰς τόν μαζικόν ἀριθμόν 240 εἶναι, βάσει τοῦ διαγράμματος, 7,4 × 240 = 1776 MeV. Συνεπῶς ἡ προσθήκη 40 νουκλεονίων προκαλεῖ αὔξησιν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως κατά 1776-1560=216 MeV. Ἤτοι, ἡ μέση ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιον, τούτων εἶναι 216 : 40 = 5,4 MeV. Ἄρα διά τήν ἀπελευθέρωσιν ἑνός νουκλεονίου ἀπαιτεῖται προσφορά ἐνεργείας ἴσης πρός 5,4 MeV καί διά 4 ἀνεξαρτίστως νουκλεόνια (2p καί 2n) ἀπαιτεῖται ἐνέργεια 4×5,4=21,6 MeV. Τό α-σωμάτιον ἔχει ἐνέργειαν συνδέσεως 28,3 MeV, ἤτοι ἐπί πλέον ἐνέργειαν 28,3-21,6=6,7 MeV. Ἄρα ἡ ἀπελευθέρωσις ἑνός νουκλεονίου ἀπαιτεῖ προσφοράν 5,4 MeV, ἐνῶ ἡ ἀπελευθέρωσις ἑνός α-σωματίου συνοδεύεται ἀπό ἐπί πλέον ἐνέργειαν περίπου 6 MeV ἥτις ἐμφανίζεται ὡς κινητική ἐνέργεια τοῦ α-σωματίου. Τοῦτο ἐξηγεῖ καί διατί δέν ἐκπέμπεται ὑπό τοῦ πυρῆνος ἓν μόνον νουκλεόνιον ἀλλά α-σωμάτια συνιστάμενα ἐκ 4 σωματίων. Τά ἀνωτέρω, προκύφαντα ἐκ τῆς καμπύλης τῆς ἐνεργείας συνδέσεως, συμφωνοῦν καί μέ τάς σχέσεις μαζῶν. Ἐπί παραδείγματι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός α-σωματίου (μάζης 4,00260 a.m.u) εἰς τόν πυρῆνα $^{235}U$ (μάζης 235,04393), εὑρίσκεται ἐκ τῶν μαζῶν τούτων καί τῆς μάζης τοῦ $^{231}Th$ (μάζης 231,03635).

$$E\Sigma=[M_{Th}+M_{\alpha}-M_{u}]931 \text{ MeV}=[231,03635+4,00260-235,04393]931$$
$$=[-0,00498]931 \text{ MeV}$$
$$=-4,64 \text{ MeV} \qquad (1.13)$$

Ἡ ἀρνητική τιμή τῆς ἐνεργείας συνδέσεως ὑποδηλοῖ ὅτι ὁ πυρήν $^{235}U$ εἶναι θερμοδυναμικῶς ἀσταθής ἐν σχέσει πρός τό σύστημα Th+α-σωμάτια.

Συνεπῶς, τό $^{235}U$ διασπᾶται πρός Th+α-σωμάτια, κινητικῆς ἐνεργείας 4,64 MeV.

Γενικῶς ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τῶν α-σωματίων εἰς ὅλους τούς πυρῆνας μέ $A > 140$ εἶναι ἀρνητική.

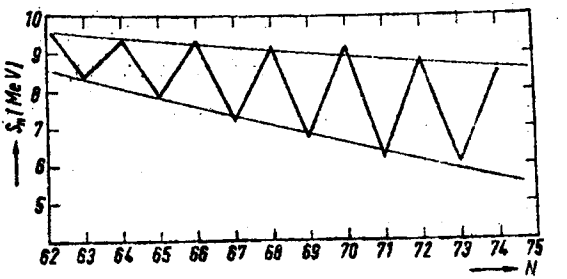
Μέ καλυτέραν τεχνικήν εἶναι πιθανόν ὅτι θά εὑρεθοῦν καί πυρῆνες μέσου ἀτομικοῦ βάρους ὡς α-ἐκπομποί.

Κατά χαρακτηριστικόν τρόπον μεταβάλλεται ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός ἐπί πλέον νουκλεονίου (p ἤ n) ἀπό ἕνα πυρῆνα εἰς τόν ἀμέσως ἑπόμενον. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ τελευταίου νουκλεονίου δύναται νά γραφῆ:

$$E\Sigma_p=\left[{}^{A-1}_{Z-1}M+M_H-{}^{A}_{Z}M\right]c^2 \qquad (1.14)$$

$$E\Sigma_n=\left[{}^{A-1}_{Z}M+M_n-{}^{A}_{Z}M\right]c^2 \qquad (1.15)$$

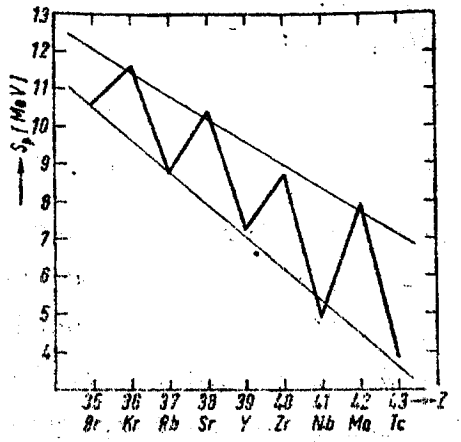
Εὑρέθη ὅτι, κατά τήν μετάβασιν ἀπό ἕνα α-π ἤ π-α πυρῆνα (ἄρτιος-περιττός, περιττός-ἄρτιος) εἰς ἕνα α-α πυρῆνα (ἄρτιος-ἄρτιος), ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ τελευταίου νουκλεονίου εἶναι σχετικῶς μεγάλη καί κατά τήν μετάβασιν ἀπό ἕνα α-α πυρῆνα εἰς ἕνα α-π ἤ π-α πυρῆνα, σχετικῶς μικρά. Τοῦτο καταφαίνεται εἰς τό σχῆμα (1.6). Πα-




Σχ. 1.6. Ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ τελευταίου νετρονίου διά Z=50 καί A=112-124

ρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ τελευταίου νετρονίου εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τούς α-α πυρῆνας Sn, ἤ

εἰς τούς γειτονικούς α–π πυρῆνας τοῦ Sn(Z=50). Συνεπῶς διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἑνός νετρονίου ἀπό α–α πυρῆνα τοῦ Sn ἀπαιτεῖται μεγαλυτέρα ἐνέργεια ἤ ὅση διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἑνός νετρονίου ἀπό ἕνα α–π πυρῆνα τοῦ Sn. Τό ἴδιον ἰσχύει καί διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἑνός πρωτονίου ἐκ πυρήνων μέ ἀριθμόν νετρονίων 50 (Σχ. 1.7) ($^{85}_{35}B_r$ ἕως $^{93}_{43}T_c$).




Σχ. 1.7. Ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ τελευταίου πρωτονίου διά τά νουκλίδια $B_r$ – $T_c$ μέ N=50.

Ἰσχύει δηλαδή, γενικῶς, ὅτι ἀπαιτεῖται μικροτέρα ἐνέργεια διά τήν ἀπόσπασιν ἑνός πρωτονίου ἤ νετρονίου ἀπό πυρῆνας μέ περιττόν ἀριθμόν πρωτονίων ἤ νετρονίων ἤ ἀπό πυρῆνας μέ ἄρτιον ἀριθμόν πρωτονίων ἤ νετρονίων.

Τοῦτο ἐξηγεῖται βάσει τοῦ γεγονότος ὅτι κατά τήν σύζευξιν δύο ὁμοίων νουκλεονίων ταῦτα λαμβάνουν τήν κατάστασιν τῆς ἐλαχίστης ἐνεργείας. Δηλαδή εἰς τούς α–α πυρῆνας ὅλα τά νουκλεόνια ἀμφοτέρων τῶν τύπων συζεύγνυνται. Εἰς πυρῆνας τύπου α–π καί π–α ἕν νουκλεόνιον εἶναι μονῆρες. Ἡ μεγάλη ἀστάθεια τῶν πυρήνων τύπου π–π ὑποδηλοῖ ὅτι σύζευξις μεταξύ πρωτονίου καί νετρονίου δέν λαμβάνει χώραν.

## 1–10. Μᾶζα καί σταθερότης.

Εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον ἀνεφέρθη ὅτι τό $^{235}U$ δέν εἶναι θερμοδυναμικῶς σταθερόν ἐν σχέσει πρός τό σύ-

στημα $^{231}Th$+α-σωμάτια. Ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος $^{231}Th$+α-σωμάτια εἶναι μικροτέρα τοῦ $^{235}U$. Θεωρήσωμεν ἤδη τό νουκλίδιον $^{22}_{11}Na$, μάζης 21,994435. Ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος $^{18}_{9}F + ^{4}_{2}He$ εἶναι 22,0035535 ἤτοι μεγαλυτέρα κατά 0,009118 amu ἤ 8,49 MeV. Συνεπῶς αὐθόρμητος α-διάσπασις τοῦ $^{22}Na$ δέν εἶναι δυνατή.

Θά πρέπῃ νά τονισθῇ ὅτι ἐάν μία ἀντίδρασις εἶναι ἐνεργειακῶς δυνατή, δέν δυνάμεθα νά συμπεράνωμεν ὅτι θά λάβῃ χώραν μέ μετρουμένην ταχύτητα. Ἐάν ὅμως εἶναι ἐνεργειακῶς ἀδύνατος, τότε εἶναι βέβαιον ὅτι ἡ ἀντίδρασις αὕτη δέν δύναται νά λάβῃ χώραν αὐθορμήτως.

Γενικῶς, ἐάν μία ἀντίδρασις εἶναι ἐξωενεργειακή, τότε ἡ ὁλική μᾶζα ὅλων τῶν προϊόντων εἶναι μικροτέρα τῆς ὁλικῆς ἀρχικῆς μάζης.

Ὑπάρχουν τρεῖς περιπτώσεις αἱ ὁποῖαι ὁδηγοῦν εἰς τήν μή σταθερότητα τοῦ πυρῆνος.

α) Μεγάλος ἀριθμός πρωτονίων καί νετρονίων, ἤτοι μεγάλη μᾶζα.

Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ὑπάρχει ἡ τάσις νά ἐκπέμψῃ ὁ πυρήν ἕν α-σωμάτιον συμφώνως πρός τά προηγουμένως ἀναφερθέντα. Εἶναι δυνατόν νά ὑποστῇ ἐπίσης σχάσιν. Τοῦτο ἀναφέρεται εἰς ἴδιον κεφάλαιον.

β) Μεγάλος ἀριθμός νετρονίων διά δεδομένον ἀριθμόν πρωτονίων.

Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἕν νετρόνιον μετατρέπεται εἰς ἕν πρωτόνιον, ἕν β-σωμάτιον καί ἕν ἀντινετρῖνον ἤτοι

$$n \longrightarrow p^{+} + \beta^{-} + \bar{\nu} \qquad (1.16).$$

Εἰς τό ἐρώτημα διατί δέν ἐκπέμπεται ἕν νετρόνιον, ἡ ἀπάντησις δίδεται ἀπό τάς σχέσεις μάζης. Οὕτω τό $^{24}Na$,

(μάζης 23,9909669 α.m.u) διασπᾶται δι' ἐκπομπῆς $\beta^-$-σωματίου πρός $^{24}Mg$, (μάζης 23,9850446). Ἡ μᾶζα λοιπόν τοῦ προϊόντος εἶναι μικροτέρα τῆς ἀρχικῆς μάζης καί κατά συνέπειαν ἡ β-διάσπασις εἶναι δυνατή.

Διά τῆς ἐκπομπῆς β-σωματίου ὄχι μόνον ἐλαττοῦται ὁ ἀριθμός τῶν νετρονίων ἀλλ'αὐξάνει συγχρόνως καί ὁ ἀριθμός πρωτονίων. Τό θυγατρικόν νουκλίδιον ἔχει ἀτομικόν ἀριθμόν μεγαλύτερον κατά μονάδα ἀλλά τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν. Λεπτομέρειαι ἀναφέρονται εἰς ἴδιον κεφάλαιον.

γ) Μεγάλος ἀριθμός πρωτονίων διά δεδομένον ἀριθμόν νετρονίων.

Ἡ ἐκπομπή πρωτονίων δέν λαμβάνει χώραν διά τόν ἴδιον, ὡς προηγουμένως, λόγον. Ἐνταῦθα ὑπάρχουν δύο μηχανισμοί 1) μετατροπή ἑνός πρωτονίου εἰς ἕν νετρόνιον, ποζιτρόνιον καί νετρῖνον.

ἤτοι $$p^+ \longrightarrow n + \beta^+ + \nu \qquad (1.17)$$

καί 2) σύλληψις , συνήθως ἐκ τῆς K-τροχιᾶς, (E C), ἑνός τροχιακοῦ ἠλεκτρονίου κατά τό σχῆμα

$$p^+ + e^- \longrightarrow n + \nu \qquad (1.18)$$

Ἀμφότεροι οἱ μηχανισμοί διασπάσεως ὁδηγοῦν εἰς τόν αὐτόν θυγατρικόν πυρῆνα μέ ἀτομικόν ἀριθμόν μικρότερον κατά μονάδα καί τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν. Εἰς τό εἰδικόν κεφάλαιον περί β-διασπάσεως ἀναφέρονται λεπτομερῶς οἱ δύο μηχανισμοί.

Εἰς τόν χάρτην τῶν νουκλιδίων ὅλα τά $\beta^-$-νουκλίδια κεῖνται δεξιά τῆς γραμμῆς σταθερότητος καί ὅλα τά $\beta^+$-νουκλίδια ὡς καί τά διασπώμενα διά συλλήψεως ἠλεκτρονί-

ων κεῖνται ἀριστερά τῆς γραμμῆς ταύτης. Ἵνα λοιπόν εἰς πυρήν κεῖται ἐπί τῆς γραμμῆς σταθερότητος, πρέπει νά ἔχῃ ὡρισμένον ἀριθμόν νετρονίων. Ἐάν ἔχῃ πολλά σχετικῶς νετρόνια, ὑφίσταται $\beta^-$-διάσπασιν καθ' ἥν ἕν νετρόνιον μεταπίπτει εἰς πρωτόνιον. Ἐάν ὁ ἀρχικός πυρήν ἔχῃ Z πρωτόνια καί μαζικόν ἀριθμόν A, ὁ λόγος νετρονίων πρός πρωτόνια εἶναι A-Z/Z καί μετά τήν ἐκπομπήν τοῦ $\beta^-$-σωματίου καθίσταται A-Z-1/Z+1. Ὁ λόγος οὗτος εἶναι μικρότερος τοῦ πρώτου δι' οἱανδήποτε τιμήν τῶν A καί Z. Ἐάν ὁ πυρήν ἔχῃ περίσσειαν πρωτονίων, ἐκπέμπει ποζιτρόνιον ($\beta^+$-σωμάτιον) ἤ ὑφίσταται σύλληψιν ἠλεκτρονίου. Εἰς τάς δύο ἐργασίας ταύτας ὁ ἀρχικός λόγος νετρονίων πρός πρωτόνια A-Z/Z καθίσταται A-Z+1/Z-1, ὅστις εἶναι μεγαλύτερος τοῦ πρώτου δι' οἱανδήποτε τιμήν τῶν A καί Z. Ἐφ' ὅσον τά νουκλίδια, τά ὁποῖα κεῖνται ἐπί τῆς γραμμῆς σταθερότητος, εἶναι τά πλέον σταθερά, πρέπει νά εἶναι τά ἐλαφρότερα ἰσοβαρῆ. Ὡς ἀνεφέρθη ἐν τοῖς προηγουμένοις, νουκλίδια μέ τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν δέν σημαίνει ὅτι ἔχουν τήν αὐτήν μᾶζαν. Θεωρήσωμεν τήν σειράν τῶν ἰσοβαρῶν $^{83}$Se, $^{83}$Br, $^{83}$Kr, $^{83}$Rb, καί $^{83}$Sr. Εἰς τήν σειράν ταύτην ἔχομεν τήν ἐξῆς σειράν διασπάσεων:

$$^{83}_{34}\mathrm{Se} \xrightarrow{-\beta^-} {}^{83}_{35}\mathrm{Br} \xrightarrow{\beta^-} {}^{83}_{36}\mathrm{Kr}\,(\text{σταθερόν}) \xleftarrow{\mathrm{EC}} {}^{83}_{37}\mathrm{Rb} \xleftarrow{\mathrm{EC},\beta^+} {}^{83}_{38}\mathrm{Sr} \qquad (1.19)$$

Ἐφ' ὅσον τό $^{83}$Se διασπᾶται πρός $^{83}$Br καί τό $^{83}$Br διασπᾶται πρός τό σταθερόν $^{83}$Kr, ἕπεται ὅτι, συμφώνως πρός τά προαναφερθέντα, ἡ μᾶζα τούτων θά ἀκολουθῇ τήν σειράν $^{83}$Se > $^{83}$Br > $^{83}$Kr. Εἰς τήν ἄλλην πλευράν ἡ μᾶζα τῶν $^{83}$Sr, $^{83}$Rb καί $^{83}$Kr θά ἀκολουθῇ τήν ἐξῆς σειράν: $^{83}$Sr > $^{83}$Rb > $^{83}$Kr. Οὕτω τό $^{83}$Kr εἶναι τό ἐλαφρότερον ἰσοβαρές τῆς σειρᾶς μαζικοῦ ἀριθμοῦ 83.

Ἐν συμπεράσματι, ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια συνδέσεως καὶ συνεπῶς καὶ ἡ σταθερότης ἑνός πυρῆνος ἐξαρτᾶται κυρίως ἐκ τοῦ λόγου τοῦ ἀριθμοῦ νετρονίων πρός τόν ἀριθμόν τῶν πρωτονίων ἀλλ' εἰς μικρόν βαθμόν καὶ ἐκ τοῦ ἐάν οἱ ἀριθμοί οὗτοι εἶναι ἄρτιοι ἢ περιττοί. Ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον οἱ σταθερότεροι πυρῆνες εἶναι τύπου α-α, εἰς τούς ὁποίους ὅλα τά νουκλεόνια εὑρίσκονται ἐν συζεύξει.

Πέραν τούτου διεπιστώθη ὅτι ὅταν ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων ἑνός πυρῆνος εἶναι 2,8,20,28,50,82 ἢ ὁ ἀριθμός νετρονίων τούτου εἶναι 2,8,20,28,50,82,126, τότε ὁ πυρήν οὗτος εἶναι ἰδιαιτέρως σταθερός. Οἱ ἀριθμοί οὗτοι χαρακτηρίζονται ὡς μαγικοί ἀριθμοί.

## 1.11. Ἐξίσωσις Ἐνεργείας συνδέσεως κατά Weizsäcker.

Εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον ἀνεφέρθη ὅτι, κατά τήν $\beta^{\pm}$-διάσπασιν ὡς καὶ τήν σύλληψιν ἠλεκτρονίου, ὁ προκύπτων θυγατρικός πυρήν ἔχει τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν, ἤτοι, εἶναι ἰσοβαρής πυρήν. Διά τόν ὑπολογισμόν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως ἐχρησιμοποιήθη ὡς ὑπόδειγμα πυρῆνος τό πρότυπον τῆς ὑγρᾶς σταγόνος κατά τό ὁποῖον ὁ πυρήν θεωρεῖται ὡς μία σταγών ἀσυμπιέστου ὑγροῦ, αἱ δέ γνωσταί ἰδιότητες τούτου χρησιμοποιοῦνται διά τόν ὑπολογισμόν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ πυρῆνος, τήν ἑρμηνείαν τοῦ φαινομένου τῆς σχάσεως τοῦ πυρῆνος καὶ λοιπῶν προβλημάτων. Ἐάν ἦτο δυνατόν νά κατανοήσωμεν ὅλας τάς δράσεις τῶν νουκλεονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος, τότε θά ἦτο δυνατόν νά ἐξηγήσωμεν καὶ νά προϊδωμεν τάς ἰδιότητας τοῦ πυρῆνος ἀναφερόμενοι εἰς πραγματικόν πυρῆνα. Τοῦτο ὅμως

δέν κατέστη δυνατόν μέχρι σήμερον νά ἐπιτευχθῆ καί ὡς ἐκ τούτου καθίσταται ἀναγκαία ἡ χρησιμοποίησις ὡρισμένων ὑποδειγμάτων πυρήνων, αἱ ἰδιότητες τῶν ὁποίων δύνανται νά συγκριθοῦν μέ τά πειραματικά δεδομένα τῶν πραγματικῶν πυρήνων. Ἡ ὑπαρξις περισσοτέρων προτύπων καθίσταται ἀναγκαία λόγῳ τοῦ περιορισμοῦ τούτων εἰς ὡρισμένην μόνον συμπεριφοράν τοῦ πυρῆνος. Εἶναι ὡς ἐάν νά παρατηρῶμεν ἓν δωμάτιον ἀπό διάφορα μικρά παράθυρα τούτου, τά ὁποῖα ἐπιτρέπουν νά ἴδωμεν μόνον τμῆμα τοῦ δωματίου.

Συνεπῶς ἡ ἀπάντησις εἰς τό ἐρώτημα διατί χρησιμοποιοῦμεν ὑποδείγματα πυρήνων εἶναι εὔκολος. Διότι τό πρόβλημα εἶναι δύσκολον. Ἐπιλέγομεν λοιπόν ἕν πρότυπον, ἕν ὑπόδειγμα, καί τάς ἰδιότητας τοῦ συστήματος τούτου ἐπιχειροῦμεν ν'ἀποδώσωμεν καί εἰς τόν πυρῆνα ὥστε νά ἐξηγήσωμεν ὡρισμένας ἰδιότητας τούτου. Οὕτω, διά τήν εὕρεσιν μιᾶς ἐξισώσεως ἥτις νά ἐπιτρέπῃ τόν ὑπολογισμόν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ πυρῆνος, ὁ Weizsäcker ἐθεώρησεν τόν πυρῆνα ὡς μίαν σταγόνα ἀσυμπιέστου ὑγροῦ. Ἡ συσχέτισις τοῦ πυρῆνος πρός τήν σταγόνα ὑγροῦ προκύπτει ἐκ τῶν κάτωθι δεδομένων: Ἑκάστη σταγών ἔχει τήν αὐτήν πυκνότητα ἀνεξαρτήτως τοῦ ὄγκου αὐτῆς. Ὡς προκύπτει ἐκ τῆς μελέτης τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος καί οἱ πυρῆνες ἔχουν τήν αὐτήν περίπου πυκνότητα ἀνεξαρτήτως τοῦ ὄγκου τούτων. Αἱ δρῶσαι δυνάμεις, εἰς τήν σταγόνα ὑγροῦ, εἶναι δυνάμεις Van der Waals, ἤτοι μικρᾶς ἐμβελείας. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιον εἶναι περίπου σταθερά καί ὡς ἐκ τούτου αἱ πυρηνικαί δυνάμεις εἶναι μικρᾶς ἐμβελείας ἐμφανίζουσαι κορεσμόν. Τά μόρια τῆς σταγόνος τοῦ ὑγροῦ τά εὑρισκόμενα ἐπί τῆς ἐπιφανείας

τῆς σταγόνος ἔλκονται μονοπλεύρως ἐμφανιζομένης τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἐκφραζομένης διά τῆς ἐπιφανειακῆς ἐνεργείας.Κατ'ἀναλογίαν πρός τήν σταγόνα ὑγροῦ τά νουκλεόνια τά εὑρισκόμενα ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος δέν συνδέονται τόσον ἰσχυρῶς ὡς τά ἐσωτερικά νουκλεόνια καί ὡς ἐπ τούτου εἶναι λογικόν νά φαντασθῶμεν ὅτι καί ὁ πυρήν ἐμφανίζει ἐπιφανειακήν τάσιν. Ὅταν ὁ πυρήν δέν εἶναι διηγερμένος θεωρεῖται ὡς ἔχων σφαιρικόν περίπου σχῆμα, ὡς ἡ σταγών ὑγροῦ, ἀλλ'ὅταν διεγερθῇ,ἐμφανίζονται ταλαντώσεις αἱ ὁποῖαι καταλήγουν εἰς αὔξησιν τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ. Ὅταν αὕτη γίνῃ σημαντική τότε,κατ'ἀναλογίαν πρός τήν σταγόνα ὑγροῦ, ὁ πυρήν ὑφίσταται σχάσιν.

Πάντα ταῦτα δικαιολογοῦν τήν προσομοίωσιν τοῦ πυρῆνος πρός σταγόνα ὑγροῦ.

Ὁ ὑπολογισμός τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ πυρῆνος γίνεται διά τῆς κατωτέρω ἡμιεμπειρικῆς σχέσεως τοῦ Weizsäcker, ὑπό τήν ἔννοιαν ὅτι αἱ σταθεραί αὐτῆς πρέπει νά ὑπολογισθοῦν. Ἡ πρόθεσις "ἡμι" ὑποδηλοῖ ὅτι ἡ μορφή τῆς ἐξισώσεως εἶναι θεωρητικῶς εὐλογοφανής. Ἡ Ἐνέργεια συνδέσεως ἀποτελεῖται ἐκ τῶν ἑξῆς ὅρων.

$$E\Sigma = E_v - E_o - E_c - E_\alpha \pm E_\delta \qquad (1.20)$$

ἔνθα $E_v$ = ἡ ἐνέργεια ὄγκου

$E_o$ = ἡ ἐπιφανειακή ἐνέργεια

$E_c$ = ἡ ἐνέργεια Coulomb

$E_\alpha$ = ἡ ἐνέργεια ἀσυμμετρίας

καί $E_\delta$ = ἡ ἐνέργεια συζεύξεως

1) Ὁ πρῶτος καί σπουδαιότερος ὅρος εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς μικρᾶς ἐμβελείας τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων καί

τοῦ κορεσμοῦ αὐτῶν. Ὁ κορεσμός οὗτος εἶναι συνήθως πλήρης ὅταν ἀντιδροῦν 4 νουκλεόνια (2p καί 2n), ὡς καταφαίνεται ἀπό τήν μεγάλην σχετικῶς ἐνέργειαν σύνδέσεως τῶν $^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$, $^{16}_{8}O$. Ἐφ'ὅσον αἱ δυνάμεις μεταξύ τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος εἶναι ἀνεξάρτητοι τοῦ φορτίου, ἤτοι αἱ δυνάμεις μεταξύ p-p, n-n, n-p εἶναι περίπου ἴσαι καί δροῦν μόνον μεταξύ τῶν γειτονικῶν νουκλεονίων, ἕπεται ὅτι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ πυρῆνος εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος, ἤτοι τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ N+Z=A. Ὁ πρῶτος ἐπομένως ὅρος ἐκφράζει τό γεγονός ὅτι

$$E_v = a_v A \qquad (1.21)$$

ἔνθα ὁ συντελεστής $a_v = 14,1$ MeV.

2) Τά νουκλεόνια τά ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος δέν περιβάλλονται ὑπό τοῦ μεγίστου ἀριθμοῦ νουκλεονίων καί ὡς ἐκ τούτου εἶναι ὀλιγώτερον σταθερῶς συνδεδεμένα τῶν ἐσωτερικῶν νουκλεονίων. Συνεπῶς ἡ ὑπολογισθεῖσα διά τοῦ προηγουμένου ὅρου ΕΣ εἶναι λίαν μεγάλη καί πρέπει νά ἐλαττωθῇ. Ἄρα θά πρέπη ν'ἀφαιρέσωμεν ἀπό τήν ὁλικήν ἐνέργειαν συνδέσεως μίαν ποσότητα ἥτις εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων τῶν εὑρισκομένων ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος. Ὁ ἀριθμός τούτων εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος ἤτοι τοῦ $A^{2/3}$. Τοῦτο δέ διότι, ὡς προκύπτει ἐκ τῆς εἰς ἑπόμενον κεφάλαιον ὑπολογιζομένης ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, αὕτη εἶναι ἀνάλογος τοῦ $A^{1/3}$, ἤτοι $R \sim A^{1/3}$ καί ἄρα ἐπιφάνεια $\sim A^{2/3}$. Ἑπομένως:

$$E_o = a_o A^{2/3} \qquad (1.22).$$

Δηλαδή ὁ ὅρος οὗτος εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιφα -

νειακῆς ἐνεργείας τῆς ὑγρᾶς σταγόνος. Δεδομένου δέ ὅτι μέ αὔξησιν τοῦ Α, ὁ λόγος τῆς ἐπιφανείας πρός τόν ὄγκον ἐλαττοῦται, ἕπεται ὅτι ὁ ὅρος οὗτος καθίσταται ὀλιγώτερον σημαντικός διά μεγάλας τιμάς τοῦ Α.

3) Ὁ τρίτος ὅρος περιγράφει τήν ἐλάττωσιν τῆς σταθερότητος τοῦ πυρῆνος λόγῳ τῶν ἀπωστικῶν δυνάμεων Coulomb μεταξύ τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος. Αἱ ἀπωστικαί δυνάμεις Coulomb διακρίνονται τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων, καθ' ὅσον ἐκτείνονται μεταξύ ὅλων τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος. Συνεπῶς δέν ἐμφανίζουν κορεσμόν. Ἕκαστον λοιπόν τῶν Z πρωτονίων τοῦ πυρῆνος ἀντιδρᾷ μέ (Z-1) πρωτόνια, καί συνεπῶς αἱ ἀπωστικαί δυνάμεις εἶναι ἀνάλογοι τοῦ Z(Z-1). Ἐάν θεωρήσωμεν τό φορτίον τῶν πρωτονίων ὁμοιομόρφως κατανεμημένον ἐπί σφαίρας ἀκτῖνος R, τότε ἡ ἐνέργεια λόγῳ τοῦ φορτίου τῶν πρωτονίων θά εἶναι ἀνάλογος τοῦ Z(Z-1):R, ἤτοι

$$E_c = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \qquad (1.23)$$

καθ' ὅσον $R = r_0 A^{1/3}$. Ὁ συντελεστής $a_c = 0,595$ MeV.

Ὁ ὅρος οὗτος καθίσταται σημαντικός διά μεγάλας τιμάς τοῦ Z.

4) Ὁ τέταρτος ὅρος σχετίζεται μέ τήν περίσσειαν τῶν νετρονίων εἰς τόν πυρῆνα. Εἰς προηγούμενα κεφάλαια ἀνεφέρθη ὅτι, διά δεδομένην τιμήν τοῦ Α, ὑπάρχει μία ὡρισμένη σχέσις νετρονίων-πρωτονίων, ἥτις σχετίζεται μέ τούς σταθεροῦς πυρῆνας. Ἡ σχέσις αὕτη διά τούς ἐλαφρούς πυρῆνας εἶναι N=Z. Διά τήν σταθεροποίησιν τῶν πυρήνων μεγαλυτέρου ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ ἀπαιτεῖται ἡ ὕπαρξις μιᾶς περισσείας νετρονίων N-Z=A-2Z, ἥτις ἀντισταθμίζει τάς ἀ-

πωστικάς δυνάμεις Coulomb. Τά ἐν περισσείᾳ ὅμως νετρόνια καταλαμβάνουν ὑψηλοτέρας στάθμας ἐνεργείας, ἐντός τοῦ πυρῆνος, ἀπό τά ὑπόλοιπα 2Z νουκλεόνια καί ὡς ἐκ τούτου ἡ μέση ἐνέργεια συνδέσεως τούτων εἶναι μικροτέρα τῆς τῶν 2Z νουκλεονίων. Πρέπει νά τονισθῇ, ὅτι ἡ σταθεροποίησις τῶν πυρήνων διά τῶν νετρονίων περιελήφθη εἰς τόν πρῶτον ὅρον, ἤτοι τήν ἐνέργειαν ὄγκου, ἀλλά ἡ ὕπαρξις ἐν περισσείᾳ νετρονίων προκαλεῖ μίαν ἀσυμμετρίαν εἰς τόν πυρῆνα διά τόν προαναφερθέντα λόγον. Διά N=Z ὁ ὅρος οὗτος καθίσταται μηδέν. Ὁ ὅρος οὗτος εἶναι

$$E_\alpha = a_\alpha \frac{(A-2Z)^2}{A} \qquad (1.24)$$

ἔνθα $a_\alpha$=19,9 MeV.

5) Ὁ τελευταῖος ὅρος ἐκφράζει τήν πειραματικήν διαπίστωσιν ὅτι πυρῆνες τύπου α-α, εἰς τούς ὁποίους ἕκαστον νουκλεόνιον συζεύγνυται μεθ' ἑνός ἑτέρου νουκλεονίου τοῦ αὐτοῦ εἴδους, διακρίνονται διά τήν μεγάλην σταθερότητα τούτων. Συνεπῶς ἡ ηὐξημένη αὕτη σταθερότης χαρακτηρίζεται διά μιᾶς θετικῆς συνεισφορᾶς εἰς τήν ἐνέργειαν συνδέσεως. Οἱ μικράς σταθερότητος πυρῆνες π-π χαρακτηρίζονται διά μιᾶς ἀρνητικῆς συνεισφορᾶς εἰς τήν ἐνέργειαν συνδέσεως. Συνεπῶς ἔχομεν:

$$E_\delta = \pm \frac{a_\delta}{A} \qquad (1.25)$$

ἔνθα $a_\delta$ = 135 MeV

Εἰς πυρῆνα μέ A=περιττόν, τύπος α-π, π-α, ἔχει ἕν μονῆρες νουκλεόνιαν, ἐνῶ διά A=ἄρτιον, ἔχομεν εἴτε δύο μονήρη νουκλεόνια (τύπος π-π) εἴτε οὐδέν (τύπος α-α). Συνεπῶς ὁ ὅρος συζεύξεως εἶναι θετικός διά πυρῆνας α-α, ἀρνητικός διά πυρῆνας π-π καί μηδέν διά πυρῆνας α-π καί π-α.

ήτοι

$$E_\delta = +\frac{135}{A} \quad \text{διά } \alpha\text{-}\alpha \text{ πυρήνας} \qquad (1.26)$$

$$E_\delta = 0 \quad \text{διά } \pi\text{-}\alpha \text{ καί } \alpha\text{-}\alpha \text{ πυρήνας} \qquad (1.27)$$

καί

$$E_\delta = -\frac{135}{A} \quad \text{διά } \pi\text{-}\pi \text{ πυρήνας} \qquad (1.28)$$

Συνεπῶς ἡ σχέσις (1.20) γράφεται:

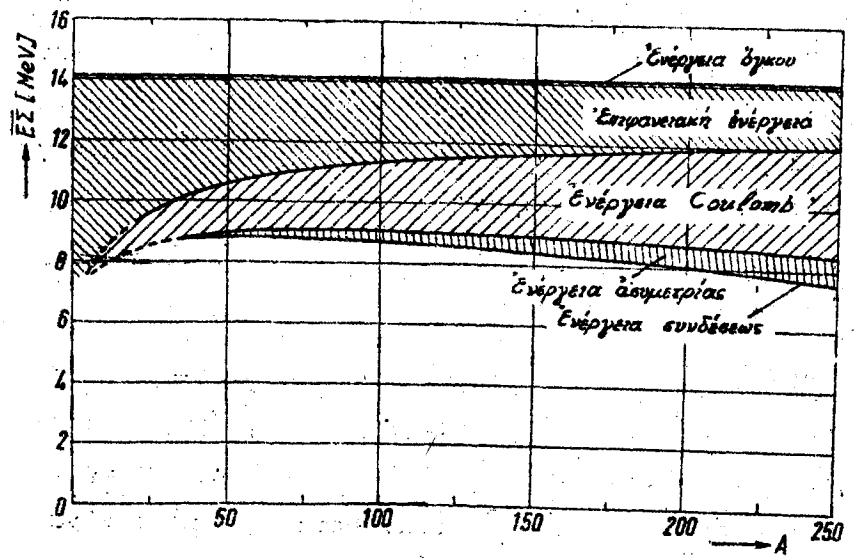
$$E\Sigma = \alpha_v A - \alpha_o A^{2/3} - \alpha_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_\alpha \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \frac{\alpha_\delta}{A} \qquad (1.29)$$

ἔνθα $\alpha_v = 14,1$ MeV, $\alpha_o = 13,1$ MeV, $\alpha_c = 0,595$ MeV, $\alpha_\alpha = 19,9$ MeV καί $\alpha_\delta = 135$ MeV.

Ἡ σχέσις αὕτη δίδει τήν ἐνέργειαν συνδέσεως, ἤ τήν μᾶζαν, ὅλων τῶν πυρήνων, διά $A > 40$, μέ καλήν προσέγγισιν. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἀνά νουκλεόντιον εἶναι:

$$\overline{E\Sigma} = \frac{E\Sigma}{A} = \alpha_v - \frac{\alpha_o}{A^{1/3}} - \alpha_c \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} - \alpha_o \frac{(A-2Z)^2}{A^2} \pm \frac{\alpha_\delta}{A^2} \qquad (1.30)$$

Ἀποδίδοντες τήν σχέσιν $\overline{E\Sigma} = f(A)$ εἰς διάγραμμα (Σχ. 1.8)




Σχ. 1.8. Ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόντιον συναρτήσει τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ. Ἐνέργεια ὄγκου-ἐπιφανείας-Coulomb-συμμετρίας.

παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἐνέργειαι ἐπιφανείας καὶ Coulomb προκαλοῦν τό εὐρύ μέγιστον εἰς τήν καμπύλην ἐνεργείας συνδέσεως κατά νουκλεόνιον. Ὁ ὅρος ἀσυμμετρίας ἀποτελεῖ μικρόν διορθωτικόν παράγοντα. Ὁ ὅρος συζεύξεως δέν ἐλήφθη ὑπ'ὄψιν εἰς τήν καμπύλην ταύτην.

Εἰς τόν πίνακα (1.2) δίδονται μερικαί τιμαί τῶν ὅρων τῆς ἐξισώσεως Weizsäcker διά διάφορα νουκλίδια.

## 1.12. Ἐνέργεια συνδέσεως καί ἰσοβαρεῖς μεταβολαί

Ἡ προηγουμένη σχέσις τοῦ Weizsäcker δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τήν εὕρεσιν τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος. Ἡ μάζα τοῦ πυρῆνος, δι δομένη ὑπό τῆς σχέσεως $M=ZM_H+NM_n-E\Sigma$, γράφεται:

$$M=ZM_H+NM_n-E\Sigma$$
$$=ZM_H+(A-Z)M_n-E\Sigma$$
$$=ZM_H+(A-Z)M_n-\alpha_v A+\alpha_s A^{2/3}+\alpha_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}+\alpha_\alpha\frac{(A-2Z)^2}{A}\pm\frac{\alpha_\delta}{A} \quad (1.31)$$

Ἐκτελοῦντες τάς πράξεις εὑρίσκομεν:

$$M=\left(\frac{\alpha_C}{A^{1/3}}+\frac{4\alpha_\alpha}{A}\right)Z^2-\left(M_n-M_H+\frac{\alpha_C}{A^{1/3}}+4\alpha_\alpha\right)Z+A\left(M_n+\alpha_\alpha+\frac{\alpha_s}{A^{1/3}}-\alpha_v\right)\pm\frac{\alpha_\delta}{A} \quad (1.32)$$

ἤ

$$M=\alpha Z^2-\beta Z+\gamma A\pm\frac{\alpha_\delta}{A} \quad (1.33)$$

ἔνθα $\alpha=\frac{\alpha_C}{A^{1/3}}+\frac{4\alpha_\alpha}{A}$, $\beta=M_n-M_H+\frac{\alpha_C}{A^{1/3}}+4\alpha_\alpha$

$\gamma=M_n+\alpha_\alpha+\frac{\alpha_s}{A^{1/3}}-\alpha_v$, $M_n=939,55$ MeV καί

$M_H=938,77$ MeV

ΠΙΝΑΞ 1.2.

Τιμαί ἐνεργείας συνδέσεως διαφόρων πυρήνων

| Νουκλίδια | | $^{40}_{20}Ca$ | $^{50}_{23}V$ | $^{100}_{42}Mo$ | $^{138}_{56}Ba$ | $^{187}_{75}Re$ | $^{238}_{92}U$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ἐνέργεια ὄγκου | MeV | +560 | +698,2 | +1397 | +1933 | +2612 | +3323 |
| Ἐνέργεια ἐπιφανείας | " | -153 | -176,9 | - 281,1 | - 348 | - 426 | - 500 |
| Ἐνέργεια Coulomb | " | -68,4 | - 83,8 | - 221,6 | - 355 | - 574 | - 797 |
| Ἐνέργεια Ἀσυμμετρίας" | | 0 | - 6,1 | - 49,6 | - 92,8 | - 140 | - 237 |
| Ἐνέργεια συζεύξεως | " | + 3,3 | - 1,8 | + 1,1 | + 0,98 | 0 | + 0,5 |
| ΕΣ | MeV | 342 | 429,6 | 845,2 | 1118,2 | 1470 | 1789,9 |
| $\overline{E\Sigma}=\frac{E\Sigma}{A}$ | MeV | 8,52 | 8,59 | 8,45 | 8,17 | 7,86 | 7,52 |

Εἰς μίαν β-διάσπασιν, οἱουδήποτε εἴδους, τό Α δέν μεταβάλλεται.

Διά A=Constant, οἱ συντελεσταί α,β,γ, εἶναι σταθεροί καί ἡ ἐξίσωσις (1.33), περιέχουσα μόνον τούς ὅρους Z καί $Z^2$, εἶναι ἐξίσωσις παραβολῆς. Ἀνεφέρθη προηγουμένως, ὅτι διά A=περιττός ἀριθμός, ἤτοι διά πυρῆνας α-π καί π-α, ὁ ὅρος συζεύξεως $\frac{\alpha_\delta}{A}$ εἶναι μηδέν. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως μεταβάλλεται κατά παραβολικόν τρόπον μετά τοῦ Z. Ἐάν A=ἄρτιος ἀριθμός, ἤτοι διά πυρῆνας α-α καί π-π, $\alpha_\delta = \pm 135$ MeV, θά ὑπάρχουν δύο παραβολαί ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τήν θετικήν καί τήν ἀρνητικήν τιμήν τοῦ ὅρου συζεύξεως. Αἱ δύο παραβολαί διαχωρίζονται ἀπό πλευρᾶς μάζης μεταξύ τῶν κατά $2 \times \frac{135}{A}$ MeV. Τό σχῆμα (1.9) ἀποδίδει τήν ὑπολογιζομένην βάσει τῆς σχέσεως (1.33) παραβολήν διά A=105. Ἐφ'ὅσον ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μέτρον τοῦ ἐνεργειακοῦ περιεχομένου, ἕπεται ὅτι ὁ πυρήν ὁ εὑρισκόμενος εἰς τό ἐλάχιστον τῆς καμπύλης ἀντιστοιχεῖ εἰς πυρῆνα μέ τήν μεγίστην ἐνέργειαν συνδέσεως καί συνεπῶς εἶναι ὁ σταθερώτερος. Ὁ ἀτομικός ἀριθμός $Z_o$, ὅστις ἀντιστοιχεῖ εἰς τό σημεῖον τοῦτο, εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = 0 = 2\alpha Z_o - \beta \qquad (1.34)$$

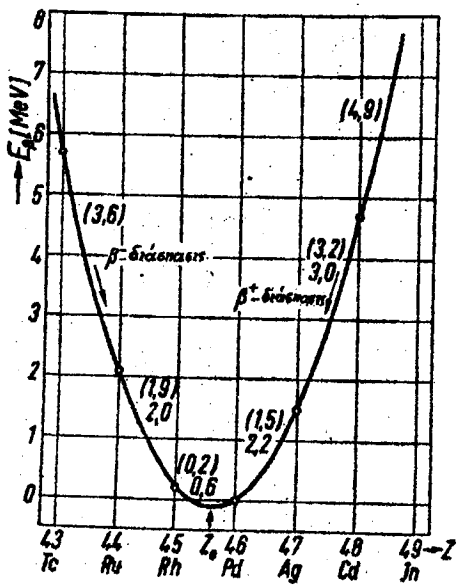
ἤτοι:

$$Z_o = \frac{\beta}{2\alpha} \qquad (1.35).$$

Εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἥν A=105 εὑρίσκομεν

$$\alpha = \frac{\alpha_o}{A^{1/3}} + \frac{4\alpha_\alpha}{A} = \frac{0,595}{(105)^{1/3}} + \frac{4.19,9}{105} = 0,833$$

$$\beta = M_n - M_H + \frac{\alpha_c}{A^{1/3}} + 4\alpha_\alpha = 0,78 + \frac{0,595}{(105)^{1/3}} + 4.19,9 = 30,5$$




Σχ. 1.9. Παραβολικόν διάγραμμα ἐνεργείας διά τά ἰσοβαρῆ νουκλίδια μέ A=105. Οἱ ἐντός παρενθέσεως ἀριθμοί δηλοῦν τάς πειραματικάς τιμάς ἐνεργείας β-διασπάσεως. Οἱ ἐκτός παρενθέσεως ἀριθμοί δηλοῦν τάς ὑπολογισθείσας τοιαύτας. Ὁ ἄξων ἐνεργείας δίδει τήν διαφοράν ἐνεργείας ἤ μάζης τῶν ἰσοβαρῶν ἐν σχέσει πρός τό $^{105}$Pd.

καί ἄρα:

$$Z_0 = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{80,5}{2.0,883} = 45,6$$

Ἡ τιμή αὕτη συμφωνεῖ μέ τά πειραματικά δεδομένα.

Τό Pd-105 (Z=46) εἶναι τό μόνον σταθερόν νουκλίδιον ὅλων τῶν ἰσοβαρῶν μέ μαζικόν ἀριθμόν A=105. Ὅλα τά ἄλλα ἰσοβαρῆ νουκλίδια εἶναι μή σταθερά ἔναντι τοῦ Pd-105 καί δύνανται ὑπό ἀπόδοσιν ἐνεργείας καί μεταβολήν εἰς τό Z νά μεταπέσουν εἰς τό σταθερόν Pd-105. Ἡ διαφορά εἰς τήν μᾶζαν, ἤτοι ἡ διαφορά εἰς τάς ἐνεργείας συνδέσεως δύο διαδοχικῶν νουκλιδίων, εἶναι ἴση πρός τήν διαθέσιμον ἐνέργειαν τῆς β-μετατροπῆς. Ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, οἱ πυρῆνες οἵτινες κεῖνται ἑκατέρωθεν τῆς γραμμῆς σταθερότητος περιέχουν περισσότερα ἤ ὀλιγώτερα νετρόνια ἔναντι τῶν πυρήνων τῶν κειμένων ἐπί τῆς γραμμῆς σταθερότητος. Οὕτως εἰς τό σχῆμα (1.9) ἡ σχέσις N:Z διά τούς πυρῆνας τούς κειμένους

δεξιά τοῦ ἐλαχίστου εἶναι μικρά. Συνεπῶς πρέπει νά ἐκπέμπουν ποζιτρόνια ἤ νά ὑφίστανται σύλληψιν ἠλεκτρονίου οὕτως ὥστε νά μεταβάλλουν τήν σχέσιν νετρονίων- πρωτονίων ἀπό Λ-Z/Z εἰς τήν μεγαλυτέραν τιμήν (A-Z+1)/(Z-1) ἐλαττουμένου τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ Z. Ἀντιθέτως,πυρῆνες κείμενοι ἀριστερά τοῦ ἐλαχίστου ἔχουν σχέσιν A-Z/Z μεγάλην καί δι' ἐκπομπῆς ἠλεκτρονίου μεταπίπτουν εἰς (A-Z-1)/(Z+1), ἤτοι τείνουν νά σταθεροποιηθοῦν. Ἡ διαθέσιμος ἐνέργεια, βάσει τῶν προηγουμένων, διά μίαν β⁻-διάσπασιν εἶναι

$$E_{\beta^-}=M(Z)-M(Z+1)=\alpha Z^2-\beta Z-\alpha(Z+1)^2+\beta(Z+1) \qquad (1.36).$$

Βάσει τῆς σχέσεως $Z_0=\frac{\beta}{2\alpha}$ εὑρίσκομεν:

$$E_{\beta^-}=2\alpha(Z_0-Z-\frac{1}{2}) \qquad (1.37).$$

Ἡ σχέσις αὕτη δεικνύει ὅτι ἡ ἐνέργεια τῆς β⁻-διασπάσεως αὐξάνει, συνεπῶς ἐλαττοῦται ἡ σταθερότης τοῦ πυρῆνος, μέ αὔξησιν τῆς ἀποστάσεως ἀπό τό σημεῖον σταθερότητος $Z_0$. Αἱ τιμαί αὗται, πειραματικαί καί ὑπολογισθεῖσαι, δίδονται εἰς τό σχῆμα (1.9).

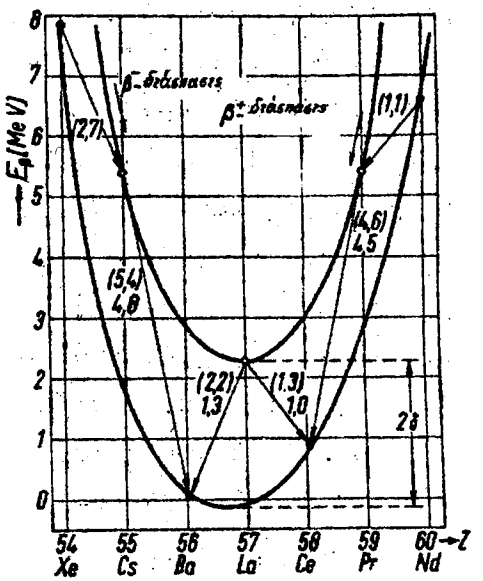
Ἐκ τοῦ σχήματος παρατηροῦμεν ὅτι ἑκάστη παραβολή, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν σειράν ἰσοβαρῶν νουκλιδίων, ἔχει ἕν μόνον ἐλάχιστον. Δηλαδή ἐξ ὅλης τῆς σειρᾶς τῶν ἰσοβαρῶν νουκλιδίων, μέ A=105 = περιττόν,ὑπάρχει ἕν μόνον σταθερόν νουκλίδιον τοῦ ὁποίου ὁ ἀτομικός ἀριθμός Z κεῖται ἐπί τοῦ $Z_0$ ἤ λίαν πλησίον αὐτοῦ. Τοῦτο ἐξηγεῖ τόν πρῶτον κανόνα τοῦ Mattauch:Εἰς ἕκαστον περιττόν μαζικόν ἀριθμόν ἀντιστοιχεῖ ἕν μόνον σταθερόν νουκλίδιον.Ἐξαίρεσιν τοῦ κανόνος τούτου ἀνευρίσκομεν εἰς τούς μαζικούς ἀριθμούς A=113 καί A=123.

Ἡ ἐξήγησις τῆς παρατηρουμένης ἐξαιρέσεως, ἤτοι τῆς ὑπάρξεως δύο σταθερῶν ἰσοβαρῶν ζευγῶν Cd–113 — In–113 καί Sb–123—Te–123, εἶναι ὅτι αἱ μᾶζαι αὐτῶν ἐλάχιστα διαφέρουν μεταξύ των, οὕτως ὥστε, μολονότι τό ἕν ἐξ ἑκάστου ζεύγους νουκλίδιον ἤτοι τό Cd–113 καί τό Te–123 εἶναι ἀσταθές, ἐν τούτοις ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τούτων εἶναι τόσον μεγάλος ὥστε νά μή δύναται ν'ἀνιχνευθῇ διά τῆς παρούσης τεχνικῆς. Πρό τινος ὑπῆρχον καί ἕτεραι ἐξαιρέσεις ὡς ἐπί παραδείγματι τό ζεῦγος νουκλιδίων In–115 καί Sn–115. Ἐν τούτοις ἀπεδείχθη ὅτι τό In–115 εἶναι ραδιενεργόν μέ χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ $6.10^{14}$ἔτη.

Ἐάν ὁ μαζικός ἀριθμός εἶναι ἄρτιος, Α=ἄρτιος, τότε κατά τά προηγούμενα ἔχομεν δύο παραβολάς, μίαν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ἰσοβαρῆ νουκλίδια τύπου α–α. καί μίαν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ἰσοβαρῆ νουκλίδια τύπου π–π. Τοῦτο δέ ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι ὡς δεικνύει ἡ σχέσις (1.31), ἡ μᾶζα ἐλαττοῦται (καί συνεπῶς ἡ σταυερότης αὐξάνει), ὅταν ἓν προστιθέμενον εἰς τόν πυρῆνα πρωτόνιον ἤ νετρόνιον σχηματίζῃ ζεῦγος. Ἡ παραβολή συνεπῶς ἥτις κεῖται ὑψηλότερον ἀναφέρεται εἰς νουκλίδια τύπου π–π, ἐνῶ ἡ κατωτέρα παραβολή ἀντιστοιχεῖ εἰς νουκλίδια τύπου α–α. Ἡ μεταξύ τῶν δύο παραβολῶν ἀπόστασις εἶναι διπλασία τῆς ἐνεργείας συζεύξεως.

Τό σχῆμα (1.10) δεικνύει εὐθέως διατί εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν περισσότερα τοῦ ἑνός σταθερά ἰσοβαρῆ νουκλίδια μέ ἄρτιον μαζικόν ἀριθμόν π.χ. Α=138. Τά κείμενα ἀριστερόθεν τοῦ ἐλαχίστου νουκλίδια διασπῶνται δι' ἐκπομπῆς ἠλεκτρονίου, ἐνῶ τά δεξιόθεν κείμενα διασπῶνται δι' ἐκπομπῆς

ποζίτρονίου ἤ διά συλλήψεως ἠλεκτρονίων. Ἐφ'ὅσον ὅμως κατά μίαν β-διάσπασιν ἑνός α-α πυρῆνος προκύπτει εἷς π-π πυρήν καί ἀντιστρόφως, ἔπεται ὅτι ἡ β-διάσπασις ὁδηγεῖ ἐκ τῆς μιᾶς παραβολῆς εἰς τήν ἑτέραν.




Σχ. 1.10. Παραβολ. διάγραμμα ἐνεργείας διά τά ἰσοβαρῆ μέ A = 138.

Αἱ δυναταί β-διασπάσεις δίδονται εἰς τό σχῆμα (1.10) ὑπό βελῶν καί ἡ ἐνέργεια τῆς β-διασπάσεως ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν διαφοράν τῆς, ἀντιστοίχου τῶν μαζῶν, ἐνεργείας μεταξύ τῶν ἀναγραφομένων νουκλιδίων.

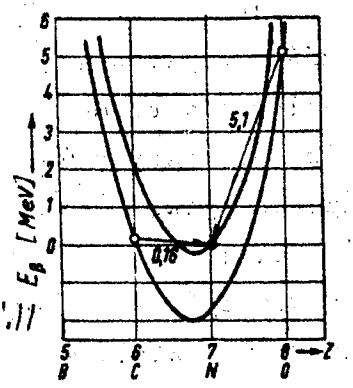
Ἐφ'ὅσον, λόγῳ τῆς ἐνεργείας συζεύξεως, ἡ παραβολή ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς π-π ἰσοβαρῆ νουκλίδια κεῖται ὑπεράνω τῆς παραβολῆς τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς α-α ἰσοβαρῆ νουκλίδια, ἔπεται ὅτι δέν ἀναμένεται, γενικῶς, μέ ἐξαίρεσιν τήν ἐν συνεχείᾳ ἐξεταζομένην περίπτωσιν, νουκλίδια π-π νά εἶναι σταθερά. Ἐξετάζοντες εἰς τήν κατωτέραν παραβολήν τό Ce-138, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο κεῖται ὑφηλότερον τοῦ Βα-138 καί συνεπῶς θά ἔπρεπε νά μεταπέσῃ διά $\beta^+$-διασπάσεως εἰς τό σταθερόν Βα-138. Κατά τήν β-διάσπασιν ταύτην τοῦ Ce-138 θά ἔπρεπε τοῦτο νά μεταπέσῃ πρῶτον εἰς Lα-138 καί ἐξ αὐτοῦ εἰς Βα- 138. Ἀλλ'ἡ μᾶζα τοῦ Lα-138 εἶναι, ὡς δείκνυται εἰς τό σχῆμα, μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ Ce-138 καί ὡς ἐκ τούτου μία

τοιαύτη διάσπασις δέν εἶναι δυνατή. Τοῦτο ἐξηγεῖ διατί τό Ce-138 εἶναι σταθερόν μολονότι ἡ διαφορά μάζης μεταξύ Ce-138 καί Βα-138 εὐνοεῖ διάσπασιν τοῦ πρώτου πρός τό δεύτερον νουκλίδιον. Κατά συνέπειαν εἰς τήν προκειμένην περίπτωσιν ἔχομεν δύο σταθερά ἰσοβαρῆ νουκλίδια καί ὄχι ἕν (Ce-138 καί Βα-138). Ὑπάρχει ὅμως μία ἑτέρα δυνατότης διασπάσεως. Εἶναι δηλαδή δυνατόν τό Ce-138 νά ὑποστῇ διπλῆν, ὡς λέγομεν, $\beta^+$-διάσπασιν διά ταυτοχρόνου ἐκπομπῆς δύο ποζιτρονίων, καί νά μεταπέσῃ κατ' εὐθεῖαν εἰς τό Βα-138 παρακαμπτομένου οὕτως εἰπεῖν τοῦ Lα-138. Ἡ διπλῆ ὅμως αὕτη β-διάσπασις, ἥτις ἀναπτύσσεται εἰς τό κεφάλαιον τῆς β-διασπάσεως, ἀντιστοιχεῖ εἰς χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τῆς τάξεως $10^{20}$-$10^{24}$ ἔτη καί εἶναι πέραν τῶν σημερινῶν δυνατοτήτων ἀνιχνεύσεως. Κατά συνέπειαν δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν τό Ce-138 ὡς σταθερόν. Τό Lα-138, κείμενον ὑψηλότερον τοῦ Ce-138 καί Βα-138, ἔχει τοιουτοτρόπως δύο δυνατότητας β-διασπάσεως. Εἴτε δηλαδή νά ὑποστῇ $\beta^-$-διάσπασιν μεταπίπτον εἰς Ce-138, εἴτε $\beta^+$-διάσπασιν μεταπίπτον εἰς Βα-138. Βάσει τῶν ἀνωτέρω ὁ δεύτερος κανών τοῦ Mattauch ἔχει ὡς ἑξῆς: Σταθερά νουκλίδια μέ ἄρτιον μαζικόν ἀριθμόν ἔχουν ἄρτιον ἀριθμόν πρωτονίων καί ἄρτιον ἀριθμόν νετρονίων (νουκλίδια α-α).

Ὡς ἐξαίρεσις ἀναφέρονται τά 4 σταθερά ἐλαφρά νουκλίδια D, Li-6, B-10, N-14 ὡς καί τό Τα-180, τό ὁποῖον ὅμως εἶναι, πιθανῶς, ραδιενεργόν μέ χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ λίαν μεγάλον.

Τά 4 ταῦτα σταθερά νουκλίδια εἶναι τοῦ τύπου π-π καί ἡ σταθερότης αὐτῶν ἐξηγεῖται ἐκ τῆς ἀποτόμου κλίσεως τῆς παραβολῆς, καθ' ὅσον αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ $\alpha = \frac{\alpha_c}{A^{1/3}} + \frac{4\alpha_a}{A}$.

Όσον μικροτέρα εἶναι ἡ μᾶζα (ἄρα καί ὁ μαζικός ἀριθμός) Α) τόσον πλέον ἀπότομος εἶναι ἡ παραβολή. Τό σχῆμα(1.11) ἀποδίδει τήν περίπτωσιν σταθερῶν π–π νουκλιδίων. Τό νουκλίδιον N–14 εἶναι τό μόνον σταθερόν νουκλίδιον, διά A=14, καθ'ὅσον τά νουκλίδια C–14 καί O–14 κείμενα ὑπεράνω τοῦ N–14 εἶναι ραδιενεργά. Τά μή συνεζευγμένα νουκλεόνια, ἤτοι ἕν πρωτόνιον καί ἕν νετρόνιον εἰς τά σταθερά ταῦτα π–π νουκλίδια (διά τά ὁποῖα Z=N) ἔχουν παράλληλα spin.

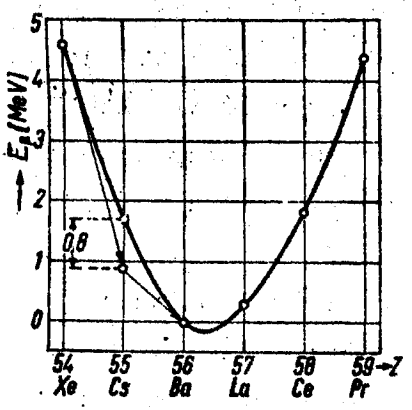



Σχ. 1.11. Παραβολικόν διάγραμμα ἐνεργειάς διά τά ἰσοβαρῆ μέ A = 14.

Πρέπει νά τονισθῆ ὅτι ἡ σταθερότης τῶν νουκλιδίων εἰς τάς ἰσοβαρεῖς ταύτας παραβολάς ἀναφέρεται εἰς δεδομένον μόνον μαζικόν ἀριθμόν. Εἰς ἕτερον μαζικόν ἀριθμόν ἡ σταθερότης τῶν ἰσοβαρῶν νουκλιδίων εἶναι διάφορος. Οὕτως,ἐνῶ διά A=138 τά σταθερά νουκλίδια εἶναι Βα–138 καί Ce–138, διά A=140, τό σταθερόν νουκλίδιον εἶναι τό Ce–140,ἐνῶ τό Βα–140 εἶναι ἀσταθές μεταπίπτον εἰς Lα–140 καί τοῦτο εἰς Ce–140. Δι'A=141 οὔτε τό Βα–141 οὔτε τό Ce–141 εἶναι σταθερά ἀλλά τό Pr–141.

Εἰς τήν περίπτωσιν νουκλιδίων τά ὁποῖα, λόγῳ ἰδιαιτέρας κατανομῆς τῶν νουκλεονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος, εἶναι ἰδιαιτέρως σταθερά, ταῦτα κεῖνται κάτωθεν τῆς παραβολῆς, καθ'ὅσον ἡ ὑπολογισθεῖσα ἐνέργεια συνδέσεως εἶναι μικροτέρα. Τοῦτο, παρίσταται εἰς τό σχῆμα (1.12). Μία τοιαύτη περίπτωσις σχετίζεται μέ τούς μαγικούς ἀ-

ριθμούς ἐξηγουμένη διά τοῦ σχηματισμοῦ ὑπό τῶν νουκλεονίων κλειστῶν στιβάδων ἐντός τοῦ πυρῆνος κατ'ἀναλογίαν πρός τάς κλειστάς στιβάδας τῶν ἠλεκτρονίων. Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς μετρουμένης ἐνεργείας συνδέσεως καί τῆς ὑπολογιζομένης ὑπό τῆς ἡμιεμπειρικῆς ἐξισώσεως ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἐπί πλέον σταθερότητος λόγῳ σχηματισμοῦ κλειστῶν στιβάδων.




Σχ. 1.12. Ἀπόκλισις ἐκ τοῦ παραβολικοῦ διαγράμματος ἐνεργείας μέ A=137 λόγῳ μαγικοῦ ἀριθμοῦ N = 82.

## 1.13. Κανόνες ἰσοβαρῶν καί ἰσοτόπων.

Ἐκ τῆς μελέτης τοῦ ἐνεργειακοῦ περιεχομένου τῶν νουκλιδίων προκύπτουν οἱ ἑξῆς κανόνες ἰσοβαρῶν οἵτινες χαρακτηρίζονται καί ὡς κανόνες τοῦ Mattauch.

1) Εἰς ἕκαστον περιττόν μαγικόν ἀριθμόν ἀντιστοιχεῖ ἕν σταθερόν νουκλίδιον.

2) Εἰς ἄρτιον μαγικόν ἀριθμόν ἀντιστοιχοῦν σταθερά νουκλίδια μέ ἄρτιον ἀριθμόν πρωτονίων καί νετρονίων(νουκλίδια α-α).

Ὑπάρχουν 4 ἐξαιρέσεις μεταξύ τῶν ἐλαφρῶν νουκλιδίων ἤτοι τῶν D, Li-6, B-10 καί N-14.

3) Δέν ὑπάρχουν ζεύγη σταθερῶν ἰσοβαρῶν τῶν ὁποίων ὁ ἀτομικός ἀριθμός νά διαφέρῃ κατά μονάδα. Οὕτως εἰς τά ἰσοβαρῆ νουκλίδια $^{40}_{18}A$ , $^{40}_{19}K$ καί $^{40}_{20}Ca$, παρατηροῦμεν ὅτι

τό K-40 εἶναι ραδιενεργόν, ἐνῶ τά νουκλίδια Λ-40 καί Ca-40 εἶναι σταθερά. Ὁμοίως ἐκ τῶν ἰσοβαρῶν νουκλιδίων $^{13}_{6}C$ καί $^{13}_{7}N$, τό N-13 εἶναι ραδιενεργόν. Ἐξαιρέσεις τοῦ κανόνος τούτου εἶναι τά ζεύγη $^{113}_{48}Cd$ – $^{113}_{49}In$ καί $^{123}_{51}Sb$–$^{123}_{52}Te$. Ὁ κανών οὗτος προκύπτει ἐκ τῶν προηγουμένων.

Οἱ κανόνες τοῦ Aston ἀναφέρονται εἰς ἰσότοπα νουκλίδια:

4) Νουκλίδια μέ περιττόν Z ἔχουν ἕν ἤ δύο σταθερά ἰσότοπα.

Ὁ μαγικός ἀριθμός εἶναι περιττός καί ἐάν ὑπάρχουν δύο σταθερά ἰσότοπα οἱ μαγικοί ἀριθμοί αὐτῶν θά διαφέρουν κατά 2 μονάδας.

5) Ἐάν ὁ ἀτομικός ἀριθμός Z εἶναι ἄρτιος, δύνανται νά ὑπάρχουν πολλά σταθερά ἰσότοπα ἀλλά μόνον ἕν ἤ δύο μέ περιττόν μαγικόν ἀριθμόν. Τά δύο ταῦτα ἰσότοπα νουκλίδια θά διαφέρουν κατά δύο μονάδας ὡς πρός τόν μαγικόν ἀριθμόν.

Οἱ κανόνες οὗτοι δικαιολογοῦν τό γεγονός ὅτι τά στοιχεῖα τεχνήτιον (Z=43) καί Προμήθιον (Z=61) δέν ὑπάρχουν εἰς τήν φύσιν. Κατά τόν κανόνα 4, ἐφ' ὅσον τό Tc ἔχει περιττόν Z δύναται νά ἔχη 1 ἤ 2 σταθερά ἰσότοπα. Ὁ μαγικός ἀριθμός τούτου θά ἦτο περιττός ἀριθμός καί εἰς περίπτωσιν ὑπάρξεως δύο ἰσοτόπων οἱ μαγικοί αὐτῶν ἀριθμοί θά ἔπρεπε νά διαφέρουν κατά δύο μονάδας. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως Weizsäcker προκύπτει ὅτι οἱ μαζικοί ἀριθμοί οἵτινες ἀντιστοιχοῦν εἰς σταθερά νουκλίδια θά ἔπρεπε νά ἦσαν A=97, 99 ἤ 101. Τό νουκλίδιον μέ Z=42 εἶναι τό Mo. Τοῦτο ἔχει τά ἑξῆς σταθερά ἰσότοπα: A=92, 94, 95,96 97,98,100.

Τό νουκλίδιον μέ Z=44 εἶναι τό Ru. Τοῦτο ἔχει τά ἑξῆς σταθερά ἰσότοπα: A=96,98,99,100,101,102,104. Ἀλλά κατά τόν κανόνα 3 δέν ὑπάρχουν ζεύγη σταθερῶν ἰσοβαρῶν τά ὁποῖα νά διαφέρουν κατά μονάδα ὡς πρός τόν Z. Κατά συνέπειαν ἀποκλείονται οἱ δυνατοί μαζικοί ἀριθμοί 97,99 καί 101 ὡς κατεχόμενοι ὑπό τοῦ, πρό τοῦ Tc, νουκλιδίου Mo καί ὑπό τοῦ, μετά τό Tc, νουκλιδίου Ru. Σταθερόν Tc μέ μαζικόν ἀριθμόν $A < 91$ ἤ $A > 103$ δέν ὑπάρχει ὡς πείμενον μακράν τῆς γραμμῆς σταθερότητος.

Καθ'ὅμοιον συλλογισμόν καταλήγομεν εἰς τό αὐτό συμπέρασμα καί διά τό Pm. Εἰς τό προηγούμενον παράδειγμα παρατηροῦμεν ὅτι τόσον τό Mo ὅσον καί τό Ru ἔχοντα ἄρτιον Z, ἔχουν πολλά σταθερά ἰσότοπα, ἀλλά μόνον δύο μέ περιττόν μαζικόν ἀριθμόν (A=95 καί 97 ὡς καί A=99 καί 101) διαφέροντα κατά δύο μονάδας ὡς πρός τόν μαζικόν ἀριθμόν (κανών 5).

## 1.14. Δυνάμεις Coulomb καί σταθερότης πυρήνων.

Ἀνεφέρθη προηγουμένως ὅτι αἱ πυρηνικαί δυνάμεις αἴτινες δροῦν μεταξύ τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος εἶναι μικρᾶς ἐμβελείας ἐν ἀντιθέσει πρός τάς ἀπωστικάς δυνάμεις Coulomb, αἵτινες ἐπεκτείνονται ἐφ'ὅλων τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος. Ἡ ὕπαρξις τῶν δυνάμεων Coulomb προκαλεῖ μίαν ἀποσταθεροποίησιν τοῦ πυρῆνος καί ἡ ἐνέργεια Coulomb εἶναι, κατά τήν ἐξίσωσιν (1.23):

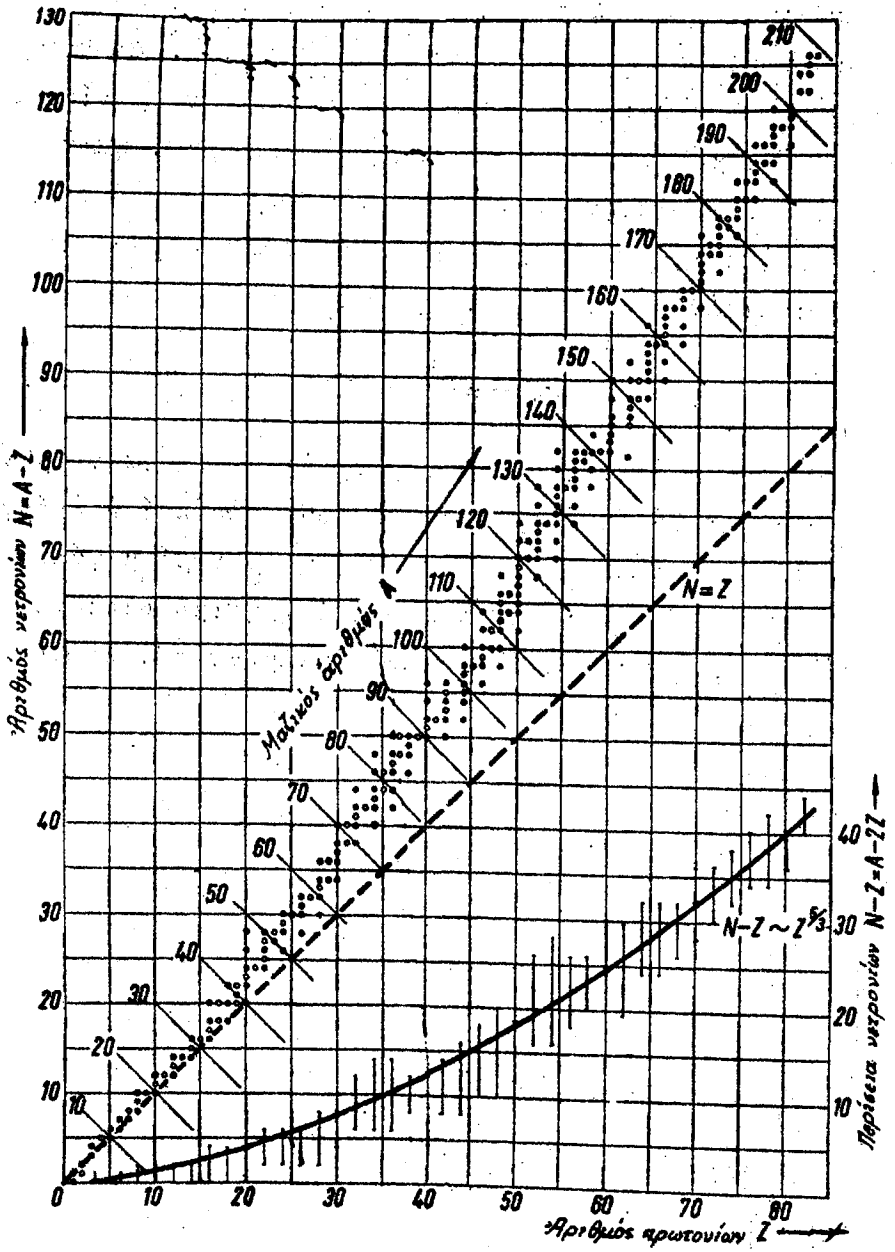
$$E_c = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \approx a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \qquad (1.38)$$

Ἡ ἐνέργεια αὕτη καθίσταται λίαν σημαντική εἰς μεγάλου ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ νουκλίδια. Ἡ περίσσεια νετρονίων

τοῦ πυρῆνος ἀποσκοπεῖ εἰς τήν ἀντιστάθμισιν τῶν ἠλεκτροστατικῶν ἀπώσεων τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος. Ἐάν θέσωμεν εἰς διάγραμμα τόν ἀριθμόν τῆς περισσείας τῶν νετρονίων ἔναντι τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πρωτονίων, λαμβάνομεν μίαν καμπύλην ἥτις εἶναι, μέ καλήν προσέγγισιν, ἀνάλογος τοῦ $Z^{5/3}$. Σχῆμα (1.13). Ἐκ τῆς (1.33), θεωροῦντες κατά προσέγγισιν ὅτι τό Z εἶναι ἀνάλογον τοῦ A, προκύπτει:

$$E_c \propto \frac{Z^2}{A^{1/3}} \propto \frac{Z^2}{Z^{1/3}} = Z^{5/3} \qquad (1.39).$$

Παρατηροῦμεν, κατά ταῦτα, ὅτι ἡ περίσσεια νετρονίων δεικνύει τήν αὐτήν ἐξάρτησιν ἐκ τοῦ Z ὡς καί ἡ ἐνέργεια Coulomb καί δυνάμεθα συνεπῶς νά δεχθῶμεν μέ μεγάλην πιθανότητα ὅτι ἡ περίσσεια νετρονίων χρησιμοποιεῖται διά τήν ἀντιστάθμισιν τῶν ἀπωστικῶν δυνάμεων τῶν πρωτονίων.




Σχ. 1.13. N=f(Z) καί N-Z=f(Z). Ἡ περίσσεια νετρονίων εἶναι ἀνάλογος τοῦ $Z^{5/3}$.

## 2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΟΣ

### 2.1. Ἀκτίς τοῦ πυρῆνος.

Ἐκ τῶν πειραμάτων σκεδάσεως τῶν α-σωματίων, ὑπό τοῦ Rutherford καί τῶν συνεργατῶν του, προέκυψεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἀτόμου καί τό θετικόν φορτίον αὐτοῦ συγκεντροῦται εἰς τόν πυρῆνα. Τό ἑπόμενον βῆμα ἦτο ὁ προσδιορισμός τῶν διαστάσεων τοῦ πυρῆνος.

Θεωροῦντες α-σωμάτιον, μάζης $M_\alpha$, φορτίου $2e$ καί ταχύτητος $v$, εἰς ἀπόστασιν $d$ ἀπό τοῦ πυρῆνος, φορτίου $Ze$, ἔχομεν, βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας,

$$\frac{1}{2}M_\alpha v^2 = \frac{1}{2}M_\alpha v_1^2 + \frac{2Ze^2}{d} \qquad (2.1).$$

Εἰς τήν ἐλαχίστην ἀπόστασιν, $d_0$ τό α-σωμάτιον ἀντιστρέφει τήν διεύθυνσιν κινήσεως αὐτοῦ καί τότε $v_1=0$. Ἄρα ἐκ τῆς σχέσεως (2.1) εὑρίσκομεν:

$$\frac{1}{2}M_\alpha v^2 = \frac{2Ze^2}{d_0} \qquad (2.2)$$

ἤ

$$d_0 = \frac{2Ze^2}{1/2\,Mv^2} \qquad (2.3).$$

Εἰς τήν ἁπλῆν περίπτωσιν ἑνός α-σωματίου ἐνεργείας 5 MeV προσεγγίζοντος πυρῆνα Al ($Z=13$) θά ἔχωμεν

$$d_0 = \frac{2.13.(4,8.10^{-10})^2}{5.1,602.10^{-6}} \approx 7,5.10^{-13}\,\text{cm}$$

Διά τόν Au ($Z=79$) προκύπτει $d_0 \approx 4,5.10^{-12}$ cm.

Δεδομένου ὅτι δέν διετίθεντο, κατά τήν ἐποχήν ἐκείνην, φορτισμένα σωμάτια μεγάλης ἐνεργείας εἰμή μόνον α-σωμάτια προερχόμενα ἐκ φυσικῶν ραδιενεργῶν νουκλιδίων, δέν διεπιστώθη ἀπόκλισις ἐκ τοῦ τύπου σκεδάσεως τοῦ Rutherford καί συνεπῶς αἱ διαστάσεις τοῦ πυρῆνος ἐθεωρήθη ὅτι ἦσαν τῆς τάξεως $10^{-12}$-$10^{-13}$ cm. Ἐκ τῶν διαφόρων πειραμάτων σκεδάσεως, διεπιστώθη ἡ ἑξῆς προσεγγιστική σχέσις μεταξύ τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, R, καί τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ A.

$$R = r_0 A^{1/3} \qquad (2.4)$$

ἔνθα $r_0$ = σταθερά ἀναλογίας ἀνεξάρτητος τοῦ A καί ἴση πρός $1{,}2.10^{-13}$ cm.

Δεδομένου ὅτι ἡ $r_0$ εἶναι τῆς τάξεως $10^{-13}$ cm, ἡ τιμή $10^{-13}$ cm λαμβάνεται ὡς πυρηνική μονάς μήκους καί καλεῖται Fermi: $10^{-13}$ cm = 1F.

Διά τό Br-80 θέτοντες $r_0$=1,4F, εὑρίσκομεν $R=(1{,}4.10^{-13})(80^{1/3})=6F$. Διά τό U -238, $R=(1{,}4.10^{-13})(238^{1/3})$ = 11,8 F οὕτω, τριπλασιαζομένου τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ ἡ ἀκτίς διπλασιάζεται.

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.4) προκύπτει:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A \qquad (2.5)$$

ἤτοι

$$V \sim A \qquad (2.6).$$

Τό συμπέρασμα εἶναι ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ πυρῆνος εἶναι ἀνάλογος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ καί κατά συνέπειαν ὁ ὄγκος τόν ὁποῖον καταλαμβάνει ἕκαστον νουκλεόνιον ἐντός τοῦ πυρῆνος εἶναι ὁ αὐτός, ἤτοι ἡ πυκνότης εἶναι σταθερά, κατ' ἀναλογίαν πρός μίαν σταγόνα ὑγροῦ, ἀνεξάρτητος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ A.

Ἐκ τῆς σχέσεως $\rho = \frac{B}{V}$, ἔνθα ρ=πυκνότης, προκύπτει διά B= βάρος ἑνός νουκλεονίου $= \frac{1}{N} = 1,66.10^{-24}$ gr,

$$\rho = \frac{1,66.10^{-24}}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1,66.10^{-24}}{\frac{4}{3}\pi(10^{-13})^3} \approx 10^{14} \frac{gr}{cm^3} \approx 10^{8} \frac{ton}{cm^3} \quad (2.7)$$

Ἡ πυκνότης αὕτη εἶναι ἀφαντάστως μεγάλη.

## 2.2. Μέθοδοι προσδιορισμοῦ τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος.

Ὁ καθορισμός τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος εἶναι ὀλίγον αὐθαίρετος διότι τό ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μεθόδου, ἤτοι τοῦ φαινομένου τό ὁποῖον χρησιμοποιεῖται διά τόν προσδιορισμόν τῆς ἀκτῖνος.

Ἐν τούτοις αἱ διάφοροι μέθοδοι δίδουν ἐλαφρῶς μόνον διάφορα ἀποτελέσματα. Ἡ ποσοτική αὕτη ἐν πολλοῖς σύμπτωσις τῶν διαφόρων μεθόδων εἶναι ἰδιαιτέρως ἀξιοσημείωτος.

Αἱ μέθοδοι μετρήσεως τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος κατατάσσονται εἰς δύο κατηγορίας: 1) Εἰς τάς πυρηνικάς μεθόδους, αἵτινες ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν βραχείας ἐμβελείας πυρηνικῶν δυνάμεων καί αἱ ὁποῖαι δίδουν τάς πυρηνικάς διαστάσεις αὐτοῦ (π.χ. διά νετρονίων), καί 2) εἰς τάς ἠλεκτρικάς μεθόδους, αἵτινες ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος, ἤτοι τάς δυνάμεις Coulomb, καί αἱ ὁποῖαι δίδουν τάς ἠλεκτρομαγνητικάς διαστάσεις τούτου (π.χ. δι' ἠλεκτρονίων). Αἱ δύο μέθοδοι δίδουν διάφορον τιμήν τοῦ $r_0$: περίπου 1,4 F διά τάς πυρηνικάς μεθόδους καί 1,2 F διά τάς ἠλεκτρικάς μεθόδους. Ἀλλ' ἡ διαφορά αὕτη, ὡς ἀνεφέρθη ἀνωτέρω, εἶναι μόνον ζήτημα ὁρισμοῦ. Ἡ σκέδασις τῶν ἠλεκτρονίων ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κατανομῆς τοῦ φορτίου εἰς τόν πυρῆνα, ὄχι ὅμως ἐκ τῶν πυρηνικῶν δυνά-

μεων. Ἀντιθέτως διά τήν ἀλληλεπίδρασιν μεταξύ νετρονίων καί πυρῆνος ὑπεύθυνοι εἶναι αἱ πυρηνικαί δυνάμεις καί ὄχι ἡ κατανομή τοῦ φορτίου.

α) Πυρηνικαί μέθοδοι.

Ἡ σκέδασις α-σωματίων, πρωτονίων καί νετρονίων, διαφόρων ἐνεργειῶν, ὑπό τοῦ πυρῆνος ὡς καί ἡ ἐκπομπή α-σωματίων ἐκ τῶν βαρέων πυρήνων ἀνήκουν εἰς τήν κατηγορίαν ταύτην. Εἰς ὅλας τάς περιπτώσεις ταύτας σημασίαν ἔχουν κυρίως αἱ πυρηνικαί δυνάμεις.

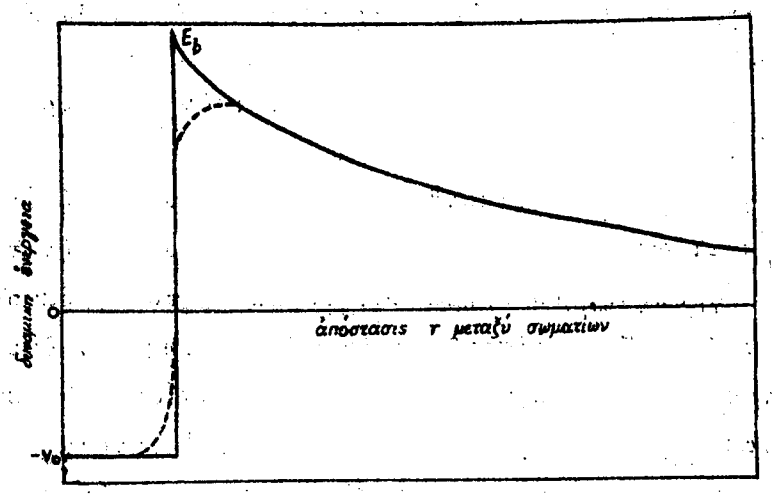
Ἱστορικῶς ἡ πρώτη μέτρησις τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, ἐγένετο, ὡς ἀνεφέρθη, ὑπό τοῦ Rutherford.

Βάσει τῶν πειραμάτων σκεδάσεως τῶν α-σωματίων ἐπί ἐλαφρῶν πυρήνων εὗρεν οὗτος τήν σχέσιν (2.4). Τά ἀποτελέσματα ταῦτα ἐπεβεβαιώθησαν ἀργότερον.

Κατά τήν χρησιμοποίησιν ἐπί πειραμάτων σκεδάσεως πρωτονίων ἤ α-σωματίων μεγάλων ἐνεργειῶν, διεπιστώθη ἀπόκλισις ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Coulomb. Τό γεγονός τοῦτο, ὅτι δηλαδή ὁ τύπος σκεδάσεως, ὅστις ἐβασίζετο ἐπί τῶν ἠλεκτρικῶν δυνάμεων Coulomb, παύει νά ἰσχύῃ, ἐξηγεῖται μέ τήν παραδοχήν ὅτι ἀπό τινος σημείου καί πέραν ἐπικρατοῦν αἱ ἰσχυραί πυρηνικαί δυνάμεις.

Ἕν φορτισμένον σωμάτιον προσεγγίζον τόν πυρῆνα ὑφίσταται κατ' ἀρχάς τήν ἄπωσιν Coulomb καί ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ συστήματος αὐξάνει, δημιουργουμένου οὕτω ἑνός φράγματος δυναμικοῦ (σχῆμα 2.1). Χαρακτηρίζεται δέ οὕτω καθ' ὅσον ἔχει τήν ἰδιότητα ἑνός φράγματος διά νά παρεμποδίζῃ τήν προσέγγισιν ἑνός πρωτονίου ἤ ἑτέρου φορτισμένου σωματίου εἰς τόν πυρῆνα. Ἡ αὔξησις τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ φορτισμένου σωματίου γίνεται δαπά-

ναις τῆς κινητικῆς αὐτοῦ ἐνεργείας. Τό φορτισμένον σωμάτιον ἐπιβραδύνεται. Ἐάν τό σωμάτιον τοῦτο προσεγγίζη τόν πυρῆνα μέ κινητικήν ἐνέργειαν μικροτέραν τῆς $E_b$,




Σχ. 2.1. Δυναμική ἐνέργεια πρωτονίου πλησίον καί ἐντός τοῦ πυρῆνος.

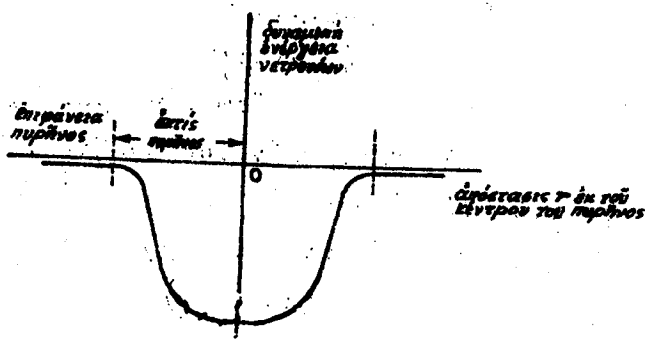
δέν δύναται νά φθάση τήν ἐπιφάνειαν τοῦ πυρῆνος. Ὑφίσταται σκέδασιν Coulomb. Ἐάν ὅμως ἡ ἐνέργεια τοῦ σωματίου εἶναι ἐπαρκής, τότε εἰς μικράν ἀπόστασιν ἀπό τοῦ πυρῆνος ὑφίστανται τάς ἰσχυράς, μικρᾶς ἐμβελείας, ἑλκτικάς πυρηνικάς δυνάμεις καί ἡ δυναμική ἐνέργεια τούτου πίπτει ἀποτόμως σχηματιζομένου οὕτω τοῦ φρέατος δυναμικοῦ, ὅπερ παριστᾷ τό ἐσωτερικόν τοῦ πυρῆνος. Τό φρέαρ δυναμικοῦ, ἐντός τοῦ ὁποίου ἐπικρατοῦν αἱ πυρηνικαί δυνάμεις, δέν ἔχει κατ'ἀνάγκην τήν μορφήν ἑνός τετραγωνικοῦ φρέατος δυναμικοῦ, Σχῆμα (2.1). Ἡ πυκνότης φορτίου τοῦ πυρῆνος, εἰς ἕν τοιοῦτον φρέαρ, ἔχει σταθεράν τιμήν μέχρι τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος ἔνθα πίπτει

ἀποτόμως εἰς τήν τιμήν μηδέν. Τά ἀποτελέσματα ὅμως τῶν μετρήσεων ἔδειξαν ὅτι ἡ πυκνότης φορτίου παραμένει περίπου σταθερά εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ πυρῆνος καί πλησίον τῆς ἐπιφανείας ἐλαττοῦται βραδέως πρός τήν τιμήν μηδέν. Ὁ ὅρος τετραγωνικόν φρέαρ δέν πρέπει νά σχετίζεται μέ τό σχῆμα τοῦ πυρῆνος.

Τό σχῆμα τοῦ πυρῆνος εἶναι σφαιρικόν ἤ περίπου σφαιρικόν.

Ἡ λέξις "τετραγωνικόν" δηλοῖ ὅτι ἡ δυναμική ἐνέργεια πίπτει ἀποτόμως εἰς μίαν σταθεράν ἀρνητικήν τιμήν ἐντός τοῦ φρέατος. Τό σχῆμα καί τό βάθος τοῦ φρέατος δυναμικοῦ τοῦ πυρῆνος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τῶν δυνάμεων αἵτινες δροῦν μεταξύ ὅλων τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος. Ἐνταῦθα, ἐπίσης, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ φρέατος δυναμικοῦ ἀποτελεῖ προσέγγισιν πρός τόν πραγματικόν πυρῆνα.

Ἐάν χρησιμοποιήσωμεν δέσμην νετρονίων, ἀντί δέσμης φορτισμένων σωματίων, εὑρίσκομεν κατ' εὐθεῖαν τήν ἐμβέλειαν τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων. Τά νετρόνια στεροῦνται φορτίου καί ὡς ἐκ τούτου δέν συναντοῦν φράγμα Coulomb. Σχ. (2.2). Πλησίον τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυρῆνος ὑφίστανν-




Σχ. 2.2. Δυναμική ἐνέργεια νετρονίου πλησίον καί ἐντός τοῦ πυρῆνος.

ται τάς ἰσχυράς ἑλκτικάς πυρηνικάς δυνάμεις καί ἡ δυναμική ἐνέργεια τούτων πίπτει ταχέως.

Τά νετρόνια, διά τήν μέτρησιν τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, πρέπει νά ἔχουν ἐπαρκῆ ἐνέργειαν (10-20 MeV) οὕτως ὥστε τό ἀντιστοιχοῦν μῆκος κύματος de Broglie νά εἶναι μικρόν ἐν σχέσει πρός τήν, ὑπό προσδιορισμόν, ἀκτῖνα τοῦ πυρῆνος. Εἰς μικροτέρας ἐνεργείας νετρονίων τό μῆκος κύματος de Broglie εἶναι συγκρίσιμον ἢ μεγαλύτερον τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος καί ἡ μέτρησις δέν ἔχει ἀξίαν. Ἀπό τήν ἄλλην πλευράν, χρησιμοποίησις νετρονίων λίαν μεγάλης ἐνεργείας δέν ἐνδείκνυται καθ' ὅσον ὁ πυρήν καθίσταται "διαφανής" εἰς τό νετρόνιον, ἤτοι τό νετρόνιον διέρχεται διά τοῦ πυρῆνος ἄνευ οὐδεμιᾶς ἀντιδράσεως. Ἐάν ὁ στόχος βομβαρδίζεται διά δέσμης ταχέων νετρονίων, τότε ἡ ἐλάττωσις τῆς δέσμης κατά τήν δίοδον διά τῆς ὕλης δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν ὑπολογισμόν τῆς ὁλικῆς ἐνεργοῦ διατομῆς τοῦ πυρῆνος διά τά χρησιμοποιούμενα νετρόνια. Ἡ ὁλική ἐνεργός διατομή εἶναι ἴση πρός τό ἄθροισμα τῆς γεωμετρικῆς ἐνεργοῦ διατομῆς $\pi R^2$, καί τῆς τοῦ περιθλαστικοῦ σκεδασμοῦ, ἐπίσης $\pi R^2$. Ἤτοι

$$\sigma = 2\pi R^2 \qquad (2.3).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑπολογίζεται ἡ ἀκτίς R. Διά τῆς μεθόδου ταύτης εὑρέθη ὅτι ἡ ἀκτίς τοῦ πυρῆνος τοῦ ἀνθρακος εἶναι 3,8 F, τοῦ δέ Bi 8F. Ἡ ἔννοια τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς ἀναπτύσσεται εἰς τό περί πυρηνικῶν ἀντιδράσεων κεφάλαιον.

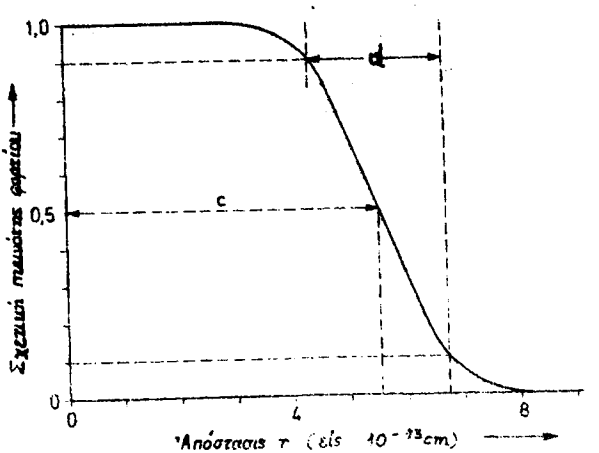
Ὁ περιθλαστικός σκεδασμός τῶν βλημάτων, ἀποτελεῖ αὐτός καθ' ἑαυτόν, ἑτέραν μέθοδον προσδιορισμοῦ τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος.

'Η α- διάσπασις τῶν βαρέων πυρήνων ἀντιστοιχεῖ εἰς μεταβολήν καθ'ἥν ἕν α-σωμάτιον ἐξέρχεται τῆς περιοχῆς δράσεως τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων. 'Η πιθανότης τῆς α-διασπάσεως καί κατά συνέπειαν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ ταύτης ἐξαρτᾶται ἰσχυρῶς ἐκ τοῦ ὕψους τοῦ φράγματος δυναμικοῦ, τό ὁποῖον πρέπει νά ὑπερβοῦν τά α-σωμάτια, καί ἐπομένως ἐκ τῆς ἀκτῖνος R τοῦ πυρῆνος πέραν τῆς ὁποίας αἱ δυνάμεις Coulomb δέν ἀντισταθμίζονται ὑπό τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων. 'Η θεωρία τῆς α-διασπάσεως παρέχει σχέσιν μεταξύ τοῦ $t_{1/2}$ τῆς α-διασπάσεως καί τῆς ἐνεργείας τῶν α-σωματίων ἥτις ἐπιτρέπει τόν ὑπολογισμόν τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος. Εὑρέθη ὅτι διά α-ραδιενεργούς πυρῆνας μέ $A > 208$ ἡ ἀκτίς R κυμαίνεται μεταξύ 8,4F καί 9,8 F.

β) 'Ηλεκτρικαί μέθοδοι.

'Εν ἀντιθέσει πρός τάς ἀναφερθείσας μεθόδους, τά ταχέα ἠλεκτρόνια δέν ἐπηρεάζονται ἀπό τάς πυρηνικάς δυνάμεις καί κατά συνέπειαν ἡ σκέδασις τούτων ὑπό τοῦ πυρῆνος εἶναι εὐαίσθητος μόνον ὡς πρός τήν ἔκτασιν καί τήν κατανομήν τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος ἤτοι τοῦ πεδίου Coulomb τοῦ πυρῆνος. "Αρα ἡ ἐλαστική σκέδασις τούτων παρέχει μέτρον τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, ἥτις παρίσταται ὑπό τῆς σχέσεως (2.4) μέ $r_o = 1,2$ F, καί τῆς κατανομῆς τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος. Διά νά παρακολουθήσωμεν τήν κατανομήν ταύτην ἐντός τοῦ πυρῆνος πρέπει νά χρησιμοποιηθοῦν ἠλεκτρόνια μεγάλης ἐνεργείας ( $> 100$ MeV), τῶν ὁποίων τό μῆκος κύματος de Broglie εἶναι μικρότερον τῶν διαστάσεων τοῦ

πυρῆνος. Πειράματα μέ τοιαῦτα ἠλεκτρόνια ὁδηγοῦν εἰς τό συμπέρασμα ὅτι εἰς τό ἐσώτερικόν τοῦ πυρῆνος ἡ κατανομή τοῦ φορτίου εἶναι σταθερά καί μετά ταῦτα πίπτει κατά τρόπον συνεχῆ. Σχῆμα (2.3). Ἡ κατανομή τοῦ φορτίου χα-

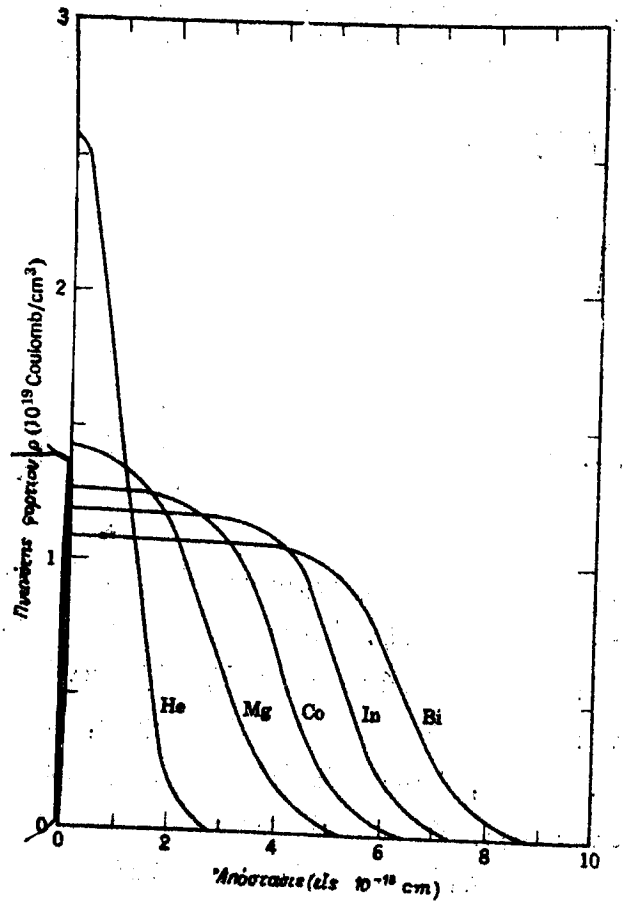



Σχ. 2.3. Κατανομή τοῦ φορτίου ἐντός τοῦ πυρῆνος προσδιοριζομένη κατά τήν ἠλεκτρικήν μεθοδον.

ρακτηρίζεται ἀπό δύο παραμέτρους: α) τήν ἀκτῖνα ἡμισείας πυκνότητος C, ἤτοι τήν ἀπόστασιν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πυρῆνος μέχρι τῆς ἀποστάσεως καθ'ἥν ἡ πυκνότης τοῦ φορτίου λαμβάνει τό ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς, καί β) τό ἐπιδερμικόν πάχος d, ἤτοι τήν ἀπόστασιν μεταξύ τῶν σημείων τῶν ἀντιστοιχούντων εἰς τό 90% καί 10% τῆς πυκνότητος φορτίου. Δι'ὅλους τούς πυρῆνας μέ $Z > 10$, ἰσχύει $C = 1,07 \times A^{1/3}$ F καί d = 2,4 F. Τό ἐπιδερμικόν πάχος παραμένει περίπου τό αὐτό ἀκόμη καί δι'ἐλαφρούς πυρῆνας, σχῆμα (2.4).

Αἱ μετρήσεις σκεδάσεως δι'ἠλεκτρονίων παρέχουν τάς καλυτέρας πληροφορίας ὡς πρός τήν κατανομήν τοῦ φορτίου

τοῦ πυρῆνος. Χρησιμοποιοῦντες ἠλεκτρόνια 1BeV, ἔχομεν μῆκος κύματος de Broglie $\lambda=1,95.10^{-14}$ cm, ὅπερ εἶναι ἐπαρκῶς μικρόν ὥστε νά δυνάμεθα νά λάβωμεν πληροφορίας ἐπί τῆς δομῆς τοῦ πυρῆνος. Σήμερον χρησιμοποιοῦνται καί ἠλεκτρόνια ἐνεργείας 10 GeV.




Σχ. 2.4. Κατανομή τοῦ φορτίου ἐντός τοῦ πυρῆνος διά διάφορα νουκλίδια.

Ἡ εὕρεσις τῆς κατανομῆς τῶν νετρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος εἶναι δυσκολωτέρα τῆς κατανομῆς τῶν πρωτονίων. Πρός

τό παρόν τά πειράματα δδηγοῦν εἰς τήν παραδοχήν ὅτι ἡ κατανομή τούτων εἶναι ὁμοία περίπου μέ τήν κατανομήν τῶν πρωτονίων. Συνεπῶς ἡ κατανομή τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος παρίσταται ὑπό τῆς καμπύλης κατανομῆς τοῦ φορτίου τούτου, σχῆμα (2.3).

Πέραν τῆς ἀναφερθείσης μεθόδου, δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν μεταβολάς εἰς τήν ἀκτῖνα τοῦ πυρῆνος φασματοσκοπικῶς διά τῆς μελέτης τῆς ἰσοτοπικῆς μετατοπίσεως παρατηρουμένης εἰς τά φάσματα τῶν ἰσοτόπων ἀτόμων. Εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ ὑδρογόνου, αἱ φασματικαί γραμμαί τῶν ἰσοτόπων εἶναι ἐλαφρῶς μετατοπισμέναι καθ'ὅσον εἰς τόν τύπον τοῦ Bohr ὑπεισέρχεται ἡ ἀνηγμένη μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ ἰσοτοπική αὕτη μετατόπισις ὡδήγησε τόν Urey εἰς τήν ἀνακάλυψιν τοῦ δευτερίου. Ἀλλά καί βαρέα ἰσότοπα ἄτομα, εἰς τά ὁποῖα ἡ ἐπίδρασις τῆς μάζης εἶναι ἀμελητέα, δεικνύουν ἰσοτοπικήν μετατόπισιν. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τήν διάφορον κατανομήν τοῦ φορτίου τῶν ἰσοτόπων. Κατά συνέπειαν παρουσιάζουν διαφοράν εἰς τά ἀντίστοιχα δυναμικά καί ἀντιδροῦν διαφόρως μετά τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων.

Ἀλλά ἰσοτοπική μετατόπισις παρατηρεῖται καί μεταξύ ἰσομερῶν πυρήνων.

Ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτίς δύναται νά ὑπολογισθῇ ἐκ τῆς X-ἀκτινοβολίας τῆς ἐκπεμπομένης ὑπό τῶν μεσονικῶν ἀτόμων (mesic atoms), ὡς ἀναπτύσσεται εἰς τό ἀμέσως ἑπόμενον κεφάλαιον.

Ἑτέρα ἠλεκτρική μέθοδος, ἥτις δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν προσδιορισμόν τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος, βασίζεται εἰς τήν διαφοράν τῆς ἠλεκτροστατικῆς ἐνεργεί-

ας δύο κατοπτρικῶν νουκλιδίων. Ὡς ἀνεφέρθη εἰς τό περί νουκλιδίων κεφάλαιον, τά κατοπτρικά νουκλίδια έχουν τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν A, ἀλλ' ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων τοῦ ἑνός νουκλιδίου ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμόν τῶν νετρονίων τοῦ ἄλλου καί ὁ ἀριθμός τῶν νετρονίων μέ τόν ἀριθμόν τῶν πρωτονίων τοῦ δευτέρου.

Ἐπί παραδείγματι, τό ζεῦγος τῶν νουκλιδίων $^{11}_{6}C$-$^{11}_{5}B$, ἀποτελεῖ ζεῦγος κατοπτρικῶν νουκλιδίων. Ἐφ' ὅσον αἱ πυρηνικαί δυνάμεις εἶναι αἱ αὐταί μεταξύ πρωτονίων καί νετρονίων, ἔπεται ὅτι αἱ διαφοραί εἰς τήν ἐνέργειαν συνδέσεως, ἐκτός ἀπό τήν διαφοράν εἰς τήν μᾶζαν ἠρεμίας τοῦ νετρονίου καί πρωτονίου, εἶναι ἠλεκτροστατικῆς φύσεως. Διά ὁμοιόμορφον κατανομήν τοῦ φορτίου ἰσχύει ὅτι:

$$E_c = \frac{3}{5}\,\frac{e^2}{r_0}\,\frac{Z^2}{A^{1/3}} \qquad (2.9).$$

Ἐφ' ὅσον τό φορτίον τούτων διαφέρει κατά μονάδα ἔπεται ὅτι ἡ διαφορά εἰς τήν ἐνέργειαν Coulomb, μεταξύ τῶν δύο τούτων κατοπτρικῶν νουκλιδίων, θά εἶναι:

$$\Delta E = \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0}\frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0}\frac{(Z-1)^2}{A^{1/3}} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{r_0}\frac{1}{A^{1/3}}(2Z-1) \qquad (2.10).$$

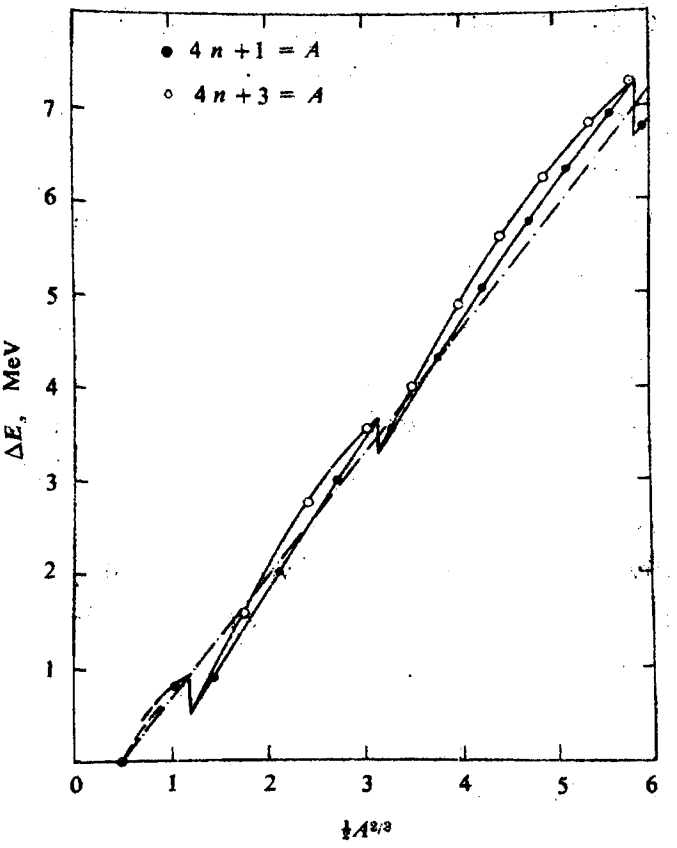
Ἀλλά διά τόν $^{11}_{6}C$ ἔχομεν $Z = \frac{A+1}{2}$, καί συνεπῶς ἡ σχέσις (2.10) καθίσταται:

$$\Delta E = \frac{3}{5}\,\frac{e^2}{r_0}\,A^{2/3} \qquad (2.11).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.11) προκύπτει ὅτι εἰς διάγραμμα $\Delta E = f(A^{2/3})$ θά ἔχωμεν εὐθεῖαν, ἐκ τῆς κλίσεως τῆς ὁποίας προκύπτει ἡ τιμή τῆς $r_0 = 1,3$F Σχῆμα (2.5).

Εἰς ὅλας τάς περιπτώσεις ἐθεωρήθη ὅτι τό σχῆμα τοῦ πυρῆνος εἶναι σφαιρικόν. Ἐν τούτοις ἀποκλίσεις ἐκ τοῦ

σφαιρικοῦ σχήματος διεπιστώθησαν εἰς πολλούς πυρῆνας.




Σχ. 2.5. Πειραματικῶς προσδιορισθεῖσαι τιμαί τῆς διαφορᾶς ἐνεργείας $\Delta E = f(1/2\ A^{2/3})$.

## 2.3. Μεσονικά ἄτομα καί ἀκτίς τοῦ πυρῆνος.

Εἶναι δυνατόν $\mu^-$-μεσόνια, ἑλκόμενα ὑπό τοῦ πεδίου Coulomb τοῦ πυρῆνος, νά τεθοῦν εἰς τροχιάν τοῦ ἀτόμου, κατ'ἀναλογίαν πρός τά τροχιακά ἠλεκτρόνια, καί νά σχηματίσουν ἄτομα καλούμενα μεσονικά ἄτομα. Ἡ ἐκπομπή X-ἀκτινοβολίας κατά τήν μετάπτωσιν ἑνός $\mu^-$-μεσονίου, ἐκ

τινος ὑψηλοτέρας ἐνεργειακῆς στάθμης, εἰς στάθμην μικροτέρας ἐνεργείας, εἶναι ἀνάλογος πρός τήν συνήθη μετάπτωσιν ἑνός ἠλεκτρονίου, μέ τήν διαφοράν ὅτι ἡ ἐνέργεια ταύτης εἶναι ἀρκετά μεγαλυτέρα.

Ἡ μέση διάρκεια ζωῆς ἑνός βαρέος μεσονικοῦ ἀτόμου εἶναι περίπου $10^{-6}$ - $10^{-8}$ sec. Ἡ ἐνέργεια τοῦ μεσονίου εἰς τήν τροχιάν μέ κύριον κβαντικόν ἀριθμόν n, δίδεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως τοῦ Bohr:

$$E_n = -\frac{m_\mu . Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{207 m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \qquad (2.12)$$

ἔνθα $m_\mu = 207\ m_e$ εἶναι ἡ μᾶζα ἑνός μ-μεσονίου καί $m_e$ = ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, $\hbar = h/2\pi$ . Διά Z=10, ἡ ἐνέργεια μεταπτώσεως, εἰς τήν ἀμέσως κατωτέραν στάθμην, εἶναι τῆς τάξεως μερικῶν ἑκατοντάδων KeV, ἐνῶ διά Z=50 φθάνει τό MeV. Ὁ πίναξ (2.1) δίδει μερικάς πειραματικάς τιμάς ὡρισμένων μεσονικῶν ἀτόμων.

Πίναξ 2.1

Ἐνέργειαι $\mu^-$- καί $e^-$-μεταπτώσεων $2p \longrightarrow 1S$

| Ἄτομον | Ἐνέργεια $\mu^-$-μεταπτώσεων KeV | Ἐνέργεια $e^-$-μεταπτώσεων KeV |
|---|---|---|
| Al | 350 | |
| Ti | 955 | 4,95 |
| Cu | 1550 | 8,96 |
| Sb | 3500 | 30,35 |
| Pb | 6020 | 88 |

Εἰς τόν πίνακα τοῦτον παρέχονται, πρός σύγκρισιν, αἱ ἀντίστοιχοι τιμαί δι' ἠλεκτρονικάς μεταπτώσεις.

Ἡ κλασσική ἀκτίς τῆς τροχιᾶς μέ κβαντικόν ἀριθμόν n, εἰς τά μεσονικά ἄτομα, εἶναι:

$$r = \frac{n^2 \hbar^2}{Z m_\mu e^2} \qquad (2.13)$$

Ἡ τροχιά δηλαδή K τοῦ μεσονικοῦ ἀτόμου, λόγῳ τῆς μεγάλης μάζης τοῦ $\mu^-$-μεσονίου, εἶναι 207 φοράς περίπου μικροτέρα τῆς τροχιᾶς K ἑνός ἠλεκτρονίου.
Διά n=1 καί Z=82 προκύπτει $r = 3{,}07.10^{-13}$ cm, ἤτις εἶναι μικροτέρα τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνος τοῦ Pb, $(8.10^{-12}$ cm). Δηλαδή τό μ-μεσόνιον δαπανᾷ ἓν μεγαλύτερον ποσοστόν χρόνου ἐντός τοῦ πυρῆνος ἤ ἓν ἠλεκτρόνιον τῆς K-τροχιᾶς. Ἡ μεγάλη πιθανότης νά εὑρίσκεται ἓν μεσόνιον ἐντός τοῦ πυρῆνος σημαίνει ὅτι ἡ δυναμική ἐνέργεια τῶν μ-μεσονίων εἰς τήν τροχιάν K εἶναι εὐαίσθητος εἰς μεταβολάς τῶν ἰδιοτήτων τοῦ πυρῆνος ὡς μεγέθους, συμμετρίας κλπ.

Ὁ βαθμός καθ' ὅν ἡ ἐνέργεια αὕτη τροποιεῖται, ἀναφαίνεται εἰς τήν ἐνέργειαν καί τήν ἔντασιν τῆς ἐκπεμπομένης X-ἀκτινοβολίας ἤ ἠλεκτρονίων Auger κατά τάς μεταπτώσεις ἀπό τήν τροχιάν L εἰς τήν τροχιάν K. Ἐκ τῶν διαφόρων μετρήσεων εὑρέθη ὅτι ἡ ἀκτίς τοῦ πυρῆνος δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως (2.4) μέ $r_0 = 1{,}2$F. Ἡ συμπεριφορά αὕτη τῶν μεσονικῶν ἀτόμων εἶναι εὐαίσθητος ὡς πρός τήν πυκνότητα φορτίου ἐντός τοῦ πυρῆνος, ἐνῶ πλεῖσται τῶν ἄλλων μεθόδων ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν συνθηκῶν ἐπί τῆς ἐπιφανείας.

Ὁ σχηματισμός μεσονικοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου, δύναται νά προκαλέσῃ καταλυτικάς ἀντιδράσεις, ὑπό ὡρισμένας συνθήκας: Π.χ.

$$H + \mu^- + D \longrightarrow {}^3He + \mu^- \qquad (2.14)$$

ἔνθα ἡ ἐκλυομένη ἐνέργεια (5,5 MeV) μεταφέρεται ὑπό τῶν μ-μεσονίων ὅπως διεπιστώθη ὑπό τοῦ Alvarez εἰς θάλαμον φυσαλλίδων. Ἡ καταλυτική αὕτη ἀντίδρασις δυνατόν νά λαμβάνη χώραν εἰς τά ἑξῆς στάδια:

$$\Pi + \mu^- \longrightarrow H\mu^- \qquad (2.15)$$

$$H\mu^- + D \longrightarrow \Pi + D\mu^- \qquad (2.16)$$

$$D\mu^- + \Pi \longrightarrow HD\mu^- \qquad (2.17)$$

$$HD\mu^- \longrightarrow {}^3He + \mu^- \qquad (2.18)$$

Γενικῶς ἡ σύλληψις $\mu^-$-μεσονίου ὑπό τοῦ πυρῆνος δύναται νά δώση ἐνδιαφερούσας χημικάς πληροφορίας, ἀλλά τό μέγα μειονέκτημα εἶναι ἡ μικρά διάρκεια ζωῆς τῶν μεσονικῶν ἀτόμων.

## 2.4. Πρότυπον ἀερίου Fermi:

Τό βάθος τοῦ φρέατος δυναμικοῦ ὑπολογίζεται, κατά προσέγγισιν ἐάν θεωρήσωμεν τόν πυρῆνα ὡς ἀέριον ἐκ p καί n ἐντός σφαίρας ἀκτῖνος R. Τό ἀέριον τοῦτο θεωρεῖται ὅτι εὑρίσκεται εἰς τήν κατωτέραν ἐνεργειακήν κατάστασιν ἤτοι εἰς τήν θερμοκρασίαν $0^oK$. Κατά τήν ἀρχήν τῆς ἀβεβαιότητος ἔχομεν

$$\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = h^3$$

ἔνθα $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ = ἀβεβαιότητες θέσεως καί $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ = ἀβεβαιότητες τῆς ὁρμῆς. Ἀλλά $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = V$ = ὄγκος πυρῆνος. Ἄρα $\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = h^3/V$ = στοιχειώδης ὄγκος εἰς τόν χῶρον τῶν ὁρμῶν. Κατά συνέπειαν σφαῖρα ἀκτῖνος $p_f$ εἰς τόν χῶρον τῶν ὁρμῶν, περιέχει $\frac{4}{3}\pi p_f^3 \frac{V}{h^3}$ κυψελίδας εἰς $0^oK$. Διά τό ἀέριον ἰσχύει ἡ ἀπαγορευτική ἀρχή τοῦ Pauli καί ἐπομένως, ἐφ' ὅσον ἔχομεν N νετρόνια, ὁ ἀριθμός τῶν κατειλημμένων κυψελίδων εἶναι N/2. Ἤτοι $\frac{4}{3}\pi p_f^3 \frac{V}{h^3} = \frac{N}{2}$

Βάσει τῆς σχέσεως $E_f = \frac{p_f^2}{2M}$, ἔνθα M= ἡ μᾶζα τοῦ νετρονίου, εὑρίσκομεν

$$E_f = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3}\frac{h^2}{M}$$

Θεωροῦμεν κατά προσέγγισιν $N=Z=\frac{A}{2}$. Ἔχομεν ἐπίσης $V=\frac{4}{3}\pi R^3$, καί $R=r_0 A^{1/3}$ $(r_0 \approx 1,3F)$. Ἀντικαθιστῶντες καί θέτοντες τάς ἀριθμητικάς τιμάς εὑρίσκομεν $E_f \approx 28MeV$. Δηλαδή τό βάθος τοῦ φρέατος δυναμικοῦ εἶναι τῆς τάξεως τῶν 30 MeV.

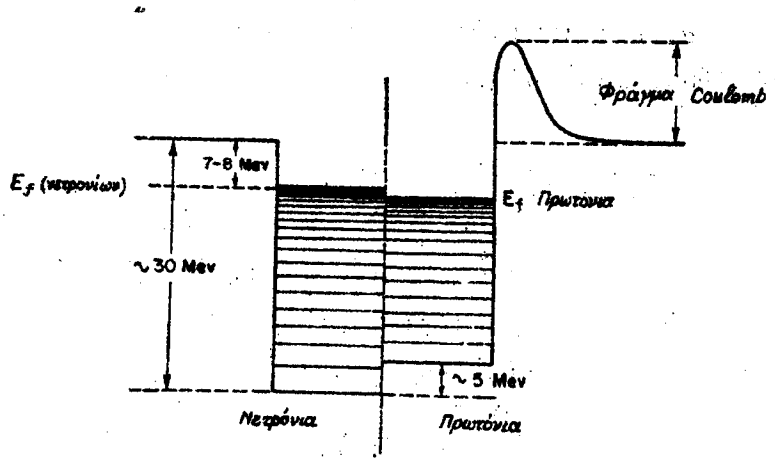
2.5. Πυκνότης σταθμῶν ἐνεργείας:

Ἡ πυκνότης τῶν σταθμῶν ἐνεργείας, ἐν συσχετισμῷ πρός τήν ἐνέργειαν διεγέρσεως, E, παρέχεται, εἰς τό πρότυπον ἀερίου Fermi, ὑπό τῆς προσεγγιστικῆς σχέσεως $\rho = ce^{2\sqrt{aE}}$ ἔνθα c καί α=σταθεραί ἐξαρτώμεναι ἐκ τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ. Συνεπῶς ἡ πυκνότης τῶν σταθμῶν ἐνεργείας αὐξάνει μέ αὔξησιν τοῦ E, σχ. (2.6) καί (5.2).

2.6. Φρέαρ δυναμικοῦ.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς μελέτης τῆς σκεδάσεως πρωτονίων καί νετρονίων ἐπί πυρήνων προκύπτει, ἐν γενικαῖς γραμμαις, ὅτι τό φρέαρ δυναμικοῦ τῶν πυρήνων ἔχει βάθος περίπου 30MeV. Δι' ἕν πρωτόνιον, προσεγγίζον πυρῆνα οὐρανίου, τό ὕψος τοῦ φράγματος δυναμικοῦ εἶναι περίπου 13MeV. Ἡ ἐνέργεια ἥτις ἀπαιτεῖται διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἑνός νουκλεονίου ἐκ τοῦ πυρῆνος εἶναι, ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, περίπου 7-8 MeV. Τοῦτο ὅμως σημαίνει ὅτι τά νουκλεόνια ἐντός τοῦ φρέατος δυναμικοῦ, ἤτοι τοῦ πυρῆνος, δέν κεῖνται ἅπαντα εἰς τόν πυθμένα τοῦ φρέατος. Εἰς τήν πραγματικότητα καταλαμβάνουν σειράν διακεκριμένων ἐνεργειακῶν σταθμῶν. Ταῦτα παρίστανται εἰς τό σχῆμα (2.6). Λόγῳ τῆς ὑπάρξεως ἠλεκτροστατικῶν ἀπώσεων μεταξύ τῶν πρωτονίων, ὄχι ὅμως καί μεταξύ τῶν νετρονίων, τό βάθος τοῦ φρέατος δυναμικοῦ διά τά πρωτόνια εἶναι μικρότερον τοῦ βάθους διά τά νετρόνια. Ἡ $E_f$ παριστᾶ τήν ὑψηλοτέραν ἐνεργειακῶς στάθμην ἥτις περιέχει νουκλεόνια. Ἕν νουκλεόνιον εὑρισκόμενον εἰς τήν στάθμην $E_f$, δύναται νά ἀπομακρυνθῇ

εὐκολώτερον ἐφ' ὅσον κατέχει ἤδη τήν μεγαλυτέραν ἐνέρ - γειαν. Ἡ ἀπαιτουμένη ἐνέργεια διά τήν ἀπομάκρυνσιν ἑ- νός νουκλεονίου ἐκ τῆς στάθμης $E_f$ ἰσοῦται μέ τήν ἐνέρ- γειαν συνδέσεως τοῦ νουκλεονίου τούτου εἰς τόν πυρῆνα




Σχ. 2.6. Φρέαρ δυναμικοῦ καί ἐνεργειακαί στά- θμαι διά τά πρωτόνια καί νετρόνια.

καί εἶναι, ὡς εἴδομεν, περίπου 7-8 MeV. Συνεπῶς ἡ $E_f$ κεῖται περίπου 7-8 MeV κάτωθεν τῆς μηδενικῆς δυναμικῆς ἐνεργείας. Ἡ $E_f$ διά τά πρωτόνια δέν εἶναι ἀκριβῶς ἴση μέ τήν $E_f$ ἀλλά διαφέρει ὀλίγον ταύτης, κειμένη εἰς τό σχῆμα, ὀλίγον ὑψηλότερον. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις ἡ σει- ρά δύναται νά εἶναι ἀντεστραμμένη. Τό εὖρος τοῦ φρέατος παριστᾷ τήν διάμετρον τοῦ πυρῆνος.

## 2.7. Στροφορμή - Spin πυρῆνος.

Τό 1913 ὁ Bohr, ἐφαρμόσας τήν κβαντικήν θεωρίαν εἰς τό πρότυπον τοῦ ἀτόμου τοῦ Rutherford, ἐδέχθη ὅτι ὑπάρ-

χουν ὡρισμέναι τροχιαί ἠλεκτρονίων αἵτινες εἶναι σταθεραί, ὑπό τήν ἔννοιαν ὅτι τά ἠλεκτρόνια εἰς τάς τροχιάς ταύτας δέν ἐκπέμπουν ἐνέργειαν. Εἰς τοιαύτας τροχιάς τά ἠλεκτρόνια διατηροῦν τήν ἐνέργειαν ἐπ' ἄπειρον. Ἑκάστη τροχιά ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένην ἐνέργειαν τοῦ ἀτόμου. Τά ἠλεκτρόνια δύνανται νά ἀπορροφήσουν ἤ νά ἀποβάλουν ἐνέργειαν μόνον διά μεταπτώσεως ἐκ μιᾶς τροχιᾶς εἰς τήν ἄλλην. Αἱ ἐπιτρεπόμεναι τροχιαί, εἰς τάς ὁποίας εὑρισκόμενον ἓν ἠλεκτρόνιον δέν ἐκπέμπει ἐνέργειαν, εἶναι ἐκεῖναι εἰς τάς ὁποίας ἡ τροχιακή στροφορμή εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ $h/2\pi$.

ἤτοι: $$P=mvr=n\frac{h}{2\pi}=n\hbar \qquad (2.19)$$

ἔνθα $n=1,2,3,\ldots$ καί $\frac{h}{2\pi}=\hbar$

Γενικῶς ὅμως εἶναι δυναταί ὄχι μόνον κυκλικαί τροχιαί ἀλλά καί ἐλλειπτικαί. Εἰς ταύτας ἡ ταχύτης δέν εἶναι, γενικῶς, κάθετος ἐπί τήν ἐπιβατικήν ἀκτῖνα καί οὕτως ἔχομεν δύο συνιστώσας ταχύτητος, μίαν ἀκτινικήν καί μίαν ἀζιμουθιακήν κάθετον ἐπί τήν πρώτην. Συνεπῶς ἔχομεν δύο συνιστώσας τῆς ὁρμῆς τάς $P_r$ καί $P_\varphi$. Ὁ Sommerfeld δέχεται, κατά πλέον γενικευμένον τρόπον ἐναντι τῆς θεωρίας τοῦ Bohr, ὅτι τό ὁλοκλήρωμα δράσεως $\oint p_i\,dq_i$, διά τό χρονικόν διάστημα μιᾶς πλήρους διαδρομῆς τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς κλειστῆς ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς, εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ h, ἤτοι

$$\oint p_i\,.\,dq_i=n_i h \qquad (2.20)$$

ἔνθα $p_i$ συζυγής ὁρμή ἐξηρτημένη ἐκ τῆς ἀντιστοίχου συντεταγμένης $q_i$.

Οὕτω διά τήν $p_\varphi$ ἔχομεν:

$$\int_0^{2\pi} p_\varphi \, d\varphi = p_\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi p_\varphi = kh \qquad (2.21)$$

ἔνθα φ=ἡ γωνία περιστροφῆς καί k = ἀζιμουθιακός κβαντικός ἀριθμός = 1,2,3.

Ἤτοι, ὡς προηγουμένως, ἡ τροχιακή στροφορμή εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ h. Ἐν τούτοις, διά τήν ἔλλειψιν, ἡ ἐπιβατική ἀκτίς r δέν εἶναι σταθερά καί συνεπῶς ἔχομεν ἐκ τῆς (2.20) τήν πρόσθετον συνθήκην

$$\oint p_r \, dr = n_r h \qquad (2.22)$$

ἔνθα $n_r$= ἀκτινικός κβαντικός ἀριθμός =0,1,2...

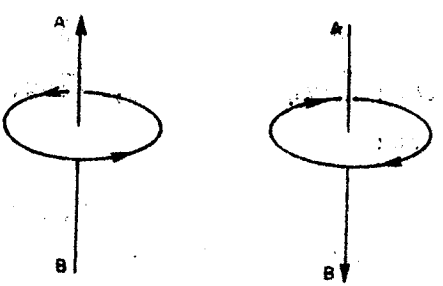
Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός $n=k+n_r$.

Τό k δύναται νά λαμβάνῃ τάς τιμάς 1,2...n, ἀλλ' ὄχι τήν τιμήν μηδέν, καθ' ὅσον θά ἐσήμαινεν εὐθεῖαν διερχομένην διά τοῦ πυρῆνος. Συνεπῶς $n \geqq k$. Διά n=k ἔχομεν τήν σχέσιν (2.19).

Κατά τήν κυματομηχανικήν ἤτις, ἀντί τῆς τροχιᾶς, εἰσάγει τήν ἔννοιαν τῆς κυματικῆς συναρτήσεως, τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς p, εἶναι $h\sqrt{l(l+1)}$ ἤ κατά προσέγγισιν lh,

ἔνθα l = κβαντικός ἀριθμός λαμβάνων τάς τιμάς 0,1,2...

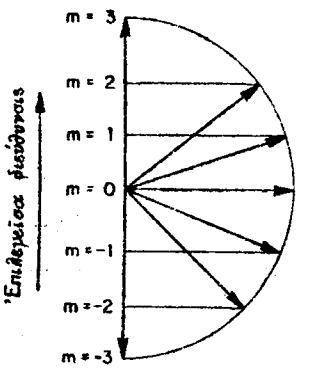
Ἡ τροχιακή στροφορμή εἶναι ἀνυσματικόν μέγεθος Σχ.(2.7)




Σχ. 2.7. Ἀνυσματική παράστασις τῆς στροφορμῆς.

Τό μῆκος AB παριστᾷ τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος καί ὡς διεύθυνσις ἐξελέγη, αὐθαιρέτως, ἡ διεύθυνσις καθ' ἥν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας περιστρεφόμενος κατά τήν αὐτήν διεύθυνσιν ὡς τό σωμάτιον.

Ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἐξωτερικοῦ μαγνητικοῦ πεδίου οἱ δυνατοί προσανατολισμοί τοῦ ἀνύσματος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς κβαντώσεως τῆς κατευθύνσεως τῆς στροφορμῆς, εἶναι ὡρισμένοι, οὕτως ὥστε ἡ προβολή τούτου ἐπί τήν διεύθυνσιν τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου δύναται νά λαμβάνῃ μόνον τάς τιμάς $m\hbar$ ἔνθα $m$ = μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός = $-l \ldots 0 \ldots +l$. Τό $m$ δύναται νά λαμβάνῃ οἱανδήποτε τιμήν ἐκ τῶν $(2l+1)$ διαφόρων τιμῶν καί εἰς ἑκάστην τιμήν τοῦ $m$ ἀντιστοιχεῖ διάφορος ἐνέργεια. Τό σχῆμα (2.8) δίδει τάς 7 δυνατάς τιμάς τῆς προβολῆς τοῦ ἀνύσματος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς διά $l=3$.




Σχ. 2.8. Αἱ $(2l+1)=7$ δυναταί τιμαί τῆς προβολῆς τοῦ ἀνύσματος τῆς στροφορμῆς ὡς πρός δεδομένην διεύθυνσιν. $l = 3$.

Ἐκ φασματοσκοπικῶν δεδομένων ἐγένετο δεκτόν ὅτι τό ἠλεκτρόνιον, πέραν τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς, ἔχει καί στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, ἥτις καλεῖται συνήθως spin τοῦ ἠλεκτρονίου. Τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος τοῦ spin τοῦ ἠλεκτρονίου, $P_s$, εἶναι $\hbar\sqrt{s(s+1)}$, ἔνθα $s=\frac{1}{2}$. Οἱ δυνατοί προσανατολισμοί τοῦ ἀνύσματος τούτου ὡς πρός δεδομένην διεύθυνσιν π.χ. τήν διεύθυνσιν τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, εἶναι δύο, ἀντιστοιχοῦντες εἰς τάς τιμάς $m_s\hbar$ ἔνθα $m_s=\pm 1/2$. Κατά ταῦτα τό περί τόν πυρῆνα περιστρεφόμενον ἠλεκτρόνιον ἔχει δύο στροφορμάς $\vec{P}=\vec{l}$ καί $\vec{P}_s=\vec{s}$ καί ἄρα ἡ ὁλική στροφορμή τούτου, $\vec{J}$, εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ἀνυσμάτων

τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς καί τῆς στροφορμῆς ἐξ ἰδίας περιστροφῆς (spin).

$$\vec{J} = \vec{I} + \vec{s} \qquad (2.23)$$

Τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς εἶναι $\hbar\sqrt{j(j+1)}$ ἤ κατά προσέγγισιν $j\hbar$, ἔνθα j=ὁ κβαντικός ἀριθμός τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς = 1+ 1/2 ἤ 1- 1/2.

Οὕτω διά $J=\frac{5}{2}$ ἔχομεν, $\sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+1\right)}=\sqrt{\frac{35}{4}}=2{,}958$ εἰς μονάδας ħ. Διά δέ $J=\frac{3}{2}$, $\sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}=\sqrt{\frac{15}{4}}=1{,}936$ εἰς μονάδας ħ. Ἡ διαφορά εἶναι 2,958-1,936=1,022 ἐνῶ $\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$.

Ἐφ' ὅσον αἱ διαφοραί, κατά τόν συνδυασμόν τῶν ἀνυσμάτων, δέν εἶναι μεγάλαι, χρησιμοποιοῦνται συνήθως αἱ ἁπλουστευμέναι τιμαί αὐτῶν.

Παρουσίᾳ ἐξωτερικοῦ μαγνητικοῦ πεδίου τό ἄνυσμα τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς προσανατολίζεται κατά (2j+1) διευθύνσεις οὕτως ὥστε ἡ προβολή τούτου, κατά τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου νά λαμβάνῃ τιμάς καθοριζομένας ἀπό τόν μαγνητικόν κβαντικόν ἀριθμόν τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς

$$m_j = j,\ J-1,..0,..,-J$$

Κατά συνέπειαν καταστάσεις τοῦ αὐτοῦ J, ἀλλά διαφόρου $m_j$, ἀντιστοιχοῦν εἰς διάφορον ἐνέργειαν. Ἡ παραδοχή ὅτι καί οἱ πυρῆνες ἔχουν spin προέκυψεν ἐκ τῆς μελέτης τῆς ὑπερλεπτῆς ὑφῆς τῶν φασματικῶν γραμμῶν. Διεπιστώθη δηλαδή ὅτι ἡ διάσπασις αὕτη δέν ὀφείλετο εἰς τήν διάφορον μᾶζαν τῶν ἰσοτόπων τοῦ στοιχείου (μολονότι τοιοῦτον ἰσοτοπικόν φαινόμενον ἐπίσης παρατηρεῖται), καθ' ὅσον παρετηρεῖτο αὕτη καί εἰς μονοϊσότοπα στοιχεῖα. Κατ' ἀναλογίαν πρός τά ἠλεκτρόνια, δεχόμεθα ὅτι καί τά

νουκλεόνια ἔχουν στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, spin, τό μέγεθος τῆς ὁποίας εἶναι $\hbar\sqrt{s(s+1)}$. Ὁ κβαντικός ἀριθμός, s, ἔχει, διά τά πρωτόνια καί νετρόνια καί γενικῶς δι' ὅλα τά σωμάτια τά ὁποῖα ἀκολουθοῦν τήν στατιστικήν Fermi-Dirac, τήν τιμήν 1/2. Πέραν ὅμως τῆς στροφορμῆς ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, spin, τά νουκλεόνια δύνανται νά ἔχουν καί τροχιακήν στροφορμήν λόγῳ τῆς κινήσεώς των ἐπί ὡρισμένων τροχιῶν ἐντός τοῦ πυρῆνος. Τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος τούτου εἶναι $\hbar\sqrt{l(l+1)}$, ἔνθα l= κβαντικός ἀριθμός δυνάμενος νά ἔχη ἀκεραίας τιμάς 0,1,2,3,...εἰς τάς ὁποίας δίδονται τά σύμβολα, ἐκ τῆς ἀτομικῆς φασματοσκοπίας s,p,d,f... Ἡ ὁλική στροφορμή ἑνός νουκλεονίου, πρωτονίου ἤ νετρονίου, εἶναι κατά τά προηγούμενα, τό ἀνυσματικόν ἄθροισμα τῶν δύο τούτων ἀνυσμάτων, $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$. Τό μέγεθος τοῦ ἀνύσματος τούτου εἶναι $\hbar\sqrt{J(J+1)}$. Συνήθως ἀντί τῶν ἀνυσμάτων χρησιμοποιοῦμεν τούς κβαντικούς ἀριθμούς J,l,s. Οὕτω γράφομεν $J = l + s$.

Διά l=0 ,ὡς εἰς ἕν ἐλεύθερον πρωτόνιον ἤ νετρόνιον, ἡ ὁλική στροφορμή τοῦ νουκλεονίου δύναται νά ἔχη μόνον τήν τιμήν 1/2. Ἤτοι ἡ ὁλική στροφορμή ἑνός νουκλεονίου, ὅπερ δέν ἔχει τροχιακήν στροφορμήν, εἶναι αὐτή αὐτη ἡ στροφορμή ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, spin, τοῦ νουκλεονίου. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην, ἡ χρησιμοποίησις τῆς λέξεως spin διά τό νουκλεόνιον εἶναι ὀρθή. Ἀλλ' ὅταν ἀναφερώμεθα εἰς πυρῆνα μέ περισσότερα τοῦ ἑνός νουκλεόνια, ἡ ἔννοια "spin τοῦ πυρῆνος" ἀναφέρεται εἰς τήν ὁλικήν στροφορμήν τούτου, ἤτοι τήν τροχιακήν στροφορμήν καί τήν στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, spin, τούτου, καί ὄχι μόνον εἰς τήν στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς. Ὅταν λοιπόν εἰς

πυρήν περιέχη δύο ή περισσότερα νουκλεόνια, ταῦτα διατάσσονται εἰς στάθμας αἵτινες καλοῦνται ἐνεργειακαί στάθμαι τοῦ πυρῆνος. Ἡ ὁλική στροφορμή ἑκάστου νουκλεονίου προστίθεται πρός σχηματισμόν τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς τοῦ πυρῆνος $\vec{I}$, τό μέγεθος τῆς ὁποίας εἶναι $\hbar\sqrt{I(I+1)}$, ἔνθα: I = κβαντικός ἀριθμός τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς, ὅστις συνήθως χαρακτηρίζεται ὡς τό spin τοῦ πυρῆνος, μέ τιμάς 0, $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$ ... Ὁ τρόπος τῆς συζεύξεως τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος ἀναπτύσσεται εἰς τό ὑπόδειγμα στιβάδων τοῦ πυρῆνος. Ἐφ'ὅσον τό πρωτόνιον καί τό νετρόνιον ἔχουν spin $s=\frac{1}{2}$, καί ἐφ'ὅσον ὁ κβαντικός ἀριθμός 1 δύναται νά λάβῃ τιμάς 0,1,2,3..., ἕπεται ὅτι πυρῆνες, περιέχοντες ἄρτιον ἀριθμόν νουκλεονίων, ἤτοι πυρῆνες, μέ μαζικόν ἀριθμόν A=ἄρτιον, θά ἔχουν I εἴτε μηδέν, εἴτε ἀκέραιον ἀριθμόν. Ἐπί παραδείγματι, ὁ πυρήν τοῦ $^{12}C$ ἔχει 6 πρωτόνια καί 6 νετρόνια, ἤτοι ἄρτιον ἀριθμόν νουκλεονίων καί συνεπῶς A=ἄρτιον. Τό spin τοῦ πυρῆνος $^{12}C$ εἶναι μηδέν. Ὁ πυρήν τοῦ δευτερίου περιέχει ἕν πρωτόνιον καί ἕν δευτερόνιον. Ὁ μαζικός ἀριθμός A=2 εἶναι ἄρτιος ἀριθμός. Τό spin τοῦ πυρῆνος τοῦ δευτερίου εἶναι ἕνα. Τό spin τοῦ πυρῆνος τοῦ $^{14}N$, ἀποτελουμένου ἀπό 7 πρωτόνια καί 7 νετρόνια (A= ἄρτιος) εἶναι 1. Πυρῆνες οἵτινες ἔχουν περιττόν μαζικόν ἀριθμόν (A=περιττός) ἔχουν spin πάντοτε ἡμιακέραιον. Οὕτω τό spin τοῦ $^{13}C$ περιέχοντος 6 πρωτόνια καί 7 νετρόνια (A=13 περιττός) εἶναι 1/2. Τό spin τοῦ πυρῆνος H (πρωτόνιον) εἶναι 1/2. Γενικῶς λοιπόν ἰσχύει ὅτι, διά:

A=ἄρτιος ἀριθμός  I=0,1,2,3...  (2.24)

καί διά  A=περιττός ἀριθμός  $I=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\cdots$ (2.25)

Μία ἐπέκτασις τοῦ κανόνος τούτου, εὐρεθεῖσα πειραματικῶς ὡς ἰσχύουσα πάντοτε, εἶναι ὅτι οἱ εἰς τήν βασικήν ἐνεργειακήν κατάστασιν πυρῆνες τύπου α-α, ἤτοι πυρῆνες ἔχοντες ἄρτιον ἀριθμόν πρωτονίων καί ἄρτιον ἀριθμόν νετρονίων, ἔχουν spin πάντοτε μηδέν. Τοῦτο βεβαίως ἀποτελεῖ εἰδικήν περίπτωσιν τοῦ κανόνος ὅτι πυρῆνες μέ A=ἄρτιον, ἔχουν spin 0,1,2,3,... Ἐπί παραδείγματι, ὁ $^{12}C$ εἶναι πυρήν τύπου α-α καί συνεπῶς ἔχει spin μηδέν. Ἡ μεγαλυτέρα τιμή spin πυρῆνος εἰς τήν βασικήν κατάστασιν εὑρέθη ὅτι εἶναι 7 (π.χ. διά τό $^{176}Lu$, ραδιενεργόν πυρῆνα τύπου π-π) καί 9/2 (π.χ. διά τό $^{179}Hf$, σταθερόν πυρῆνα τύπου α-π). Τό ὅτι ἡ τιμή αὕτη τοῦ spin εἶναι λίαν μικρά ἔναντι τοῦ A/2, ὑποδηλοῖ ὅτι τά spin τῶν πλείστων νουκλεονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος ἀλληλοεξουδετεροῦνται. (Ὑπόδειγμα στιβάδων πυρῆνος).

Τό spin ἑνός πυρῆνος εὑρισκομένου εἰς διηγερμένην κατάστασιν δύναται νά εἶναι διάφορον τοῦ spin τοῦ πυρῆνος τούτου εὑρισκομένου εἰς τήν βασικήν κατάστασιν, ἀλλά καί ἐνταῦθα ἰσχύει ὁ προαναφερθείς κανών.

Ὁ προηγούμενος κανών (πυρῆνες μέ A=ἄρτιον ἔχουν spin 0,1,2,3... καί πυρῆνες μέ A=περιττόν ἔχουν spin 1/2, 3/2, 5/2 ...) ἀπετέλεσε μίαν ἐκ τῶν αἰτιῶν διά νά ἀπορριφθῇ ἡ ἀντίληψις ὅτι ὁ πυρήν συνίσταται ἐκ πρωτονίων καί ἠλεκτρονίων. Ἐάν δεχθῶμεν ὅτι ὁ πυρήν ἔχει θετικόν φορτίον Z, πρέπει νά ἔχωμεν εἰς τόν πυρῆνα πρωτόνια, ἴσα εἰς ἀριθμόν πρός τόν ἀτομικόν ἀριθμόν, καί ἀπό μή ἴσον ἀριθμόν πρωτονίων καί ἠλεκτρονίων οὕτως ὥστε νά ἔχωμεν τήν ἐπί πλέον ἀπαραίτητον μᾶζαν τοῦ πυρῆνος ἄνευ προσθέτου φορτίου. Ἐάν λοιπόν p εἶναι τά πρωτό-

νια τοῦ πυρῆνος, ὁ ὁλικός ἀριθμός τῶν πρωτονίων καί ἠλεκτρονίων τοῦ πυρῆνος θά εἶναι:

$$p + p - Z = 2p - Z \qquad (2.26).$$

Ὁ ἀριθμός τῶν ἠλεκτρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος εἶναι (p-Z) τό δέ φορτίον τοῦ πυρῆνος $p-(p-Z)=Z$ (2.27).

Δεδομένου ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι λίαν μικρά ἐν σχέσει πρός τήν μᾶζαν τοῦ πρωτονίου, ἕπεται ὅτι ὁ μαζικός ἀριθμός Α ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμόν τῶν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος, ἤτοι A=p. Κατά συνέπειαν ἡ (2.26) γράφεται

$$2p - Z = 2A - Z \qquad (2.28).$$

Δηλαδή εἴτε ὁ μαζικός ἀριθμός εἶναι ἄρτιος εἴτε περιττός, τό spin τοῦ πυρῆνος θά ἐξαρτᾶται πάντοτε ἐκ τοῦ Z. Διά τό $^{14}_{7}N$ ἔχομεν κατά τά ἀνωτέρω, 2.14-7=21 σωμάτια (14 πρωτόνια καί 7 ἠλεκτρόνια) καί συνεπῶς τό spin τοῦ πυρῆνος τοῦ $^{14}N$ θά ἔπρεπε νά ἦτο ἡμιπεριττός ἀριθμός. Ἐκ τοῦ πειράματος ὅμως εὑρέθη ὅτι τό spin τοῦ $^{14}_{7}N$ εἶναι 1. Ἡ ἀντινομία αὕτη ἐξηγεῖται ἄν δεχθῶμεν ὅτι ἐντός τοῦ πυρῆνος δέν ὑπάρχουν ἠλεκτρόνια. Ἐξ ἄλλου, 7 πρωτόνια καί 7 νετρόνια δίδουν Α=ἄρτιον καί συνεπῶς ἔχουν spin ἀκέραιον. Ὑπάρχουν ὅμως καί ἄλλοι λόγοι οἵτινες συνηγοροῦν ὑπέρ τῆς ἀπόψεως ὅτι δέν ὑπάρχουν ἠλεκτρόνια ἐντός τοῦ πυρῆνος.

## 2.8. Μαγνητική ροπή ἠλεκτρονίου.

Εἶναι γνωστόν ὅτι ἕκαστον μαγνητικόν δίπολον χαρακτηρίζεται ἀπό τήν μαγνητικήν αὐτοῦ ροπήν, μ, ἴσην πρός τό γινόμενον τῆς ποσότητος μαγνητισμοῦ τοῦ ἑνός πόλου, m, ἐπί τήν ἀπόστασιν αὐτοῦ ἀπό τοῦ ἑτέρου, L, ἤτοι

$$\mu = m.L \qquad (2.29).$$

Εἷς κυκλικός ἀγωγός ἀκτῖνος r, διαρρεόμενος ὑπό ἠλεκτρικοῦ ρεύματος ἐμφανίζει μαγνητικήν ροπήν.

$$\mu = i.S = i\pi r^2 \qquad (2.30)$$

ἔνθα i=ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος, καί $S=\pi r^2$= τό ἐμβαδόν τῆς ἐπιφανείας. Ἡ κίνησις ἠλεκτρονίου διατρέχοντος τήν τροχιάν τούτου περί τόν πυρῆνα ἐντός χρόνου T, ἰσοδυναμεῖ μέ ρεῦμα ἐντάσεως $i=\frac{q}{t}=\frac{-e}{T}$ .

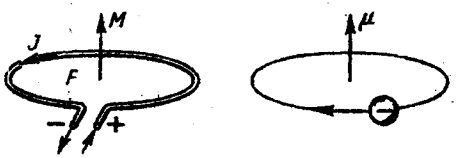
Ἡ ἐμφανιζομένη μαγνητική ροπή, κατά τήν σχέσιν (2.30) θά εἶναι

$$\mu = \frac{-e}{T}\pi r^2 \qquad (2.31)$$

Δεδομένου ὅτι μεταξύ γωνιακῆς ταχύτητος καί περιόδου ἰσχύει ἡ σχέσις $\omega=\frac{2\pi}{T}$ ἕπεται ὅτι

$$\mu = -\frac{e\omega r^2}{2} \qquad (2.32).$$

Εἰς τό σχῆμα (2.9) παρατηροῦμεν ὅτι τά ἀνύσματα τῆς μαγνητικῆς ροπῆς διευθύνονται πρός τά ἄνω, καθ'ὅσον ἡ φορά τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος εἶναι, συμβατικῶς, ἀντίθετος τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ τροχιακή στροφορμή ἠλεκτρονίου κινουμένου ἐπί κυκλικῆς τροχιᾶς ἀκτῖνος r




Σχ. 2.9. Μαγνητική ροπή ρεύματος καί περιφερομένου ἠλεκτρονίου.

εἶναι:

$$P = M\omega = mr^2\omega \qquad (2.33)$$

ἔνθα m = μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, $M = mr^2$ ροπὴ ἀδρανείας καί ω=γωνιακή ταχύτης αὐτοῦ.

Ἐκ τῶν σχέσεων (2.32) καί (2.33) προκύπτει

$$\mu = \frac{-pe}{2m} \qquad (2.34).$$

Δεδομένου ὅτι 1ΗΣΜ-φορτίου ἰσοῦται πρός $\frac{1}{C}$ ΗΜΜ-φορτίου ἔνθα C=ἡ ταχύτης τοῦ φωτός, ἔπεται ὅτι ἡ μαγνητική ροπή, εἰς ἠλεκτρομαγνητικάς μονάδας, εἶναι

$$\mu = -\frac{pe}{2mC} \qquad (2.35).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.35) προκύπτει ὅτι ἡ μαγνητική ροπή εἶναι ἀνάλογος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς. Τό ἀρνητικόν σημεῖον ὑποδηλοῖ ὅτι ἡ μ καί ἡ p ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν (σχ. (2.9) καί (2.7)).

Ὁ λόγος $\mu/p = \gamma = -\frac{e}{2mC}$ (2.36)

καλεῖται γυρομαγνητικός λόγος.

Τό μέγεθος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς $P=\vec{l}$ εἰς τό ἄτομον δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως $\hbar\sqrt{l(l+1)}$ καί συνεπῶς ἔχομεν ἐκ τῆς (2.35)

$$\mu = -\frac{e}{2mC}\frac{h}{2\pi}\sqrt{l(l+1)} \qquad (2.37)$$

καί

$$|\mu| = \frac{eh}{4\pi mC}\sqrt{l(l+1)} \qquad (2.38)$$

Ὁ σταθερός παράγων $\frac{eh}{4\pi mC}$ εἰς τήν ἐξίσωσιν (2.38) ἀποτελεῖ τήν φυσικήν μονάδα τῆς μαγνητικῆς ροπῆς καί καλεῖται μαγνητόνη τοῦ Bohr, $\mu_B$, μέ τιμήν

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi mC} = 0,927.10^{-20} \text{ erg/gauss} \qquad (2.39)$$

Βάσει τῆς μονάδος ταύτης ἡ μαγνητική ροπή ἑνός τροχιακοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό ἄτομον δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$\mu_e = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \approx -\mu_B l \qquad (2.40)$$

Η μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου, ήτις οφείλεται εκ τό spin αύτου, δύναται νά υπολογισθή καθ'όμοιον τρόπον. Τό πείραμα δεικνύει ότι αύτη δέν είναι ημίσεια μαγνητόνη του Bohr, $\mu_z(S) = -\mu_B m_S = -\frac{1}{2}\mu_B$, άλλά μία μαγνητόνη. Δηλαδή άπό τά πειραματικά δεδομένα προκύπτει ότι ό λόγος μαγνητικής ροπής πρός τήν στροφορμήν αύτου, λόγω τής ιδίας περιστροφής του ηλεκτρονίου, είναι διπλάσιος του λόγου μ/p (2.35) ήτοι:

$$\mu_S = -\frac{2e}{2mC} P_S =$$

$$= -\frac{2eh}{4\pi mC}\sqrt{s(s+1)}$$

$$= -2\mu_B \sqrt{s(s+1)} \qquad (2.41)$$

Κατά συνέπειαν διά τήν μεγίστην τιμήν τής z-συνιστώσης, ήτις συνήθως ενδιαφέρει, θά έχωμεν:

$$\mu_z(S) = -2\mu_B m_S = -2\,\frac{1}{2}\mu_B = -1\mu_B \qquad (2.42)$$

Εάν θεωρήσωμεν τήν περίπτωσιν περισσοτέρων ηλεκτρονίων (π.χ. δύο) διά τά οποία ισχύει ή σύζευξις LS, τότε ή συνισταμένη στροφορμή έκ περιφοράς $\vec{L}$, καί ή συνισταμένη στροφορμή λόγω spin $\vec{S}$ θά δώσουν ολικήν στροφορμήν $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Κατά συνέπειαν ή συνισταμένη μαγνητική ροπή λόγω τροχιακής κινήσεως είναι $\mu_L = -\frac{\mu_B \vec{L}}{\hbar}$ καί συνισταμένη μαγνητική ροπή λόγω spin είναι $\mu_S = -\frac{2\mu_B \vec{S}}{\hbar}$. Άρα ή ολική μαγνητική ροπή μ είναι

$$\mu = \mu_L + \mu_S = -\frac{\mu_B}{\hbar}(\vec{L} + 2\vec{S}) \qquad (2.43)$$

Επίσης έχομεν

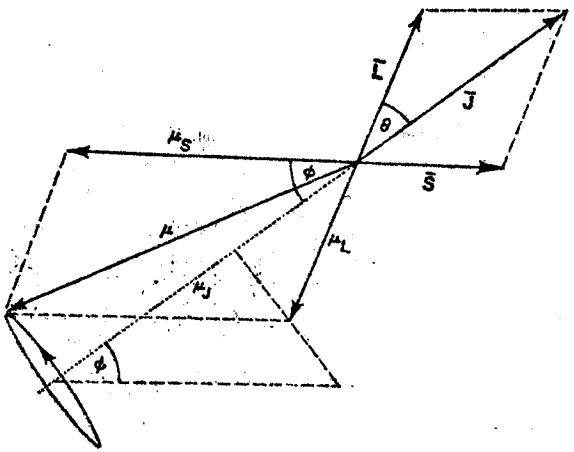
$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \qquad (2.44)$$

ἔνθα $$\vec{J} = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

$$\vec{L} = \sqrt{L(L+1)}\hbar$$

$$\vec{S} = \sqrt{S(S+1)}\hbar$$

Παρατηροῦμεν δηλαδή ὅτι τό ἄνυσμα τῆς ὁλικῆς μαγνητικῆς ροπῆς δέν εἶναι παράλληλον πρός τήν ὁλικήν στροφορμήν λόγῳ τοῦ συντελεστοῦ 2 τοῦ spin. Εἰς τό σχῆμα (2.10) φαίνεται ὅτι ἡ ὁλική μαγνητική ροπή, μ, δέν συμ-




Σχ. 2.10. Σχέσεις ὁλικῆς μαγνητικῆς ροπῆς $\mu_J$ καί τῶν ἐπί μέρους μαγνητικῶν ροπῶν $\mu_L$ καί $\mu_S$ ὡς καί μεταξύ $\vec{J}$, $\vec{S}$, $\vec{L}$.

πίπτει πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς, $\vec{J}$, καί ὑφίσταται μεταπτωτικήν κίνησιν περί τήν ὁλικήν στροφορμήν. Ἡ $\mu_J$ εἶναι ἡ προβολή τῆς μ ἐπί τήν διεύθυνσιν τῆς $\vec{J}$. Ἡ διεύθυνσις τῶν ἀνυσμάτων τῆς στροφορμῆς εἶναι ἀντίθετος πρός τήν διεύθυνσιν τῶν ἀντιστοίχων ἀνυσμάτων τῆς μαγνητικῆς ροπῆς. Ἀλλά ἐκ τοῦ διαγράμματος τῶν ἀνυσμάτων

ἔχομεν:

$$\mu_j = \mu_L \cos(L,J) + \mu_S \cos(S,J) \qquad (2.45)$$

Ἀλλά:

$$\mu_L = -\frac{eh}{4\pi mC}\sqrt{L(L+1)} \qquad (2.46)$$

$$\mu_S = -\frac{2eh}{4\pi mC}\sqrt{S(S+1)} \qquad (2.47).$$

Ἐκ τῶν (2.45) (2.46), (2.47) ἔχομεν:

$$\mu_j = -\mu_B\left[\sqrt{L(L+1)}\ \cos(L,J) + 2\sqrt{S(S+1)}\cos(S,J)\right] \qquad (2.48)$$

Ἐκ τοῦ τριγώνου LJS προκύπτει:

$S^2 = L^2 + J^2 - 2LJ\cos(L,J)$ καί $L^2 = S^2 + J^2 - 2SJ\cos(S,J)$.

Τά μήκη τῶν $\vec{S}, \vec{L}, \vec{J}$ εἶναι ἀντιστοίχως $\sqrt{S(S+1)}$ $\sqrt{L(L+1)}$, $\sqrt{J(J+1)}$ εἰς μονάδας $\hbar$.

Θέτοντες ἀντί $L^2, S^2, J^2$ τά $L(L+1), S(S+1)$ $J(J+1)$ καί λύοντες ὡς πρός $\cos(L,J)$ καί $\cos(S,J)$ εὑρίσκομεν:

$$\mu_j = -\frac{e}{2mC}\frac{h}{2\pi}\sqrt{J(J+1)}\ g$$

$$= -\mu_B g\sqrt{J(J+1)} \qquad (2.49)$$

ἔνθα

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \qquad (2.50)$$

ὅστις καλεῖται παράγων Landé.

Ὁ παράγων g ἐξαρτᾶται γενικῶς ἐκ τῶν L, S καί J.

Διά S=0, g=1 καί διά L=0 g=2. Ἀκριβέστερον ἡ τιμή g, διά L=0, εἶναι 2,00229 καί ἄρα ἡ ἀκριβής τιμή τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ ἠλεκτρονίου λόγῳ spin εἶναι

$$\mu_{z(S)} = -2{,}00229\left(\frac{1}{2}\right)\mu_B = -0{,}928.10^{-20}\ \text{erg/gauss}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.49) παρατηροῦμεν ὅτι ὁ λόγος $\frac{\mu_j}{\mu_B}$ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μέτρου $\frac{J}{\hbar}$ κατά τόν παράγοντα Landé. Ὁ αὐτός παράγων αὐξήσεως ὑπεισέρχεται καί κατά τήν προβολήν τοῦ $\mu_j$, ἐπί τήν διεύθυνσιν

ένός έξωτερικοῦ πεδίου. Ἡ συνιστῶσα τῆς ὁλικῆς μαγνητικῆς ροπῆς κατά τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου εἶναι

$$\mu_H = -\frac{e}{2mC}\frac{h}{2\pi} M_J g \qquad (2.51)$$

$$= -\mu_B M_J g$$

ἔνθα $M_J = +J,\ J-1, \ldots, -J$

Τό πηλίκον τῆς μαγνητικῆς ροπῆς $\mu_J$ πρός τήν προκαλοῦσαν ταύτην στροφορμήν $\sqrt{J(J+1)}\hbar$ καλεῖται γυρομαγνητικός λόγος (Ἐξίσωσις 2.36). Βάσει λοιπόν τῆς σχέσεως (2.49) ἔχομεν

$$\frac{\mu_J}{\hbar\sqrt{J(J+1)}} = -\frac{e}{2mC} g = \gamma \qquad (2.52)$$

Διά S=0, g=1 καί αἱ ἐξισώσεις (2.36) καί (2.52) συμπίπτουν.

## 2.9. Μαγνητική ροπή νουκλεονίων.

Δεδομένου ὅτι, ὡς ἀνεφέρθη εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον, τά πρωτόνια ἔχουν στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, προκύπτει ὅτι θά ἔχουν καί μαγνητικήν ροπήν. Τό μέγεθος αὐτῆς εὑρίσκεται ἐάν εἰς τήν σχέσιν (2.39) ἀντικαταστήσωμεν τήν μᾶζαν m τοῦ ἠλεκτρονίου διά τῆς μάζης τοῦ πρωτονίου, M:

$$\mu_n = \frac{e\hbar}{4\pi Mc} = 5{,}05038 \cdot 10^{-24} \text{ erg/gauss} \qquad (2.53)$$

ἥτις εἶναι μικροτέρα τῆς μαγνητόνης τοῦ Bohr κατά τόν λόγον $\frac{m}{M} = \frac{1}{1836}$.

Ἡ μονάς, $\mu_n$, καλεῖται πυρηνική μαγνητόνη. Λόγῳ τοῦ θετικοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου τά ἀνύσματα τῆς στροφορμῆς καί τῆς μαγνητικῆς ροπῆς εἶναι ὁμόσημα.

Τό ἐλεύθερον πρωτόνιον, ἔχον μόνον στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, ἀναμένεται νά ἔχῃ μαγνητικήν ροπήν, λόγῳ στροφορμῆς ἐξ ἰδίας περιστροφῆς, spin, ἴσην πρός μίαν πυρηνικήν μαγνητόνην. Ἐν τούτοις ὅμως εὑρέθη ὅτι ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πρωτονίου, ἀντί τῆς ἀναμενομένης τιμῆς 1, εἶναι

$$\mu_p = +2,793 \text{ πυρηνικαί μαγνητόναι} \quad (2.54)$$

Τό νετρόνιον, παρ' ὅλον ὅτι δέν ἔχει φορτίον, εὑρέθη πειραματικῶς ὅτι ἔχει μαγνητικήν ροπήν

$$\mu_n = -1,913 \text{ πυρηνικαί μαγνητόναι} \quad (2.55).$$

Τό ἀρνητικόν σημεῖον ὑποδηλοῖ ὅτι ὑπεύθυνον διά τήν μαγνητικήν ροπήν τοῦ νετρονίου εἶναι ἕν περιστρεφόμενον ἀρνητικόν φορτίον. Δεδομένου ὅμως ὅτι τό νετρόνιον ἐν τῷ συνόλῳ δέν ἔχει φορτίον, ἕπεται ὅτι ἡ προχιακή κίνησις αὐτοῦ δέν δύναται νά προκαλέσῃ τήν ἐμφάνισιν μαγνητικῆς ροπῆς καί κατά συνέπειαν

$$\mu_{n(\text{προκιακή})} = 0 \quad (2.56)$$

Ἡ ἀνώμαλος αὕτη μαγνητική ροπή τοῦ πρωτονίου καί τοῦ νετρονίου δύναται νά ἐξηγηθῇ ποιοτικῶς διά τῆς ἐκπομπῆς καί ἀπορροφήσεως π-μεσονίων. Δεχόμεθα δηλαδή ὅτι τά σωμάτια ταῦτα, παρ' ὅλον ὅτι θεωροῦνται ὡς ἁπλᾶ ἔχουν ἐν τούτοις ἐσωτερικήν δομήν. Κατά ταῦτα δεχόμεθα ὅτι τά νουκλεόνια περιβάλλονται ὑπό νέφους π-μεσονίων, ἅτινα ὑφίστανται ἀντιδράσεις ἀνταλλαγῆς κατά τό σχῆμα (2.11).

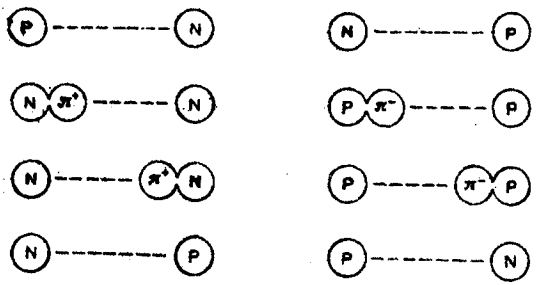
Εἰς τό σχῆμα τοῦτο, ἕν $\pi^+$-μεσόνιον ἀποβάλλεται ὑπό τοῦ πρωτονίου καί συλλαμβάνεται ὑπό ἑνός νετρονίου ὅπερ καθίσταται πρωτόνιον, ἐνῶ τό πρωτόνιον ἐγένετο νετρόνιον. Παρομοία ἀντίδρασις ἀνταλλαγῆς λαμβάνει χώραν καί μέ

$\pi^-$-μεσόνια (ὡς καί μέ $\pi^0$-μεσόνια)

Δυνάμεθα λοιπόν νά γράψωμεν

$$p \leftrightarrow n + \pi^+$$

$$\text{καί} \quad n \leftrightarrow p + \pi^- \tag{2.57}$$




Σχ. 2.11. Ἀντιδράσεις ἀνταλλαγῆς μεταξύ p καί n

Ἄρα τό πρωτόνιον ἤ τό νετρόνιον κατά ἕν ποσοστόν χρόνου τ μετατρέπεται εἰς τό σύστημα $n+\pi^+$ ἤ $p+\pi^-$ ἀντιστοίχως, κατά δέ ποσοστόν χρόνου $(1-\tau)$, παραμένει ὡς "γυμνόν" πρωτόνιον ἤ νετρόνιον ἤτοι ἄνευ τοῦ νέφους τῶν π-μεσονίων.

Ἐάν $\mu_p^\circ = 1$ εἶναι ἡ μαγνητική ροπή τοῦ γυμνοῦ πρωτονίου, $+\mu_n$ ἡ μαγνητική ροπή τοῦ $\pi^+_-$ μεσονίου, $-\mu\pi$ ἡ μαγνητική ροπή τοῦ $\mu^-$-μεσονίου καί $\mu_n^\circ = 0$ ἡ μαγνητική ροπή τοῦ γυμνοῦ νετρονίου τότε ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πρωτονίου θά εἶναι:

$$\mu_p = \tau\mu_n^\circ + \tau\mu_n + (1-\tau)\,1$$

$$= \tau\mu_n + 1 - \tau = (\mu_n - 1)\tau + 1 \tag{2.58}$$

Διά τό νετρόνιον, κατ' ἀντιστοιχίαν, ἔχομεν:

$$\mu_n = \tau \cdot 1 - \tau\mu_n + (1-\tau)\,0 = \tau(1-\mu\pi) \tag{2.59}$$

Αἱ ὡς ἄνω σχέσεις (2.58 καί 2.59) δίδουν:

$$\mu_p + \mu_n = 1 \qquad (2.60)$$

ἐνῶ πειραματικῶς εὑρίσκομεν

$$\mu_p + \mu_n = 0,88 \qquad (2.61)$$

Ἡ τιμή αὕτη εἶναι λίαν ἐγγύς τῆς μονάδος.

## 2.10. Μαγνητική ροπή τῶν πυρήνων

Κατ'ἀναλογίαν πρός τά ἀναφερθέντα εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον, ἐν σχέσει πρός τήν μαγνητικήν ροπήν τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων σχέσις (2.49), ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος ἔχοντος ὁλικήν στροφορμήν, $\vec{I}$, μεγέθους $\sqrt{I(I+1)}\,\hbar$, θά εἶναι

$$\mu_I = \gamma\hbar\sqrt{I(I+1)}$$

$$= g\,\frac{e}{2mc}\,\hbar\sqrt{I(I+1)}$$

καί

$$\mu = g\mu_n I \qquad (2.62)$$

ἔνθα $\mu_n$ = πυρηνική μαγνητόνη, γ=γυρομαγνητικός λόγος $= g\,\frac{e}{2mc}$, g = πυρηνικός παράγων καί μ= ἡ μεγίστη τιμή τῆς συνιστώσης $\mu_z$, ἥτις ἀναφέρεται συνήθως ὡς μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος. Ἡ σχέσις αὕτη δεικνύει ὅτι διά πυρῆνας τύπου α–α, διά τούς ὁποίους I=0, ἡ μαγνητική ροπή μ τῶν πυρήνων τούτων εἶναι ἐπίσης μηδέν, $\mu_I$=0. Πυρῆνες τύπου π–π, ἔχουν A=ἄρτιον, ἀλλ'ἔχουν ἕν μονῆρες πρωτόνιον καί ἕν μονῆρες νετρόνιον καί συνεπῶς ἔχουν $\mu_I \neq 0$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ ὁλική στροφορμή τῶν δύο μονήρων νουκλεονίων τούτων δέν ἐξαλείφεται ὡς εἰς τήν περίπτωσιν δύο πρωτονίων ἤ δύο νετρονίων. Πυρῆνες τύπου α–π καί π–α, A=περιττός, ἔχουν μετρήσιμον τιμήν $\mu_I$. Δεδομένου ὅτι τό δευτερόνιον συνίσταται ἐξ ἑνός πρωτονίου καί ἑνός νετρονίου δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ὅτι ἡ

μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος τοῦ δευτερονίου διά τήν κατάστασιν S(1=0), θά εἶναι τό ἄθροισμα τῶν μαγνητικῶν ροπῶν τῶν δύο νουκλεονίων, ἤτοι

$$\mu_D = \mu_p + \mu_n \qquad (2.63)$$

$$= 2,79268 - 1,91354 = 0,87914$$ πυρηνικαί μαγνητόναι.

Αἱ πειραματικαί ὅμως μετρήσεις τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τούτου ἔδωσαν τιμήν 0,8576 ἥτις διαφέρει τῆς τιμῆς τῆς σχέσεως (2.63) σημαντικῶς. Δηλαδή ἡ διαφορά αὕτη κεῖται πέραν τῶν ὁρίων τοῦ πειραματικοῦ σφάλματος. Ὁ λόγος τῆς διαφορᾶς ταύτης εἶναι ὅτι τό δευτερόνιον εἰς τήν βασικήν αὐτοῦ κατάστασιν (S κατάστασις) δέν εἶναι τελείως σφαιρικόν, ἀλλά κατά ἓν ποσοστόν χρόνου ἐμφανίζεται μέ τροχιακήν κίνησιν, (D κατάστασις). Περίπου ἓν ποσοστόν 4% τῆς D καταστάσεως ἀπαιτεῖται διά τήν δικαιολόγησιν τῆς εὑρισκομένης πειραματικῆς τιμῆς. Συνεπῶς τό δευτέριον κατά ἓν ποσοστόν 96% εὑρίσκεται εἰς τήν κατάστασιν S καί κατά ἓν ποσοστόν 4% εἰς τήν κατάστασιν D. Ἡ ἀνωμαλία αὕτη εἰς τήν μαγνητικήν ροπήν τοῦ δευτερίου ἀποτελεῖ ἔνδειξιν τῆς ὑπάρξεως μή κεντρικῶν δυνάμεων ἐντός τοῦ πυρῆνος.

Βάσει τῶν ἀναφερθεισῶν προηγουμένως σχέσεων (2,54, 2.55, 2.56) ἀναμένεται ὅτι ἡ μαγνητική ροπή τῶν πυρήνων θά συνίσταται ἐκ τῆς ἀνύσματικῆς προσθέσεως τῶν ἑξῆς συνιστωσῶν τῆς μαγνητικῆς ροπῆς:

1) συνιστῶσα τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ πρωτονίου λόγῳ τροχιακῆς κινήσεως·

2) συνιστῶσα λόγῳ τοῦ spin τοῦ πρωτονίου·

3) συνιστῶσα λόγῳ τοῦ spin τοῦ νετρονίου.

Ὁ Schmidt ὑπέθεσεν ὅτι τά νουκλεόνια ἐντός τοῦ πυ-

ρῆνος σχηματίζουν ζεύγη (πρωτόνια καί νετρόνια νεχωρισμένως) κατά τοιοῦτον τρόπον ὥστε ἕκαστον ζεῦγος νουκλεονίων νά ἔχῃ spin καί μαγνητικήν ροπήν μηδέν. Κατά συνέπειαν ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος, ὡς καί τό spin αὐτοῦ, προέρχονται ἐκ τῶν μή συνεζευγμένων νουκλεονίων. Ἡ μαγνητική ροπή τοῦ νουκλεονίου βάσει τῶν ἀνωτέρω συνίσταται ἐκ τῶν

$$\begin{aligned} &1)\quad \mu_\ell = g_\ell \cdot l \cdot \mu_n \\ &2)\quad \mu_s = g_s \cdot s \cdot \mu_n \qquad (2.64) \\ \text{καί}\quad &3)\quad \mu = g\ I\ \mu_n \end{aligned}$$

ἔνθα $\mu_\ell = 0$ μαγνητική ροπή λόγῳ τῆς τροχιακῆς κινήσεως τοῦ νουκλεονίου.

$\mu_s$ = μαγνητική ροπή λόγῳ spin τοῦ νουκλεονίου

$\mu$ = ἡ ὁλική μαγνητική ροπή τοῦ νουκλεονίου

καί $g_\ell, g_s, g$ = οἱ ἀντίστοιχοι πυρηνικοί παράγοντες.

Διά τό πρωτόνιον καί νετρόνιον ἔχομεν τάς ἑξῆς τιμάς $g_\ell$ καί $g_s$ καί $g$ ἔνθα: $g = \frac{1}{2}(g_l + g_s) + \frac{1}{2}(g_l - g_s)\frac{l(l+1) - s(s+1)}{I(I+1)}$

| | $g_\ell$ | $g_s$ | $g$ |
|---|---|---|---|
| p | 1 | 5,586 | 5,586 |
| n | 0 | -3,826 | -3,826 |

Οὕτω ἐκ τῆς σχέσεως (2.64) προκύπτει

$$\mu_p = 5,58\ \frac{1}{2}\ \mu_n = 2,79\ \mu_n$$

$$\mu_n = -3,82\ \frac{1}{2}\ \mu_n = -1,91\ \mu_n$$

Αἱ τιμαί τοῦ g, γενικῶς κεῖνται μεταξύ $-4$ καί $+6$. Ὁ πίναξ (2.2) δίδει μερικάς τιμάς τοῦ g διά διαφόρους πυρῆνας.

## ΠΙΝΑΞ 2.2.

Τιμαί g διά διαφόρους πυρήνας.

| Πυρήν | $I$ | $\mu/\mu_n$ | $g$ |
|---|---|---|---|
| p | $^1/_2$ | 2,79 | 5,58 |
| n | $^1/_2$ | −1,91 | −3,82 |
| $^2$H | 1 | 0,86 | 0,86 |
| $^3$He | $^1/_2$ | −2,1 | −4,2 |
| $^{27}$Al | $^5/_2$ | 3,6 | 1,76 |
| $^{109}$Ag | $^1/_2$ | −0,1 | −0,2 |
| $^{29}$Si | $^1/_2$ | −0,6 | −1,2 |
| $^{57}$Co | $^7/_2$ | 4,6 | 1,31 |
| $^{151}$Eu | $^5/_2$ | 3,6 | 1,55 |
| $^{91}$Zr | $^5/_2$ | −1,1 | −0,55 |
| $^{125}$Te | $^1/_2$ | −0,9 | −1,8 |
| $^{55}$Mn | 6 | 3,4 | 0,57 |
| $^{40}$K | 4 | −1,3 | −0,22 |
| $^{85}$Rb | 2 | −1,7 | −0.85 |

Τό spin ἑνός μονήρους νουκλεονίου δύναται νά ἔχῃ μόνον δύο διευθύνσεις ὡς πρός τό ἄνυσμα τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς $l$, καί συνεπῶς

$$I = l + s \quad \text{ἤ} \quad I = l - s \tag{2,65}$$

Βάσει τῶν ἀνωτέρω διά $I = l + \frac{1}{2}$ ἔχομεν $g = \left(l\, g_l + \frac{1}{2} g_s\right)\left(l + \frac{1}{2}\right)^{-1}$ καί διά $I = l - \frac{1}{2}$, $g = \left[(l+1)\, g_l - \frac{1}{2} g_s\right](l + \frac{1}{2})^{-1}$. Ἐπομένως ἐκ τῆς σχέσεως (2.62) ἔχομεν

$$\mu = \mu_n \left[l\, g_l + \frac{1}{2} g_s\right] \quad \text{διά} \quad I = l + \frac{1}{2} \tag{2.66}$$

καί $\mu = \mu_n \left[(l+1)\, g_l - \frac{1}{2} g_s\right] \frac{2l-1}{2l+1}$ διά $I = l - \frac{1}{2}$ (2.67)

Ὁ πίναξ (2.3) δίδει τάς μαγνητικάς ροπάς τῶν πυρήνων ὑπολογιζομένας βάσει τῶν σχέσεων (2.66) καί (2.67).

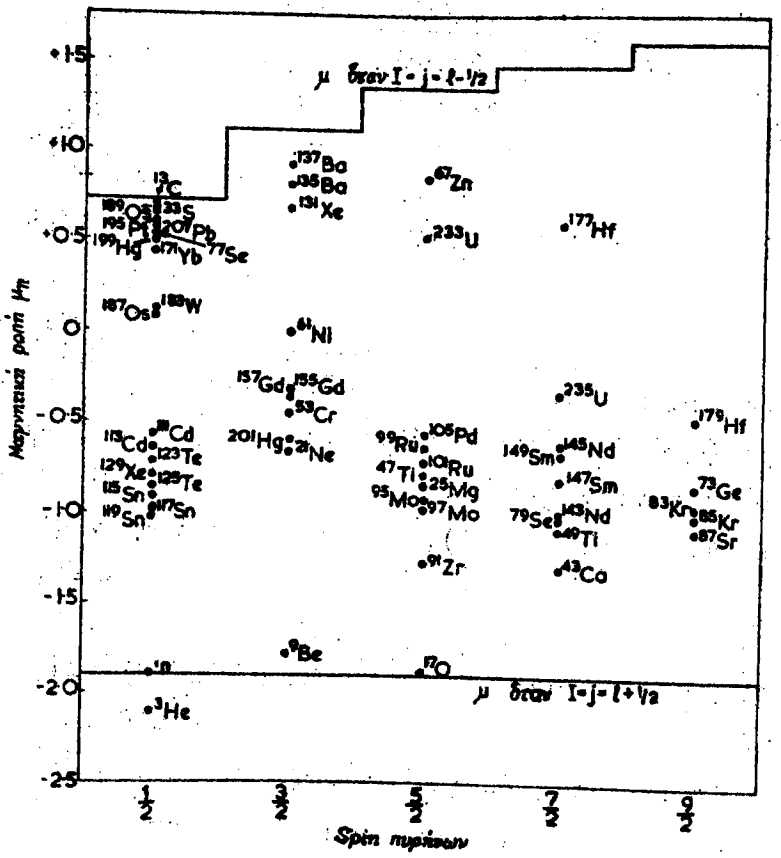
## ΠΙΝΑΞ 2.3.

Μετρηθεῖσαι καί ὑπολογισθεῖσαι τιμαί μαγνητικῆς ροπῆς πυρήνων.

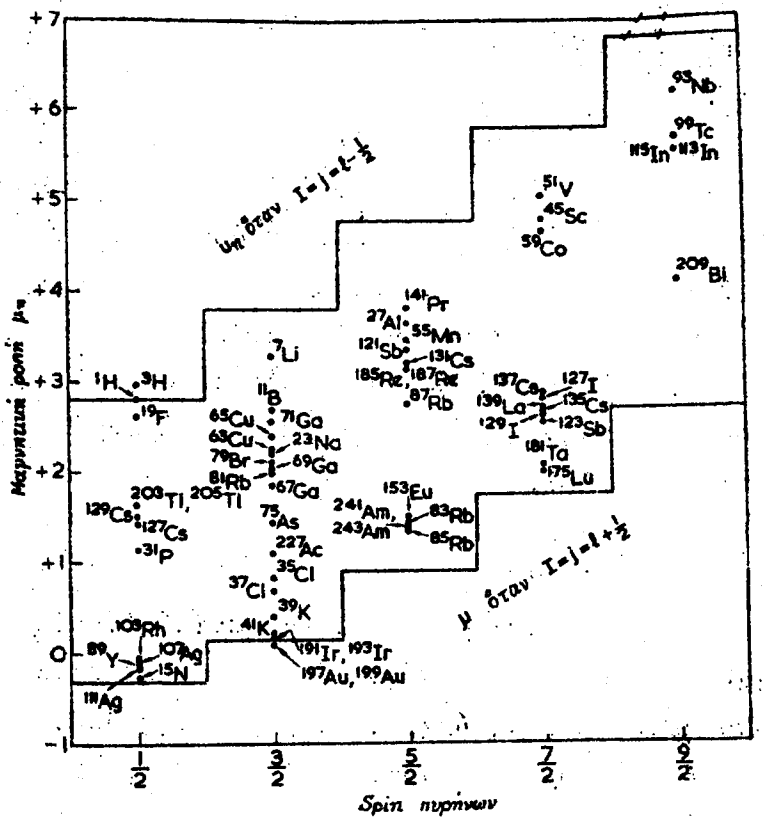
| Νουκλίδιον | spin I | Περιττόν νουκλεόνιον | $I=l\pm\frac{1}{2}$ | Μαγνητική ροπή | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Ὑπολογ. | Μετρήθ. |
| $_{6}C^{13}$ | 1/2 | νετρόνιον | − | +0,64 | +0,702 |
| $_{8}O^{17}$ | 5/2 | νετρόνιον | + | −1,913 | −1,894 |
| $_{19}K^{39}$ | 3/2 | πρωτόνιον | − | +0,124 | +0,391 |
| $_{36}Kr^{83}$ | 9/2 | νετρόνιον | + | −1,913 | −0,969 |
| $_{51}Sb^{121}$ | 5/2 | πρωτόνιον | + | +4,793 | +3,360 |
| $_{81}Tl^{205}$ | 1/2 | πρωτόνιον | + | +2,793 | +1,63 |
| $_{83}Bi^{209}$ | 9/2 | πρωτόνιον | − | +2,62 | +4,08 |

Ἡ ἔννοια τῶν ἀνωτέρω εἶναι ὅτι τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος ὀφείλονται εἰς τό τελευταῖον μονῆρες νουκλεόνιον. Θέτοντες λοιπόν εἰς διάγραμμα μ ἔναντι τοῦ I, σχέσις (2,62), δυνάμεθα νά ἔχωμεν πληροφορίας ἐπί τῆς καταστάσεως τοῦ τελευταίου νουκλεονίου. Δι'ἑκάστην τιμήν τοῦ $l$, σχέσις (2.65), θά ἔχωμεν δύο ὁριακάς τιμάς μαγνητικῆς ροπῆς, σχέσεις (2.66) καί (2.67). Ταῦτα ἀποδίδονται ὑπό τῶν διαγραμμάτων Schmidt, σχ(2.12) καί σχ.(2.13). Ἐάν ἡ ἄποψις αὕτη ἦτο ἀπολύτως ὀρθή, τότε ἔπρεπε αἱ τιμαί νά κεῖνται ἐπί τῶν γραμμῶν Schmidt καί ὄχι νά εἶναι διεσπαρμέναι εἰς δύο ὁμάδας ἐντός τῶν γραμμῶν Schmidt. Ἡ ἀπόκλισις αὕτη ὀφείλεται εἰς δύο λόγους. Πρῶτον, πιθανῶς ἡ μαγνητική ροπή ἑνός μονήρους νουκλεονίου νά μή εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρός τήν μαγνητικήν ροπήν ἑνός ἐλευθέρου νουκλεονίου, καθ'ὅσον ἡ παρουσία τῶν ἄλλων νουκλεονίων ἴσως νά τροποποιῇ ταύτην. Δεύτερον, ἡ παρουσία τοῦ μονήρους νουκλεονίου πιθανῶς

νά τροποποιῆ τάς ἰδιότητας τοῦ πυρῆνος. Διά πολλούς πυρῆνας αἱ τιμαί I καί $\mu_I$ εἶναι γνωσταί, οὕτως ὥστε νά δύναται νά ὑπολογισθῆ τό l τοῦ πυρῆνος, βάσει τῶν διαγραμμάτων Schmidt.




Σχ. 2.12. Διάγραμμα Schmidt διά νουκλίδια μέ περιττόν ἀριθμόν νετρονίων.




Σχ. 2.13. Διάγραμμα Schmidt διά νουκλίδια μέ περιττόν ἀριθμόν πρωτονίων.

## 2.11. Στατιστική τῶν πυρήνων.

Εὑρέθη ὅτι ὑπάρχει στενή σχέσις μεταξύ τοῦ spin ἑνός πυρῆνος καί τῆς στατιστικῆς τήν ὁποίαν ἀκολουθεῖ. Αὐτη εἶναι ἡ ἰδία ἥτις ἰσχύει καί διά τά σωμάτια. Πυρῆνες, ὡς καί σωμάτια, ὑπακούουν εἰς τήν στατιστικήν Fermi-Dirac, ὅταν τό spin τούτων εἶναι ἡμιακέραιον $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \ldots\right)$. Πυρῆνες, ὡς καί σωμάτια, μέ spin ἀκέραι-

ον (0, 1 , 2 ...) ἀκολουθοῦν τήν στατιστικήν Bose-Einstein. Τά πρῶτα ὀνομάζονται Φερμιόνια καί τά δεύτερα Μποζόνια. Τά φερμιόνια ὑπακοῦουν εἰς τήν ἀπαγορευτικήν ἀρχήν τοῦ Pauli, ἐνῶ τά μποζόνια ὄχι. Δηλαδή διά τά πρῶτα ἰσχύει ὅτι δύο ὅμοια σωμάτια δέν δύνανται νά εὑρίσκωνται εἰς τήν αὐτήν κβαντικήν κατάστασιν. Φερμιόνια εἶναι τά πρωτόνια, νετρόνια, ἠλεκτρόνια, ποζιτρόνια, νετρίνα, μ-μεσόνια ὡς καί οἱ πυρῆνες μέ περιττόν μαζικόν ἀριθμόν A π.χ. $^1H$, $^7Li$). Μποζόνια εἶναι τά φωτόνια, π-μεσόνια ὡς καί πυρῆνες μέ ἄρτιον μαζικόν ἀριθμόν A (π.χ. α-σωμάτια, $^{12}C$, D ).

## 2.12. Ὁμοτιμία.

Ἡ ὁμοτιμία εἶναι μία κβαντομηχανική ἔννοια χωρίς κλασσικόν ἀνάλογον. Ὁ πυρήν δύναται νά παρασταθῇ ὑπό κυματοσυναρτήσεως, φ, τό χωρικόν μέρος τῆς ὁποίας παρίσταται ὑπό τῶν χωρικῶν συντεταγμένων (x, y, z).

Ἐάν ἡ κυματοσυνάρτησις δέν ἀλλάσσῃ σημεῖον, κατά τήν ἀναστροφήν τοῦ συστήματος ἀναφορᾶς, λέγομεν ὅτι ὁ πυρήν, ὅστις περιγράφεται ὑπό ταύτης, ἔχει θετικήν (+) ἤ ἀρτίαν ὁμοτιμίαν. Ἤτοι

$$\varphi(x,y,z)=\varphi(-x,-y,-z) \quad \text{ἡ ὁμοτιμία εἶναι ἀρτία} \tag{2.68}$$

Ἐάν $\varphi(x,y,z)=-\varphi(-x,-y,-z)$, ἡ ὁμοτιμία εἶναι περιττή.

Ἐάν δηλαδή ἡ κυματοσυνάρτησις ἀλλάσσῃ σημεῖον, ἔχομεν περιττήν (-) ὁμοτιμίαν.

Ἡ ὁμοτιμία ἑνός πυρῆνος σχετίζεται μέ τήν τροχιακήν στροφορμήν τοῦ πυρῆνος καί εἶναι ἀρτία ὅταν ὁ κβαντικός ἀριθμός L εἶναι ἄρτιος, περιττή δέ ὅταν L εἶναι περιττός.

Προκειμένου λοιπόν περί πυρήνων μέ περιττόν άριθμόν πρωτονίων ή νετρονίων, ή όμοτιμία τού πυρήνος καθορίζεται άπό τήν τιμήν τού μονήρους νουκλεονίου. Ό πυρήν έχει δεδομένην όμοτιμίαν καί ή όμοτιμία δύναται νά μεταβληθή όταν έν σωμάτιον ή φωτόνιον είσέρχεται ή έγκαταλείπη τόν πυρήνα. Γενικώς ή όμοτιμία τού συστήματος διατηρείται είς τάς πυρηνικάς άντιδράσεις, έκτός τών άσθενών άντιδράσεων, ώς ή β-διάσπασις, καί παίζει σοβαρόν ρόλον είς τόν καθορισμόν έάν μία μετάπτωσις μεταξύ τών σταθμών ένεργείας είναι έπιτρεπτή ή όχι.

Οί κανόνες έκπομπής σωματίων ή φωτονίων ύπό τών πυρήνων έπηρεάζονται σημαντικώς άπό τήν ύπαρξιν ή μή διαφορών είς τήν όμοτιμίαν μεταξύ μητρικού καί θυγατρικού πυρήνος.

## 2.13. Στοιχειώδη σωμάτια.

Ή άνακάλυψις τών πρώτων στοιχειωδών σωματίων, τών ήλεκτρονίων, πρωτονίων καί νετρονίων, έν συνδυασμώ μέ τήν άντίληψιν ότι τά άτομα έχουν δομήν καί ότι τά διάφορα είδη τών άτόμων όφείλουν τάς διαφόρους ίδιότητας τούτων είς διάφορον διευθέτησιν τών όλίγων τούτων σωματίων, ύπεβοήθησεν είς τήν κατανόησιν τής χημικής θεωρίας. Άντί τών 92 διαφόρων χημικών στοιχείων έμφανίζονται τρείς μόνον δομικοί λίθοι. Άλλά μέ τήν πάροδον τών έτών διαπιστούται ότι ύπάρχουν καί άλλα στοιχειώδη σωμάτια. Ήδη διεπιστώθη πειραματικώς ή ύπαρξις περίπου 80 σωματίων. Κατά τήν μελέτην τών ίδιοτήτων τών σωματίων τούτων, τού ρόλου αύτών είς τάς άντιδράσεις άνταλλαγής μεταξύ τών νουκλεονίων καί τών μεταξύ τών σω-

ματίων τούτων σχέσεων, προκύπτει ἡ πιθανότης ὅτι τά σωμάτια ταῦτα ἔχουν ἕν εἶδος ἐσωτερικῆς δομῆς καί ὅτι μερικά ἐξ αὐτῶν δυνατόν νά εἶναι διηγερμέναι καταστάσεις ἄλλων.

Ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι αἱ πυρηνικαί δυνάμεις εἶναι μικρᾶς ἐμβελείας, ἐμφανιζόμεναι καί μεταξύ τοῦ οὐδετέρου νετρονίου καί πρωτονίου, ὁ Yukawa διετύπωσε τό 1935 τήν ὑπόθεσιν τῶν βαρέων quanta ἤτοι τῶν μεσονίων. Κατ'ἀναλογίαν πρός τό ἠλεκτρικόν πεδίον, ἐδέχθη τήν ὕπαρξιν ἑνός νέου πεδίου, τοῦ μεσονικοῦ πεδίου μέ δυναμικόν τῆς μορφῆς

$$V \sim \frac{e^{-\kappa r}}{r} \qquad (2.69)$$

ἥτις περιγράφει ἕν δυναμικόν μικρᾶς ἐμβελείας ἔνθα $k = \frac{\mu . c}{\hbar} = 5.10^{12}\ cm^{-1}$ $r$ = ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν νουκλεονίων καί $\mu$ = ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ μεσονίου.

Ἐκ τῆς $k = \frac{\mu . c}{\hbar}$ προκύπτει ὅτι $\mu \approx 200\ m_e$ ἔνθα $m_e$= ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου. Διά τήν ἀντίδρασιν νουκλεόνιον – νουκλεόνιον.

$$N_1 + N_2 \longrightarrow N_1' + \Pi + N_2 \longrightarrow N_1' + N_2' \qquad (2.70)$$

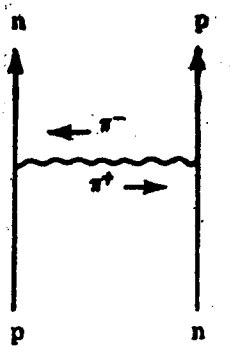
εἶναι: $\Delta E \geqq \mu c^2$

Ἡ ταχύτης τοῦ μεσονίου δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως $v = \frac{\alpha}{\Delta t}$ ἔνθα $\alpha$=ἡ ἀπόστασις ἡ διανυομένη ὑπό τοῦ μεσονίου. Κατά τήν ἀρχήν τῆς ἀβεβαιότητος ἔχομεν $\Delta E . \Delta t = \hbar$. Ἐκ ταύτης καί τῆς προηγουμένης προκύπτει:

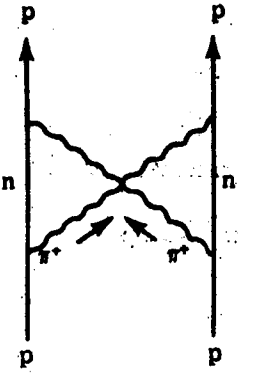
$$\alpha = v\Delta t = \frac{v\hbar}{\Delta E} \leqq \frac{v\hbar}{\mu c^2} \leqq \frac{\hbar}{\mu . c} = k^{-1} \qquad (2.71)$$

ὅπερ σημαίνει ὅτι τό μεσόνιον δέν δύναται νά διασχίσῃ ἀπόστασιν μεγαλυτέραν τοῦ "μήκους κύματος Compton τοῦ μεσονίου" καί συνεπῶς ἐξηγεῖται ἡ μικρά ἐμβέλεια τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων.

Αἱ δυνάμεις ἀνταλλαγῆς ἀποδίδονται ὑπό τοῦ σχήματος (2.14), ἐξ οὗ ἐμφαίνεται ἡ ὕπαρξις μεσονίου μέ φορτίον ± 1. Βάσει δέ τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τοῦ φορτίου ($F_{pp} = F_{nn} = F_{np}$), ἀγόμεθα εἰς τήν παραδοχήν τῆς ὑπάρξεως καί οὐδετέρου μεσονίου. Διότι, ἐάν δέν ὑπῆρχεν οὐδέτερον μεσόνιον, ἡ ἁπλουστέρα περίπτωσις ἀνταλλαγῆς p–p θά ἦτο



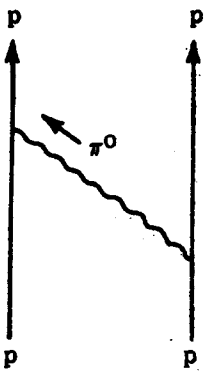

Σχ. 2.14. Ἀντιδράσεις ἀνταλλαγῆς μεταξύ p καί η μέσῳ $\pi^+ -$ μεσονίων.




Σχ. 2.15. Δυνάμεις p–p ἀπουσίᾳ οὐδετέρου π–μεσονίου.

τοῦ διαγράμματος (2.15), ὅπερ ἀντιτίθεται εἰς τήν ἀρχήν τῆς ἀνεξαρτησίας τοῦ φορτίου.

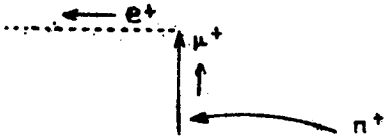
Διά τό οὐδέτερον μεσόνιον ἔχομεν τό σχῆμα (2.16). Συνεπῶς ἔχομε μεσόνια μέ φορτίον –e, 0 καί +e. Ἀλλά τό πείραμα ἔδειξεν ὅτι τά μ–μεσόνια ἀντιδροῦν μόνον ἀσθενῶς μετά τῶν πυρήνων. Ὑπεύθυνα διά τάς ἰσχυράς ἀντιδράσεις μετά τοῦ πυρῆνος εἶναι τά π–μεσόνια.




Σχ. 2.16. Δυνάμεις p–p παρουσίᾳ οὐδετέρου π–μεσονίου.

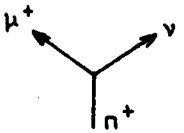
$$p \longrightarrow n+\pi^+ \quad \text{ισχυρά αντίδρασις} \qquad (2.72).$$

Η διάσπασις τοῦ π-μεσονίου ἐμελετήθη περαιτέρω καί εὑρέθη ὅτι λαμβάνει χώραν κατά τό σχῆμα $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ \longrightarrow e^+$




Τό σχῆμα τοῦτο ἐξηγεῖ διατί τά μ-μεσόνια παράγονται δυσκόλως. Τά π-μεσόνια παραγόμενα δυσκόλως διασπῶνται εἰς μ-μεσόνια. Ἐκ τῆς ὅλης μελέτης διεπιστώθη ὅτι τό $\pi^+$-μεσόνιον διασπᾶται κατά τό σχῆμα

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu \quad \text{καί} \quad \mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu} \qquad (2.73)$$




Διά τό $\pi^-$-μεσόνιον ἔχομεν ἀντιστοίχως $\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ καί $\mu^- \longrightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$.

Ὁ χρόνος ζωῆς τοῦ $\pi^+$-μεσονίου εἶναι $2{,}55.10^{-8}$ sec.

Ὁμοίως διεπιστώθη ἡ ὕπαρξις οὐδετέρου $\pi^o$-μεσονίου ὅπερ διασπᾶται εἰς χρόνον $2.10^{-15}$ sec εἰς $2\gamma$.

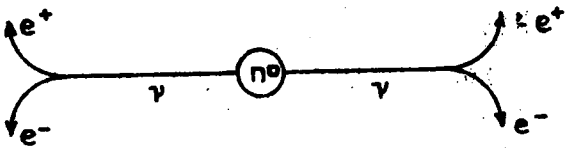
$$\begin{array}{l} \pi^- + p \longrightarrow n + \pi^o \\ \qquad\qquad\quad \hookrightarrow 2\gamma \\ \pi^- + p \longrightarrow n + \gamma \end{array} \qquad (2.74)$$

Ὁ λόγος $\dfrac{\pi^- + p \longrightarrow n + \pi^o}{\pi^- + p \longrightarrow n + \gamma}$ εὑρέθη περίπου ἴσος πρός 1,5

Δι' ἀντικαταστάσεως τοῦ p διά d ἔχομεν ἀντιστοίχους ἀντιδράσεις

$$\begin{array}{l} \pi^- + d \longrightarrow 2n + \pi^o \\ \qquad\qquad\quad \hookrightarrow 2\gamma \\ \pi^- + d \longrightarrow 2n + \gamma \end{array} \qquad (2.75)$$

Ἡ διάσπασις τοῦ $\pi^0$-μεσονίου εἰς 2γ γίνεται κατά τό σχῆμα




Ἡ ὕπαρξις τοῦ νετρίνου ὑπετέθη ὑπό τοῦ Pauli διά τήν δικαιολόγησιν τῆς β-διασπάσεως, ἀλλ'ἡ πειραματική διαπίστωσις ἐγένετο ἀργότερον (κεφάλαιον β-διασπάσεως). Ἐνδιαφέρον εἶναι τό γεγονός ὅτι δι'ὅλα σχεδόν τά σωμάτια εὑρέθησαν τά ἀντίστοιχα ἀντισωμάτια, τά ὁποῖα ἔχουν τήν αὐτήν μᾶζαν ἀλλ'ἀντίθετον φορτίον καί συνεπῶς ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν τῆς στροφορμῆς καί μαγνητικῆς ροπῆς. Τά σωμάτια συναντώμενα μετά τῶν ἀντισωματίων ἐξαφανίζονται, ἐμφανιζομένης ἀντί τούτων ἀκτινοβολίας ἤ μεσονίων ἅτινα διασπῶνται περαιτέρω εἰς γ-ἀκτινοβολίαν.

Ὁ πίναξ (2.4) δίδει τά σωμάτια ταῦτα μετά τινων ἰδιοτήτων αὐτῶν. Γενικῶς τά στοιχειώδη σωμάτια διαχωρίζονται εἰς λεπτόνια, μεσόνια, βαρυόνια. Τό γεγονός ὅτι τά διάφορα ἀσταθῆ βαρυόνια διασπῶνται ταχέως εἰς νουκλεόνια (καί εἰς π-μεσόνια), ὁδηγεῖ εἰς τήν ἀντίληψιν ὅτι δύνανται νά θεωρηθοῦν ταῦτα ὡς διηγερμέναι καταστάσεις τῶν σταθερῶν τοιούτων. Πέραν τῶν σωματίων τούτων ὑπάρχουν, διαπιστωθεῖσαι πειραματικῶς, καί σειραί σωματίων, καλουμένων "σωματίων συντονισμοῦ". Ταῦτα παρήχθησαν δι'ἀντιδράσεων μεγάλης ἐνεργείας μεταξύ διαφόρων σωματίων, π.χ.

$$\pi^- + p \longrightarrow \rho \longrightarrow \pi^- + \pi^+ + n \qquad (2.76)$$

$$\pi^+ + p \longrightarrow N^{+\pm} \longrightarrow p + \pi^+ \qquad (2.77)$$

# ΠΙΝΑΞ 2.4

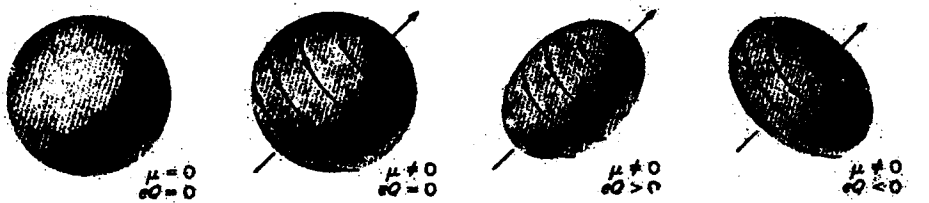
Πίναξ στοιχειωδῶν σωματίων

| Σωμάτιον | Σύμβολον. | Μᾶζα εἰς $m_e$ | Spin | Φορτίον | Μέση διάρκεια ζωῆς sec |
|---|---|---|---|---|---|
| Φωτόνιον | $\gamma$ | 0 | 1 | 0 | σταθερόν |
| Λεπτόνια | | | | | |
| Νετρῖνον | $\nu_\mu$ | $< 5$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | σταθερόν |
| | $\nu_e$ | $<5\times10^{-4}$ | $+\frac{1}{2}$ | 0 | σταθερόν |
| Ἠλεκτρόνιον | $e^-$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | −1 | σταθερόν |
| Mu-μεσόνιον | $\mu^-$ | 207 | $\frac{1}{2}$ | −1 | $2,2\times10^{-6}$ |
| Μεσόνια | | | | | |
| π-μεσόνια | $\pi^o$ | 264 | 0 | 0 | $\sim1\times10^{-16}$ |
| | $\pi^+$ | 273 | 0 | +1 | $2,5\times10^{-8}$ |
| K-μεσόνια | $K^+$ | 966 | 0 | +1 | $1,2\times10^{-8}$ |
| | $K^o(1)$ | 966 | 0 | 0 | $0,9\times10^{-10}$ |
| | $K^o(2)$ | 966 | 0 | 0 | $6\times10^{-8}$ |
| Βαρυόνια | | | | | |
| Πρωτόνια } νουκλ. | p | 1836 | $\frac{1}{2}$ | +1 | σταθερόν |
| Νετρόνια } | n | 1839 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $1\times10^3$ |
| Λ-ὑπερόνιον | $\Lambda$ | 2182 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $2,6\times10^{-10}$ |
| Σ-ὑπερόνια | $\Sigma^+$ | 2328 | $\frac{1}{2}$ | +1 | $0,8\times10^{-10}$ |
| | $\Sigma^o$ | 2330 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $0,1\times10^{-10}$ |
| | $\Sigma^-$ | 2342 | $\frac{1}{2}$ | −1 | $1,6\times10^{-10}$ |
| Ξ-ὑπερόνια | $\Xi^o$ | 2565 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $3,9\times10^{-10}$ |
| | $\Xi^-$ | $\sim$ 2580 | $\frac{1}{2}$ | −1 | $1,4\times10^{-10}$ |

Τά σχηματιζόμενα σωμάτια συντονισμοῦ ἔχουν χρόνον ζωῆς τῆς τάξεως $10^{-24}$ sec. Ἡ μᾶζα τοῦ σωματίου συντονισμοῦ ρ ὑπολογίζεται εἰς 1470 $m_e$, ἔνθα $m_e$=ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου, τοῦ δέ $N^{++}$ εἰς 2420 $m_e$.

## 2.14. Ἠλεκτρική τετραπολική ροπή τῶν πυρήνων.

Τό 1935 οἱ Schuler καί Schmidt διά νά ἐξηγήσουν τά πειραματικά δεδομένα τῆς ὑπερλεπτῆς ὑφῆς ὡρισμένων ἰσοτόπων τοῦ Eu ἐδέχθησαν ὅτι τά νουκλίδια ταῦτα ἔχουν ἐκτός τῆς μαγνητικῆς ροπῆς καί ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν. Ἡ ἠλεκτρική τετραπολική ροπή ἑνός πυρῆνος δύναται νά θεωρηθῇ ὡς μέτρον τῆς ἀποκλίσεως τῆς κατανομῆς τοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος ἐκ τῆς σφαιρικῆς συμμετρίας. Συνεπῶς ἐπιτρέπει νά ἐξάγωμεν ὡρισμένα συμπεράσματα ἐπί τῆς μορφῆς τούτων. Ἡ ὕπαρξις λοιπόν μή μηδενικῆς ἠλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς ὑποθέτει ἀναγκαίως ὅτι ὁ ὑπ'ὄψιν πυρήν δέν εἶναι σφαιρικός. Δύναται νά θεωρηθῇ ὡς σφαιροειδές ἐκ περιστροφῆς, ὡς εἰς τό σχῆμα (2.17). Τό σφαιροειδές σχῆμα τύπου ὠοῦ ἔχει θετικήν




Σχ. 2.17. Σφαιρικοί καί ἐλλειφοειδεῖς πυρῆνες.

ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν, τό δέ σχῆμα πεπλατυσμένου στρόβου ἀρνητικήν τοιαύτην. Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι

τό ήλεκτρικόν φορτίον, Ze, είναι όμοιομόρφως κατανεμημένον έπί τοῦ σφαιροειδοῦς, τότε ή ήλεκτρική τετραπολική ροπή τοῦ πυρῆνος, Q, είναι:

$$Qe = \frac{2}{5} Z(c^2 - a^2) \qquad (2.78)$$

ἔνθα c καί a=ήμιάξονες τοῦ σφαιροειδοῦς.

Ἡ ήλεκτρική τετραπολική ροπή ἔχει διαστάσεις (φορτίον x ἐπιφάνεια). Συνήθως διαιρεῖται ή μετρουμένη τιμή διά τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου, οὕτως ὥστε ή ήλεκτρική τετραπολική ροπή δίδεται εἰς μονάδας ἐπιφανείας. Αἱ τιμαί αὐτῆς κεῖνται συνήθως εἰς τήν περιοχήν $10^{-24}$–$10^{-26}$ cm². Θέτοντες ὡς μέσην ἀκτῖνα $2R = \frac{2a+2c}{2} = (a+c)$ καί ὡς παράμετρον παραμορφώσεως ἐκ τῆς ἀφαιρικῆς συμμετρίας $n = \frac{2c-2a}{R} = \frac{2(c-a)}{R}$, τότε ή ήλεκτρική τετραπολική ροπή δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$Q = \frac{4}{5} nZR^2 \qquad (2.79)$$

Ὁ πίναξ (2.5) δίδει μερικάς τιμάς τῆς ήλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς διαφόρων πυρήνων. Θέτοντες $Q/R^2$ εἰς διάγραμμα συναρτήσει τοῦ Z(ἤ τοῦ N), εὑρίσκομεν ὅτι ή ήλεκτρική τετραπολική ροπή ἀλλάσσει σημεῖον εἰς τιμάς Z ἀντιστοιχούσας εἰς κλειστάς τροχιάς. Σχῆμα (2.18) (πρότυπον στιβάδων κεφ. 2.16). Ἡ μεγαλυτέρα τιμή ἀντιστοιχεῖ εἰς τό $^{176}Lu$: $Q = +7.10^{-24}$ cm². Διά τό D εὑρέθη $Q = +\ 0{,}00274.10^{-24}$ cm².

Ἐλέχθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον ὅτι ή ἀνώμαλος μαγνητική ροπή τοῦ δευτερονίου ὑποδηλοῖ τήν ὕπαρξιν μή κεντρικῶν δυνάμεων ἐντός τοῦ πυρῆνος. Τό γεγονός ὅτι ἔχει τοῦτο μικράν θετικήν ήλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν ἐπιβεβαιώνει τήν ἀνωτέρω ἀνωμαλίαν. Ὡς καί εἰς τήν περίπτωσιν

ΠΙΝΑΞ 2.5

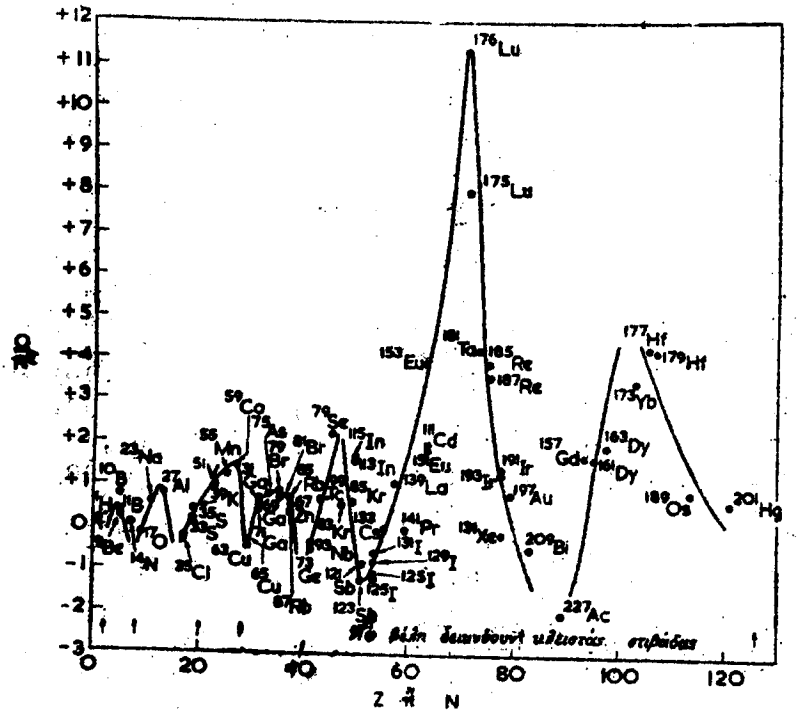
'Ηλεκτρική τετραπολική ροπή πυρήνων

| Πυρήν | Z | N | I | Q $10^{24}$ cm$^2$ |
|---|---|---|---|---|
| D | 1 | 1 | 1 | 0,00274 |
| $^{6}Li$ | 3 | 3 | 1 | -0,002 |
| $^{7}Li$ | 3 | 4 | 3/2 | -0,1 |
| $^{40}K$ | 19 | 21 | 4 | -0,006 |
| $^{138}La$ | 57 | 31 | 5 | 0,9 |
| $^{176}Lu$ | 71 | 105 | 7 | 7 |
| $^{179}Hf$ | 72 | 107 | 9/2 | 3 |
| $^{233}U$ | 92 | 141 | 5/2 | 3,4 |
| $^{235}U$ | 92 | 143 | 7/2 | 4 |
| $^{241}Pu$ | 94 | 147 | 5/2 | 4,9 |

τῆς μαγνητικῆς ροπῆς, εὑρέθη ὅτι ποσοστόν 4% τῆς D καταστάσεως τοῦ δευτερονίου ἐπαρκεῖ διά τήν ἐξήγησιν τῆς μικρᾶς ταύτης θετικῆς ἠλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς τούτου.

Γενικῶς πυρῆνες μέ spin $I < 1$, ἤτοι 1/2 ἤ 0, δέν ἔχουν ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν.

'Η μελέτη τῆς ἠλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς τῶν πυρήνων βασίζεται ἐπί τῆς ἀλληλεπιδράσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου τῶν ἠλεκτρονίων τῶν ἀτόμων ἤ μορίων μετά τῆς ἠλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς καί κατά συνέπειαν ἡ χρησιμοποιουμένη μέθοδος εἶναι ἀνάλογος πρός τήν τῆς μαγνητικῆς ροπῆς.




Σχ. 2.13. Ἡλεκτρική τετραπολική ροπή πυρήνων καί μαγικοί ἀριθμοί.

## 2.15. Ὑπόθεσις πρωτονίων-ηλεκτρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος.

Ἡ ἀντίληψις τῆς ὑπάρξεως ἠλεκτρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος προῆλθεν ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς β-διασπάσεως εἰς τά φυσικά ραδιενεργά στοιχεῖα. Δεδομένου ὅτι ἡ ραδιενεργός διάσπασις ἦτο φαινόμενον τοῦ πυρῆνος καί δεδομένου ὅτι τά β-σωμάτια ἦσαν ἠλεκτρόνια, ἡ ἀντίληψις ὅτι ὁ πυρήν περιέχει ἠλεκτρόνια ἐδημιουργήθη κατά λογικόν τρόπον.
Ἡ ἐκπομπή α-σωματίων ἐκ τῶν φυσικῶν ραδιενεργῶν πυρήνων ἐθεωρήθη ὡς ἐκπομπή 4 πρωτονίων καί 2 ἠλεκτρονίων.
Ἡ διαπίστωσις ὅμως ὅτι τό spin τοῦ $^{14}N$ εἶναι 1 καί ὄχι ἡμιπεριττός ἀριθμός (Κεφ.2.7), ὡς καί ἡ ἀκολουθουμένη στατιστική ὑπό τῶν πυρήνων, ὡδήγησαν εἰς τήν ἀντίληψιν

ὅτι ἠλεκτρόνια δέν ὑπάρχουν εἰς τόν πυρῆνα. Ἀλλά καί τό γεγονός ὅτι ἡ μαγνητική ροπή τῶν πυρήνων εἶναι μερικαί μόνον πυρηνικαί μαγνητόναι (Κεφ.2.10) ἄγει εἰς τό αὐτό συμπέρασμα. Ἐάν ὑπῆρχον ἠλεκτρόνια ἐντός τοῦ πυρῆνος, θά ἔπρεπε ἡ μαγνητική ροπή αὐτῶν νά ἦτο τῆς τάξεως τῆς μαγνητόνης τοῦ Bohr, ἥτις εἶναι 1836 περίπου φοράς μεγαλυτέρα τῆς πυρηνικῆς μαγνητόνης. Πέραν τούτου, ἕν ἠλεκτρόνιον εὑρισκόμενον ἐντός τοῦ πυρῆνος πρέπει νά ἔχῃ μῆκος κύματος de Broglie $\lambda = \frac{h}{mv}$ τῆς τάξεως τῶν διαστάσεων τοῦ πυρῆνος. Οὕτοντες π.χ. $\lambda = 10^{-12}$ cm ὑπολογίζομεν τήν ἀντίστοιχον ὁρμήν τούτου $mv = \frac{h}{\lambda} = 6,6.10^{-15}$ erg.sec/cm. Δεδομένου ὅτι ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι $E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ καί ἡ κινητική ἐνέργεια αὐτοῦ $E_{κιν.} = mc^2 - m_o c^2$, εὑρίσκομεν τελικῶς ὅτι ἡ

$$E_{κιν.} \approx (2.10^{-4}\ \text{erg}) \times \left( \frac{1}{1,6.10^{-6}} \frac{\text{Mev}}{\text{erg}} \right)$$

$$\approx 100\ \text{MeV}$$

Ἡ ἐνέργεια αὕτη εἶναι λίαν μεγάλη ἐν σχέσει πρός τήν παρατηρουμένην κινητικήν ἐνέργειαν τῶν β-σωματίων ὡς καί τήν ἐνέργειαν τήν σχετιζομένην μέ μεταβολάς τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος. Ἀνάλογος ὑπολογισμός διά τά νουκλεόνια δίδει ἐνέργειαν περίπου $10^{-5}$ erg ἥτις κεῖται ἐντός τῶν πειραματικῶν δεδομένων. Βάσει λοιπόν τῶν ἀνωτέρω δέν γίνεται παραδεκτή ἡ ἄποψις ὅτι ἐντός τοῦ πυρῆνος ὑπάρχουν ἠλεκτρόνια.

## 2.16. Μαγικοί ἀριθμοί.

Ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον ὅτι ὡρισμένοι πυρῆνες εἶναι ἰδιαιτέρως σταθεροί.

Ἐπί παραδείγματι ὁ πυρήν $^{4}_{2}He$ ὅστις συνίσταται ἐκ 2p καί 2n εἶναι ἰδιαιτέρως σταθερός πυρήν.

Ἡ ἐνέργεια, ἥτις ἀπαιτεῖται διά τήν ἀπόσπασιν ἑνός νετρονίου ἀπό τόν πυρῆνα $^{208}Pb$ (7,38 MeV) ὅστις περιέχει 126 νετρόνια, εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐνεργείας ἥτις ἀπαιτεῖται διά τήν ἀπόσπασιν ἑνός νετρονίου ἀπό τόν πυρῆνα $^{207}Pb$ (6,73 MeV), ὅστις περιέχει 125 νετρόνια. Εἶναι ἐπίσης μεγαλυτέρα τῆς ἐνεργείας ἥτις ἀπαιτεῖται διά τήν ἀπόσπασιν ἑνός νετρονίου ἀπό τόν πυρῆνα $^{209}Pb$ (3,87 MeV) ὅστις περιέχει 127 νετρόνια. Παρατηροῦμεν δηλαδή ὅτι ὡρισμένοι ἀριθμοί νετρονίων καί πρωτονίων ἔχουν ἰδιαιτέραν σημασίαν διά τήν σταθερότητα τοῦ πυρῆνος. Πρίν ἡ δοθῆ μία παραδεκτή ἐξήγησις ἐπί τῶν ἀριθμῶν τούτων ὠνομάσθησαν οἱ ἀριθμοί οὗτοι μαγικοί ἀριθμοί. Οἱ ἀριθμοί οὗτοι εἶναι 2,8,20,50,82 διά τά πρωτόνια καί 2,8,20,50, 82,126 διά τά νετρόνια. Ὁ πυρήν $^{208}Pb$ ὅστις περιέχει 82p καί 126n εἶναι διπλῶς μαγικός πυρήν. Ὁμοίως καί ὁ πυρήν $^{4}He$, ὅστις περιέχει 2p καί 2n.

Παρά τό ἐντυπωσιακόν ὄνομα τό ὁποῖον ἐδόθη εἰς τούς ἀριθμούς αὐτούς, οἱ ἐρευνηταί ἠθέλησαν νά συσχετίσουν τούς μαγικούς ἀριθμούς μέ τούς ἀριθμούς 2,8,18 καί 32 οἵτινες καθορίζουν τήν πλήρωσιν τῶν ἠλεκτρονικῶν στιβάδων τῶν ἀτόμων. Ὑπετέθη δηλαδή λίαν ἐνωρίς ὅτι ὁ πυρήν πιθανῶς νά ἔχη ἀνάλογον δομήν. Οὕτω ἐδημιουργήθη ἓν ὑπόδειγμα πυρῆνος, ὅπερ ὠνομάσθη ὑπόδειγμα τῶν στιβάδων. Αἱ πειραματικαί διαπιστώσεις αἵτινες σχετίζονται μέ τούς μαγικούς ἀριθμούς εἶναι αἱ ἑξῆς:

1) Ἀριθμός τῶν σταθερῶν ἰσοτόπων καί ἰσοτόνων. Πυρῆνες μέ μαγικούς ἀριθμούς πρωτονίων ἢ νετρονίων ἔχουν ἰδιαι-

τέραν σταθερότητα ἤτις ἀντανακλᾶ εἰς τήν ὕπαρξιν μεγάλου ἀριθμοῦ σταθερῶν ἰσοτόπων καί ἰσοτόνων νουκλιδίων. Ἐπί παραδείγματι διά Z=50 (Sn) ἔχομεν ἕνα μεγάλον ἀριθμόν ἰσοτόπων (10). Διά N=50 ἔχομεν 6 σταθερά ἰσότονα ἐνῶ διά N=48 ἔχομεν 3 καί διά N=52 ἔχομεν 4. Διά Z=20 ἔχομεν 6 ἰσότοπα, ἐνῶ διά Z=18 ἔχομεν 3. Διά N=20 ἔχομεν 5 ἰσότονα. Διά N=82 ἔχομεν 7 ἰσότονα καί διά Z=82 ἔχομεν 4 ἰσότοπα.

2) Φυσική ἀφθονία τῶν νουκλιδίων. Νουκλίδια μέ μαγικούς ἀριθμούς πρωτονίων ἤ νετρονίων ἀνευρίσκονται συχνότερα εἰς τήν φύσιν εἰς ποσοστόν πολύ μεγαλύτερον τοῦ ἀναμενομένου. Ἐπί παραδείγματι διά Z=ἄρτιον (ἐκτός τῶν ἐλαφρῶν στοιχείων), ἡ περιεκτικότης εἰς δεδομένον ἰσότοπον δέν ὑπερβαίνει τό 60%. Ὑπάρχουν ὅμως τρεῖς ἐξαιρέσεις, τοῦ $^{88}_{38}Sr$ (N=50) 82,56%, τοῦ $^{138}_{56}Ba$ (N=82) 71,66% καί τοῦ $^{140}_{58}Ce$ (N=82) 88,48%.

3) Διάσπασις ραδιενεργῶν σειρῶν: Ἡ ραδιενεργός διάσπασις τῶν σειρῶν U, Th, Ac ὁδηγεῖ εἰς τό τελικόν προϊόν, τόν Pb, ὅστις ἔχει Z=82. Τά πλέον βαρέα σταθερά νουκλίδια $^{208}Pb$ καί $^{209}Bi$ ἔχουν N=126. Ραδιενεργά νουκλίδια μέ 126 νετρόνια ἐμφανίζουν μεγάλους χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ καί μικράς ἐνεργείας διασπάσεως.

4) Ἀπορρόφησις καί ἐκπομπή νετρονίων. Νουκλίδια περιέχοντα μαγικόν ἀριθμόν νετρονίων, ἐμφανίζουν μικράν ἐνεργόν διατομήν διά τά θερμικά νετρόνια. Μικρά ἐνεργός διατομή σημαίνει μικρά τάσις διά τήν σύλληψιν νετρονίου. Οὕτως ἡ ἐνεργός διατομή τοῦ $^{208}Pb$ (N=126) εἶναι 0,0006 barns, ἐνῶ διά τόν $^{207}Pb$(N=125) εἶναι 0,69 barns.

Διά τό $^{136}Xe$(N=82) ή ένεργός διατομή είναι 0,15 barns ένῶ διά τό $^{135}Xe$ (N=81) είναι $3,5.10^6$ barns. (1 barn=$10^{-24}$ $cm^2$).

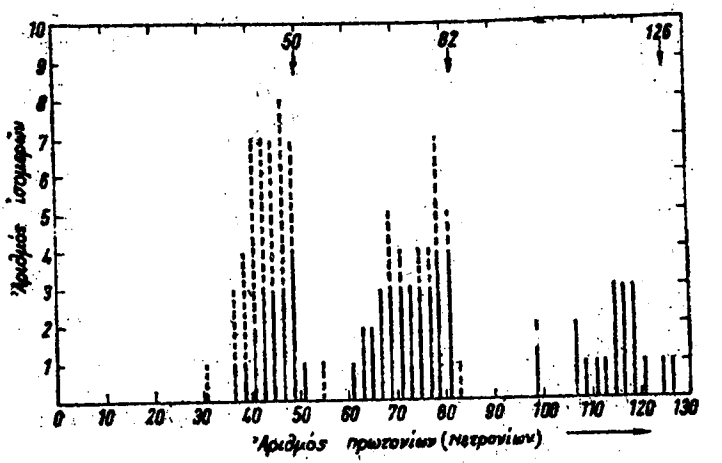
Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως διά τήν προσθήκην ἑνός νουκλεονίου εἰς ἕνα πυρῆνα μέ μαγικόν ἀριθμόν εἶναι σχετικῶς (κατά 1-3 MeV) μικροτέρα.

5) Ἠλεκτρική τετραπολική ροπή. Νουκλίδια μέ μαγικούς ἀριθμούς ἔχουν μηδενικήν (ἤ λίαν μικράν) ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν (σχ. 2.18). Νουκλίδια κείμενα μακράν τῶν μαγικῶν ἀριθμῶν ἔχουν συνήθως μεγάλην ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν. Ἰδιαιτέρως μεγάλας θετικάς τιμάς ἠλεκτρικῆς τετραπολικῆς ροπῆς ἔχουν τά βαρέα στοιχεῖα τῶν σπανίων γαιῶν. Εἰς τήν περιοχήν ταύτην τό Z, τό ἀντιστοιχοῦν εἰς μεγάλας τιμάς, κεῖται εἰς τό μέσον μεταξύ Z=50 καί Z=82, τό δέ N κεῖται περίπου εἰς τό μέσον μεταξύ N=82 καί N=126.

6) Ἀνωμαλίαι εἰς τά παραβολικά διαγράμματα τῶν ἰσοβαρῶν πυρήνων. Πυρῆνες μέ μαγικούς ἀριθμούς, οἱ ὁποῖοι, ὡς ἐλέχθη, ἐμφανίζουν μίαν ηὐξημένην σταθερότητα, κεῖνται κάτωθεν τοῦ παραβολικοῦ διαγράμματος (Σχ. 1.12), καί κατά συνέπειαν ἡ ἐνέργεια τῆς β-διασπάσεως εἶναι μικροτέρα.

7) Ἀριθμός ἰσομερῶν πυρήνων συναρτήσει τοῦ ἀριθμοῦ Z ἤ N. Παρατηρεῖται ὅτι ὀλίγον πρό τῶν μαγικῶν ἀριθμῶν 50, 82, 126 ἐμφανίζονται πολλοί ἰσομερεῖς πυρῆνες ἐνῶ εὐθύς ὡς ὑπερβῶμεν τούς μαγικούς ἀριθμούς ἡ ἐμφάνισις ἰσομερῶν πυρήνων εἶναι σπανία. Τό σχῆμα (2.19) δίδει τόν ἀριθμόν τῶν ἰσομερῶν πυρήνων συναρτήσει τοῦ ἀριθμοῦ Z ἤ N.

Τό γεγονός ὅτι οἱ μαγικοὶ ἀριθμοὶ τῶν πρωτονίων εἶναι οἱ αὐτοί μέ τούς μαγικούς ἀριθμούς τῶν νετρονίων ὁδηγεῖ εἰς τήν παραδοχήν ὅτι αἱ δυνάμεις p-p καί αἱ




Σχ. 2.19. Ἀριθμός ἰσομερῶν πυρήνων μέ περιττόν ἀριθμόν πρωτονίων(– – –) ἤ περιττόν ἀριθμόν νετρονίων (—·—) συναρτήσει τοῦ N ἤ Z

δυνάμεις n-n εἶναι τοῦ αὐτοῦ χαρακτῆρος. Ἄλλως δέν δύναται νά δικαιολογηθῇ ὅτι βασικῶς διάφοροι δυνάμεις ὁδηγοῦν εἰς τήν αὐτήν ἀπεικόνισιν τῶν νετρονίων καί τῶν πρωτονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος.

## 2.17. Πρότυπον τῶν στιβάδων.

Πάντα τά ἀνωτέρω ἐν συνδυασμῷ μέ τό γεγονός ὅτι τά νουκλεόνια ἐντός τοῦ πυρῆνος κατά τινα τρόπον συζεύγνυνται (πυρῆνες τύπου α–α) ὡς καί ὅτι ὑπάρχουν ἰσομερῆ νουκλίδια, δηλαδή νουκλίδια μέ τόν αὐτόν ἀριθμόν νετρονίων καί πρωτονίων ἀλλά μέ διαφόρους πυρηνικάς ἰδιότητας, ὁδηγοῦν εἰς τήν παραδοχήν ὅτι ἡ παρουσία ὡρισμένου

ἀριθμοῦ πρωτονίων καί νετρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος δίδει μίαν ἰδιαιτέρως σταθεράν ἀπεικόνισιν, τήν ὁποίαν δύναται τις νά συγκρίνῃ μέ τήν συμπλήρωσιν τῶν ἠλεκτρονιακῶν στιβάδων τοῦ ἀτόμου. Οὕτω δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ὅτι τά πρωτόνια καί τά νετρόνια κινοῦνται ἐντός τοῦ πυρῆνος ἐπί ὡρισμένων ἐνεργειακῶν σταθμῶν, ἕκαστον ἀνεξαρτήτως τοῦ ἄλλου, ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ κοινοῦ πεδίου, δημιουργουμένου ἐξ ὅλων τῶν νουκλεονίων. Κατ'ἀναλογίαν δέ πρός τά τροχιακά ἠλεκτρόνια ἑνός ἀτόμου, ἡ κατάστασις ἑκάστου νουκλεονίου ἐντός τοῦ πυρῆνος θά χαρακτηρίζεται ἀπό τούς αὐτούς 4 κβαντικούς ἀριθμούς. Ὑφίστανται δύο βασικαί διαφοραί μεταξύ τοῦ ὑποδείγματος τῶν στιβάδων τοῦ πυρῆνος καί τῶν ἠλεκτρονιακῶν στιβάδων. Πρῶτον, δέν ὑφίσταται εἷς τόν πυρῆνα κέντρον δυνάμεων, ὡς εἶναι ὁ πυρήν τοῦ ἀτόμου διά τά ἠλεκτρόνια. Ἕκαστον νουκλεόνιον κινεῖται ἐντός τοῦ φρέατος δυναμικοῦ ὅπερ ἀποτελεῖ μίαν κατά προσέγγισιν παράστασιν τῆς ἀλληλεπιδράσεως τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος Σχῆμα (2.6). Κατ'ἀναλογίαν πρός τά ἠλεκτρόνια, τά νουκλεόνια δύνανται νά καταλαμβάνουν μόνον ὡρισμένας στάθμας ἐνεργείας, ἑκάστης χαρακτηριζομένης ἐκ τῶν 4 κβαντικῶν ἀριθμῶν.

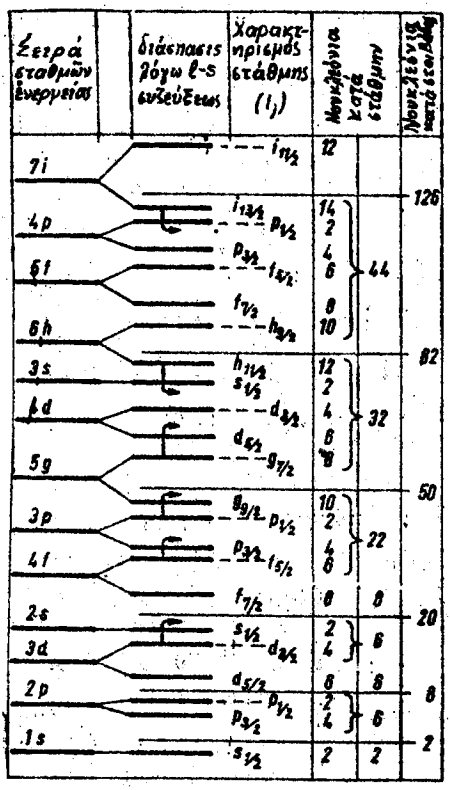
Δεύτερον, τά πρωτόνια καί τά νετρόνια τοῦ πυρῆνος κινοῦνται ἐντός αὐτοῦ ἐπί κεχωρισμένων σταθμῶν ἐνεργείας. Οὕτως ἔχομεν κεχωρισμένους μαγικούς ἀριθμούς διά τά πρωτόνια καί κεχωρισμένους μαγικούς ἀριθμούς διά τά νετρόνια. Ἐάν ἐφαρμόσωμεν τήν ἀρχήν τοῦ Pauli διά τά νουκλεόνια τοῦ πυρῆνος, διά δεδομένην τιμήν τοῦ κυρίου κβαντικοῦ ἀριθμοῦ n, ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων μέ κβαν-

τικόν ἀριθμόν 1 εἶναι $2(2l+1)$ καί ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων εἰς n-ἐνεργειακήν στάθμην εἶναι $2n^2$. Συνεπῶς οἱ μαγικοί ἀριθμοί θά ἔπρεπε νά ἦσαν 2, 2+8=10, 10+13=23, 23+32=60 κλπ. καί ὄχι 2,8,20,50,82,126.

Διά νά ὑπερνικηθῆ ἡ δυσκολία αὕτη, εἰσήχθη μία συμπληρωματική ὑπόθεσις καθ'ἥν, ὅταν τό spin (στροφορμή ἐξ ἰδίας περιστροφῆς), ἑνός νουκλεονίου, μέ κβαντικόν ἀριθμόν s, εἶναι παράλληλον πρός τήν διεύθυνσιν τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς, τότε ἡ ἐνέργεια τοῦ νουκλεονίου τούτου δέν εἶναι ἡ ἰδία μέ τήν ἐνέργειαν ὅταν τό spin ἔχη ἀντίθετον διεύθυνσιν πρός τήν τροχιακήν στροφορμήν.

Ἡ ἀντίληψις αὕτη προϋποθέτει ἰσχυράν σύζευξιν μεταξύ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς $\vec{l}$ καί τοῦ spin $\vec{s}$ ἑκάστου νουκλεονίου καί οὕτω ἔχομεν, ἀντί τοῦ κβαντικοῦ ἀριθμοῦ 1, τόν κβαντικόν τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς $j=l\pm\frac{1}{2}$. Τό ἀποτέλεσμα τῆς συζεύξεως εἶναι ὅτι ἑκάστη στάθμη, μέ δεδομένον $l>0$, διασπᾶται εἰς δύο στάθμας (ὑποστιβάδας) μίαν μέ $j=l+\frac{1}{2}$ καί μίαν μέ $j=l-\frac{1}{2}$. Ἡ κατάστασις $l+\frac{1}{2}$ εἶναι σταθερωτέρα καί κεῖται κάτωθεν τῆς $l-\frac{1}{2}$. Ἡ διαφορά μεταξύ τῶν δύο τούτων ὑποστιβάδων αὐξάνει μέ αὔξησιν τοῦ l περίπου ὡς $(2l+1)/A^{2/3}$ καί δύναται νά φθάση τήν τιμήν 2MeV. Ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων εἰς τήν στάθμην $j=l+\frac{1}{2}$ εἶναι $2l+2$ καί εἰς τήν στάθμην $j=l-\frac{1}{2}$ εἶναι $2l$ ἤτοι δι'ἑκάστην τιμήν τοῦ j ἔχομεν $2j+1$ καταστάσεις. Οὕτω διά $l=2$ ἔχομεν 6 νουκλεόνια εἰς τήν στάθμην $d_{5/2}$ καί 4 εἰς τήν στάθμην $d_{3/2}$. Διά $l=3$ ἔχομεν 8 νουκλεόνια $f_{7/2}$ καί 6 νουκλεόνια $f_{5/2}$. Αἱ ἐνεργειακαί στάθμαι αἵτινες προκύπτουν ἐκ τῆς τοιαύτης συζεύξεως, καθ'ἥν ἡ ἐνέργεια ἑνός νουκλεονίου εἶναι διάφορος, ἀναλόγως ἐάν τό spin εἶναι παράλληλον ἤ ἀντιπαράλληλον

πρός τήν τροχιακήν στροφορμήν, ίδουν τούς μαγικούς ἀριθμούς. Μέ 2,8,20,50,82,126 νουκλεόνια ἔχομεν συμπλήρωσιν τῶν στιβάδων. Τ'ἀποτελέσματα μιᾶς τοιαύτης συζεύξεως δίδονται εἰς τό σχῆμα (2.20). Ἡ χαρακτηριστική ἀσυνέχεια εἰς ὡρισμένας ἰδιότητας τῶν πυρήνων, ἥτις ὑποδηλοῖ συμπλήρωσιν στιβάδος, ὀφείλεται εἰς τήν ἐμφάνισιν στιβάδων ἐνεργείας αἱ ὁποῖαι ἀπέχουν σοβαρῶς ἐκ τῶν ἀμέσως ἀνωτέρων τοιούτων. Τοῦτο δείκνυται καί εἰς τό σχῆμα (2.20). Ἐάν αἱ ἀποστάσεις τῶν διαφόρων σταθμῶν ἐνεργείας ἦσαν αἱ αὐταί δέν θά ἔπρεπε νά ἀναμένωνται σοβαραί μεταβολαί εἰς τάς ἰδιότητας ὅταν ἕν νουκλεόνιον εἰσέρχεται εἰς νέαν στιβάδα. Ἡ ἀνωτέρω σύζευξις συμπιέζει τήν στάθμην ἐνεργείας $j=l+\frac{1}{2}$ ἰσχυρῶς, ὥστε διά μεγάλας τιμάς τοῦ l, αἱ ὑποστιβάδες αὗται ἀποτελοῦν μέρος τῆς κατωτέρας στάθμης.




Σχ. 2.20. Σχηματισμός κλειστῶν στιβάδων ἐντός τῶν πυρήνων.

Κατά τήν ἀνωτέρω σύζευξιν, καλουμένην j–j σύζευξιν, ἥτις προϋποθέτει ἰσχυράν ἀλληεπίδρασιν μεταξύ τῆς τροχι-

ακῆς στροφορμῆς καί spin ἑκάστου νουκλεονίου, ἡ ὁλική στροφορμή ἑκάστου νουκλεονίου προστίθεται διά νά σχηματισθῆ ἡ ὁλική στροφορμή, ἤτοι τό spin τοῦ πυρῆνος

$$\vec{I} = \sum_i \vec{j}_i$$

Δηλαδή εἰς τήν j-j σύζευξιν, ἀντί νά ἐχωμεν l καί s κεχωρισμένως δι' ἕκαστον νουκλεόνιον, ἐχομεν τόν κβαντικόν ἀριθμόν τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς τοῦ νουκλ. j, ἐν ἀντιθέσει πρός τήν LS σύζευξιν εἰς τήν ὁποίαν ἡ ἀλληλεπίδρασις μεταξύ τροχιακῆς στροφορμῆς καί spin θεωρεῖται ἀμελητέα. Συνεπῶς εἰς τήν LS σύζευξιν προστίθενται ἀνυσματικῶς αἱ τροχιακαί στροφορμαί ὅλων τῶν νουκλεονίων διά νά δώσουν τήν ὅλην τροχιακήν στροφορμήν $\vec{L}=\sum_i \vec{l}_i$, ὡς καί αἱ στροφορμαί ἐξ ἰδίας περιστροφῆς ὅλων τῶν νουκλεονίων διά νά δώσουν τήν ὁλικήν στροφορμήν ἐξ ἰδίας περιστροφῆς $\vec{S}=\sum_i \vec{s}_i$. Τά $\vec{L}$ καί $\vec{S}$ προστίθενται μετά ταῦτα, ἀνυσματικῶς διά νά δώσουν τό ὁλικόν spin τοῦ πυρῆνος, ἤτοι εἰς LS σύζευξιν ἔχομεν $\vec{I}=\vec{L}+\vec{S}$.

Ἡ ἀξία ὅλων τῶν ἀνωτέρω προϋποθέσεων ἔγκειται εἰς τήν συμφωνίαν μέ τά πειραματικά δεδομένα.

1) Οἱ μαγικοί ἀριθμοί συμφωνοῦν μετά τῶν εὑρισκομένων πειραματικῶς. Ἐπίσης ἐξηγεῖται ἡ μεγάλη σταθερότης τῶν πυρήνων ὡς $^4$He κλπ.

2) α) Τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή τῶν πυρήνων καθορίζεται ἐκ τοῦ μή συνεζευγμένου νουκλεονίου. Οὕτως, εἰς τήν βασικήν κατάστασιν, πυρῆνες μέ Α=ἄρτιον, τύπου α-α, ἔχουν spin καί μαγνητικήν ροπήν μηδέν καθ' ὅσον τά νουκλεόνια (τά πρωτόνια κεχωρισμένως ἀπό τά νετρόνια) σχηματίζουν ζεύγη κατά τοιοῦτον τρόπον ὥστε τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή νά μηδενίζωνται. Ἄρα τό

spin καί ἡ μαγνητική ροπή τῶν κλειστῶν στιβάδων εἶναι μηδέν. Διά τάς μή πλήρως κατειλημμένας στιβάδας ἰσχύει ὅτι ἐάν ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων εἶναι ἄρτιος, τότε τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή εἶναι μηδέν. Ἐάν ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων εἶναι περιττός, τότε τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος καθορίζεται ἀπό τό περιττόν νουκλεόνιον. Πυρῆνες μέ περιττόν Α, τύπου α-π καί π-α ἔχουν μονῆρες νουκλεόνιον καί τό spin I τοῦ πυρῆνος τούτου εἶναι ἴσον πρός τό j τοῦ τελευταίου τούτου μονήρους νουκλεονίου. Πυρῆνες μέ ἄρτιον Α, τύπου π-π, ἔχουν ἀκέραιον spin.

β) Ἡ ὁμοτιμία τοῦ πυρῆνος καθορίζεται ἀπό τήν τιμήν l τοῦ περιττοῦ νουκλεονίου. Ἐάν l=ἄρτιος, τότε ἡ ὁμοτιμία εἶναι ἀρτία (+). Ἐάν l=περιττός, τότε ἡ ὁμοτιμία εἶναι περιττή (-).

Θεωρήσωμεν τόν πυρῆνα $^{17}_{8}O$. Οὗτος ἀποτελεῖται ἀπό 8 πρωτόνια καί 9 νετρόνια. Τό spin καί ἡ ὁμοτιμία βάσει τῶν ἀναφερομένων εἰς τήν α) καί β), καθορίζεται ἀπό τήν ἐνεργειακήν στάθμην τοῦ ἐνάτου νετρονίου. Τό $9^{ον}$ νετρόνιον, βάσει τοῦ σχήματος (2.20) εὑρίσκεται εἰς τήν κατάστασιν $3\,d_{5/2}$ μέ l=2 καί j=5/2. Συνεπῶς τό spin καί ἡ ὁμοτιμία τοῦ πυρῆνος πρέπει νά εἶναι 5/2 (+). Ἡ μετρηθεῖσα τιμή τοῦ spin εἶναι πράγματι 5/2. Ὡς δεύτερον παράδειγμα ἔστωσαν οἱ πυρῆνες $^{113}_{49}In$ καί $^{115}_{49}In$. Εἰς ἀμφοτέρους τούς πυρῆνας, τό περιττόν νουκλεόνιον εἶναι τό 49ον πρωτόνιον. Τοῦτο, βάσει τοῦ σχήματος (2.20) πρέπει νά εὑρίσκεται εἰς τήν κατάστασιν $5g_{9/2}$ μέ l=4 καί j=9/2. Ἄρα τό spin καί ἡ ὁμοτιμία τοῦ πυρῆνος πρέπει νά εἶναι 9/2 (+), ὅπερ καί πράγματι ἐπιβεβαιοῦται ὑπό τοῦ πειρά-

ματος. Ὑπάρχουν ὅμως καί ἀρκεταί περιπτώσεις καθ'ἃς αἱ πειραματικῶς εὑρισκόμεναι τιμαί δέν συμφωνοῦν μέ τάς ὑπό τοῦ σχήματος (2.20) προβλεπομένας. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι, εἰς περιπτώσεις καθ'ἃς δύο ἐνεργειακαί στάθμαι τοῦ πυρῆνος διαφέρουν ὀλίγον μεταξύ των, εἶναι δυνατός εἷς ὑπερκερασμός τῶν στιβάδων. Εἰς τήν περίπτωσιν πυρήνων μεγάλου spin, ὑποτίθεται ὅτι ἡ ἐνέργεια ἑνός μονήρους νουκλεονίου εἶναι ἰδιαιτέρως μεγάλη, αὐξάνουσα μετά τοῦ j. Δύναται νά δημιουργηθῇ μία ἐνεργειακή κατάστασις μεγαλυτέρας σταθερότητος δι'ἀνυψώσεως ἑνός δευτέρου νουκλεονίου ἐκ στάθμης μικροτέρας τιμῆς spin εἰς στάθμην μεγαλυτέρου spin, μέ ἀποτέλεσμα νά δημιουργηθῇ ἕν ζεῦγος. Οὕτω δύναται νά ἐξηγηθῇ διατί δέν εὑρέθησαν πυρῆνες εἰς τήν βασικήν κατάστασιν μέ spin I=11/2. Εἰς τήν κατάστασιν ταύτην, βάσει τῶν ἀνωτέρω, δέν δύνανται νά ὑπάρχουν μονήρη νουκλεόνια. Θεωρήσωμεν τήν περίπτωσιν τοῦ πυρῆνος $^{137}_{56}$Βα. Τό περιττόν νουκλεόνιον εἶναι τό 31$^{ον}$ νετρόνιον. Βάσει τοῦ σχήματος (2.20) τό νετρόνιον τοῦτο ἔπρεπε νά εὑρίσκετο εἰς τήν στάθμην $6h_{11/2}$ μέ l=5 καί j=11/2 (-). Ἐν τούτοις εὑρέθη πειραματικῶς ὅτι ἔχει spin καί ὁμοτιμίαν 3/2(+) καί μαγνητικήν ροπήν 0,931 πυρηνικάς μαγνητόνας. Τοῦτο δικαιολογεῖται διά τῆς παραδοχῆς ὅτι ἕν νετρόνιον ἀπομακρύνεται ἀπό ἓν ζεῦγος τῆς στάθμης $4d_{3/2}$ καί σχηματίζει ζεῦγος μέ τό νετρόνιον τῆς στάθμης $6h_{11/2}$. Τό μονῆρες τώρα νουκλεόνιον εἶναι εἰς τήν στάθμην $4d_{3/2}$ καί συνεπῶς ἔχει spin 3/2 (+). Ἡ μαγνητική ροπή βάσει τῆς ἐξισώσεως (2.67) ἔπρεπε νά ἦτο 1,14 πυρηνικαί μαγνητόναι, ἥτις προσεγγίζει καλῶς τήν εὑρισκομένην πειραματικήν τιμήν (0,931 π.μ.).

'Εάν τό $81^{ov}$ νετρόνιον ἦτο εἰς τήν κατάστασιν $6h_{11/2}$, τότε βάσει τῆς σχέσεως (2.66) ἔπρεπε νά ἦτο αὕτη ἀρνητική. Εἰς τούς πυρῆνας τύπου π-π ἔχομεν δύο μονήρη νουκλεόνια καί συνεπῶς ἡ σύζευξις τῶν δύο ὁλικῶν στροφορμῶν $(j_1, j_2)$ τῶν νουκλεονίων τούτων καθορίζει τό spin τοῦ πυρῆνος. Τό spin τοῦ πυρῆνος δύναται νά ἔχη οἱανδήποτε τιμήν μεταξύ $|j_1-j_2|$ καί $j_1+j_2$. Δύο κανόνες τοῦ Nordheim συνήθως δίδουν ὀρθά ἀποτελέσματα:

I. 'Εάν $(l_1+l_2+j_1+j_2)$=ἄρτιος, τότε $I=|j_1-j_2|$ |2.80|

II. 'Εάν $(l_1+l_2+j_1+j_2)$=περιττός, τότε τό spin I θά εἶναι μεγάλον, πιθανῶς πλησίον τῆς τιμῆς $j_1+j_2$.

'Εάν $l_1$ καί $l_2$ εἶναι ἀμφότερα ἄρτιοι ἤ περιττοί ἀριθμοί, τότε ὁ πυρήν ἔχει ἀρτίαν ὁμοτιμίαν. 'Εάν ἕν ἐξ αὐτῶν εἶναι ἄρτιον τό δέ ἕτερον περιττόν, τότε ἡ ὁμοτιμία τοῦ πυρῆνος εἶναι περιττή.

Θεωρήσωμεν ὡς παράδειγμα τόν πυρῆνα $^{64}_{29}Cu$. "Εχομεν δύο περιττά νουκλεόνια. Τό $29^{ov}$ πρωτόνιον $4f_{5/2}$, μέ $l=3$ καί $j=5/2$, καί τό $35^{ov}$ νετρόνιον $3p_{3/2}$, μέ $l=1$ καί $j=3/2$. Κατά συνέπειαν, βάσει τῆς σχέσεως (2.80) ἔχομεν $l_1+l_2+j_1+j_2=8$ καί ἄρα τό spin τοῦ πυρῆνος πρέπει νά εἶναι $I=j_1-j_2=5/2-3/2=1$. Τοῦτο συμφωνεῖ μέ τήν πειραματικήν τιμήν. 'Επειδή ἀμφότερα τά $l_1$ καί $l_2$ εἶναι περιττοί ἀριθμοί ἕπεται ὅτι ἡ ὁμοτιμία τοῦ πυρῆνος εἶναι ἄρτία. 'Ο πυρήν $^{86}_{37}Rb$ ἔχει ὡς περιττόν πρωτόνιον τό $37^{ov}$ πρωτόνιον $3p_{3/2}$ μέ $l=1$ καί $j=3/2$. Τό περιττόν $49^{ov}$ νετρόνιον εἶναι $5g_{9/2}$ μέ $l=4$ καί $j=9/2$. Κατά συνέπειαν

$l_1+l_2+j_1+j_2=1+4+3/2+9/2=11$ περιττός ἀριθμός

καί ἄρα τό spin I τοῦ πυρῆνος εἶναι πιθανῶς $j_1+j_2=6$. Πειραματικῶς εὑρέθη ὅτι εἶναι 2. 'Επειδή τό spin τοῦ

πυρῆνος $^{85}_{37}Rb$ εἶναι 5/2, δυνάμεθα νά ὑποθέσωμεν μίαν διάφορον τοποθέτησιν τῶν σταθμῶν, ὡς δείκνυται διά βέλους, ὅτι τό $37^{ον}$ πρωτόνιον δύναται νά εὑρίσκεται εἰς τήν κατάστασιν $4f_{5/2}$ , μέ l=3 καί j=5/2, καί ὄχι εἰς τήν κατάστασιν $3p^3/2$ . Εἰς τήν τελευταίαν περίπτωσιν ἔχομεν $l_1+l_2+j_1+j_2=3+4+5/2+9/2=14$ καί ἄρα τό spin θά εἶναι 9/2-5/2=2, ἤτις συμφωνεῖ μέ τήν πειραματικήν τιμήν. Ἡ ὁμοτιμία λόγῳ τῶν τιμῶν l=3 καί l=4, εἶναι περιττή. Ἀλλά καί εἰς τήν πρώτην περίπτωσιν ἔχομεν περιττήν ὁμοτιμίαν διότι l=1 καί l=4. Γενικῶς ὅλαι αἱ ἀποστιβάδες ἐντός δεδομένης στιβάδος ἔχουν σχεδόν τήν αὐτήν ὁμοτιμίαν. Ἑπομένως ἔστω καί ἐάν δέν εἴμεθα βέβαιοι περί τῆς ὑποστιβάδος ἐπί τῆς ὁποίας κεῖται τό περιττόν νουκλεόνιον, ἐν τούτοις δυνάμεθα νά εἴμεθα σχεδόν βέβαιοι διά τήν ὁμοτιμίαν.

3) Ἡ ἐμφάνισις ἰσομερῶν πυρήνων ἐξηγεῖται διά τοῦ ὑποδείγματος τῶν στιβάδων.

Αἱ ἰσομερεῖς καταστάσεις θεωροῦνται ὡς μακρόβιοι διηγερμέναι καταστάσεις τῶν πυρήνων. Κατά τήν διέγερσιν ἑνός πυρῆνος, οὗτος μεταβαίνει εἰς ὑψηλοτέραν στάθμην ἐνεργείας ἐκ τῆς ὁποίας, ἀπ' εὐθείας ἤ δι' ἐνδιαμέσων καταστάσεων, μεταπίπτει ταχέως εἰς τήν βασικήν τοιαύτην. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τῆς διηγερμένης καταστάσεως εἶναι τόσον μικρότερος (ἄρα ἡ πιθανότης μεταπτώσεως εἰς τήν βασικήν κατάστασιν εἶναι τόσον μεγαλυτέρα) ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διαφορά τῶν spin ΔI καί ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ διαφορά ἐνεργείας ΔE τῶν δύο σταθμῶν. Ἡ μετάβασις ἑνός ἰσομεροῦς πυρῆνος εἰς τήν βασικήν κατάστασιν παρεμποδίζεται λόγῳ τῆς μεγάλης διαφορᾶς ΔI τῶν spin

τῶν δύο καταστάσεων. Θεωρήσωμεν ὡς παράδειγμα τόν πυρῆνα $^{115}_{48}Cd$. Ἡ βασική κατάστασις αὐτοῦ ἔχει spin 1/2 (+) καί συνεπῶς τό 67ον νετρόνιον εὑρίσκεται εἰς τήν στάθμην $3s_{1/2}$. Ἄνωθεν τῆς στάθμης ταύτης κεῖται ἡ στάθμη $6h_{11/2}$. Διέγερσις τοῦ πυρῆνος τούτου δι' ἐνεργείας 0,18 MeV ἀναβιβάζει τό 67ον νετρόνιον εἰς τήν στάθμην ταύτην, μέ ἀποτέλεσμα τό spin τοῦ διηγερμένου πυρῆνος νά εἶναι 11/2 (-). Λόγῳ ἀκριβῶς τῆς μεγάλης ταύτης διαφορᾶς ΔΙ τῶν spin, ἡ διηγερμένη κατάστασις τοῦ $^{115}Cd$ θεωρεῖται ὡς ἰσομερής κατάστασις. Ἡ μεγάλη διαφορά τοῦ spin παρεμποδίζει τήν μετάπτωσιν ἐκ τῆς ἀνωτέρας στάθμης καί διά τοῦτο ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τῆς ἰσομεροῦς καταστάσεως εἶναι μεγάλος. Π.χ. τό $t_{1/2}$ τῆς ἰσομεροῦς καταστάσεως τοῦ Am-242 εἶναι 152 ἔτη.

Τό ὑπόδειγμα τῆς ὑγρᾶς σταγόνος διαφέρει ριζικῶς τοῦ ἀνωτέρω ὑποδείγματος. Τό πρῶτον προϋποθέτει ἰσχυράν ἀλληλεπίδρασιν μεταξύ τῶν νουκλεονίων, τά ὁποῖα ἔχουν μόνον συλλογικήν συμπεριφοράν, καί δέν ἐνδιαφέρεται διά τήν ἐσωτερικήν δομήν τοῦ πυρῆνος τῶν ἀτόμων. Τό ὑπόδειγμα τῶν στιβάδων ὑποθέτει ὅτι ἡ κίνησις ἑκάστου νουκλεονίου εἶναι ἀνεξάρτητος ὅλων τῶν ἄλλων νουκλεονίων. Πρέπει νά τονισθῇ ὅτι καί ἡ βάσις τῶν δύο ὑποδειγμάτων εἶναι διάφορος καί ὡς ἐτονίσθη εἰς τό κεφάλαιον τοῦ προτύπου τῆς ὑγρᾶς σταγόνος, ἕκαστον ὑπόδειγμα ἀποσκοπεῖ εἰς τήν ἐξήγησιν ὡρισμένων μόνον ἰδιοτήτων. Οὕτω μέ τό ὑπόδειγμα τῆς ὑγρᾶς σταγόνος ἐπιδιώκεται ἡ ἐξήγησις ὡρισμένων ἰδιοτήτων σχετιζομένων μέ τάς πυρηνικάς δυνάμεις ὡς ἐνέργεια συγδέσεως, πυκνότης, πυρηνικαί ἀντιδράσεις σχάσεως αἱ ὁποῖαι δέν δύνανται νά ἐξηγηθοῦν μέ τό ὑπόδειγμα τῶν στιβάδων. Μέ τό ὑπόδειγμα τῶν στιβάδων ἐπι-

διώκεται ἡ ἐξήγησις τῶν στατιστικῶν ἰδιοτήτων τοῦ πυρῆνος ὡς καί τῆς σταθερότητος τῆς βασικῆς καταστάσεως τοῦ πυρῆνος. Οὕτως ὑπολογίζονται τά spin, ἡ μαγνητική ροπή, ἡ ὁμοτιμία καί ἐξηγεῖται ἡ ἐμφάνισις ἰσομερῶν πυρήνων. Πάντα ταῦτα ὅμως δέν σημαίνουν ὅτι τό ἕν ὑπόδειγμα ἀποκλείει τό ἕτερον. Τό συλλογικόν ὑπόδειγμα τοῦ πυρῆνος συνδυάζει ἀμφοτέρας τάς ἀπόψεις. Τροποποίησιν τοῦ προτύπου τούτου ἀποτελεῖ τό καλούμενον "ἑνοποιημένον" ὑπόδειγμα τοῦ πυρῆνος. Διά τάς διηγερμένας καταστάσεις τοῦ πυρῆνος ἀνεπτύχθη τό "στατιστικόν" ὑπόδειγμα.

## 2.18. Μέτρησις spin καί μαγνητικῆς ροπῆς. ΠΟΛΥ ΛΙΓΑ

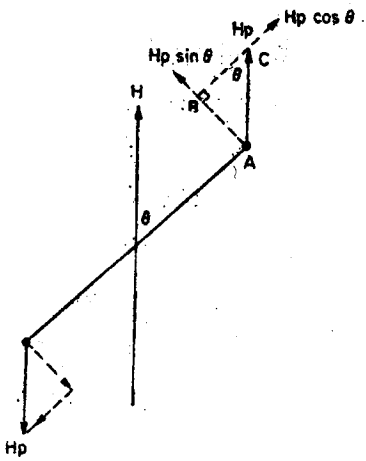
Ἐάν ἕν μαγνητικόν δίπολον μήκους L. τεθῇ ἐντός μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως H ὥστε νά σχηματίζῃ γωνίαν $\vartheta$ μέ τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου, ὑφίσταται τήν ἐπίδρασιν ζεύγους δυνάμεων τείνοντος νά περιστρέψῃ τοῦτο ὥστε ὁ ἄξων αὐτοῦ νά καταστῇ παράλληλος πρός τήν διεύθυνσιν τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, Σχῆμα (2.21). Ἡ δύναμις εἰς ἕκαστον πόλον ($F=mH$) ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν κάθετον $mH\sin\vartheta$ πρός τό δίπολον καί μίαν κατά τήν διεύθυνσιν αὐτοῦ. Ἡ τελευταία ὅμως δέν παράγει ἔργον. Ἄρα ἡ ροπή τοῦ πρώτου ζεύγους εἶναι ἴση πρός

$$M = mLH \sin\vartheta \qquad (2.31)$$

ἤτις, βάσει τῆς σχέσεως (2.29), καθίσταται

$$M = \mu H \sin\vartheta \qquad (2.32)$$

ἔνθα $\mu$ = ἡ μαγνητική ροπή τοῦ μαγνητικοῦ διπόλου.




Σχ. 2.21. Δυνάμεις επί του μαγνητικού διπόλου εντός μαγνητικού πεδίου.

Η διαφορά της δυναμικής ενεργείας του διπόλου όταν σχηματίζη γωνίαν $\vartheta$ μετά της διευθύνσεως του πεδίου θά είναι

$$\Delta E=\int_0^{\vartheta}\mu H\sin\vartheta.d\vartheta=\mu H/-\cos\vartheta/_0^{\vartheta}$$

$$=\mu H-\mu H\cos\vartheta \qquad (2.33)$$

Η δυναμική ένέργεια του μαγνητικού διπόλου έντός του πεδίου τούτου, διά θέσιν κάθετον ($\vartheta=90^o$) ως πρός τήν διεύθυνσιν του πεδίου, είναι μηδέν, καθ' όσον ή κάθετος διεύθυνσις ως πρός τό πεδίον συμπίπτει μέ ισοδυναμικήν επιφάνειαν αύτου. Άρα, διά τάς δύο, αντιθέτου σημείου, ποσότητας του μαγνήτου τό έργον μεταφοράς αύτων έκ του απείρου έως τήν ισοδυναμικήν επιφάνειαν είναι εν τῷ συνόλῳ μηδέν.

Η διαφορά της δυναμικής ενεργείας του μαγνητικού διπόλου μεταξύ δύο θέσεων, ήτοι της παραλλήλου πρός τήν διεύθυνσιν του πεδίου θέσεως ($\vartheta=0^o$) καί της καθέτου πρός αύτήν ($\vartheta=90^o$), βάσει της εξισώσεως (2.33) θά είναι:

$$\Delta E=E_{\delta\upsilu}^{90^o}-E_{\delta\upsilu}^{0^o}=\mu H \qquad (2.34)$$

καί άρα

$$E_{\delta\upsilu}^{0^o}=E_{\delta\upsilu}^{90^o}-\mu H \qquad (2.35)$$

Δεδομένου ότι ή $E_{\delta\upsilu}^{90^o}$ είναι, ως άνεφέρθη, μηδέν έπεται ότι ή δυναμική ενέργεια του διπόλου εις τήν παράλληλον θέσιν ως πρός τό μαγνητικόν πεδίον ($\vartheta=0^o$), είναι έλαχίστη, ήτοι:

$$E^{0^\circ}_{\delta\upsilon\nu} = -\mu H \qquad (2.86)$$

καί ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν θέσιν τῆς μεγίστης εὐσταθείας. Δι'οἱανδήποτε δέ θέσιν ἐν σχέσει πρός ταύτην, ἤτοι δι' οἱανδήποτε γωνίαν $\vartheta$ ἐν σχέσει πρός τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου, ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ διπόλου θά εἶναι:

$$E^{\vartheta}_{\delta\upsilon\nu} = E^{0}_{\delta\upsilon\nu} + \Delta E = -\mu H + \mu H - \mu H \cos\vartheta$$
$$= -\mu H \cos\vartheta \qquad (2.87).$$

Ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ διπόλου εἶναι μεγίστη διά τήν ἀντιπαράλληλον διεύθυνσιν, ἤτοι διά γωνίαν $\vartheta = 180^\circ$,

$$E^{180}_{\delta\upsilon\nu} = +\mu H \qquad (2.88),$$

Ἄρα ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ διπόλου θά εἶναι:

$$E_{o\lambda} = E_0 + E^{\vartheta}_{\delta\upsilon\nu} = E_0 - \mu H \cos\vartheta \qquad (2.89)$$

ἔνθα $E_0$= ἡ ἐνέργεια αὐτοῦ ἐκτός πεδίου καί $\mu = \sigma\upsilon\nu\iota\sigma\tau\tilde{\omega}\sigma\alpha\ \mu_H$. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (2.89), ἡ ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ διπόλου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ προσανατολισμοῦ αὐτοῦ ἐν σχέσει πρός τό ἐφαρμοζόμενον μαγνητικόν πεδίον H. Τό μέγεθος ὅμως τῆς μαγνητικῆς ροπῆς κατά τήν ἐξίσωσιν (2.49) εἶναι:

$$\mu_J = -\frac{e}{2mc}\frac{h}{2\pi}\sqrt{J(J+1)}.g \qquad (2.49)$$

ἡ δέ συνιστῶσα $\mu_H$ κατά τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου, ἥτις δίδεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (2.51), εἶναι:

$$\mu_H = \frac{-e}{2mc}\frac{h}{2\pi} M_J\, g \qquad (2.51)$$

Διά $S=0$ ἔχομεν $g=1$ καί $M_J = M_L$ . Ἄρα ἡ σχέσις (2.51) καθίσταται

$$\mu_H = \frac{-e}{2mc}\frac{h}{2\pi} M_L \qquad (2.90)$$

ἔνθα $M_L = L, L-1.., -L$.

'Αντικαθιστῶντες τήν τιμήν ταύτην εἰς τήν ἐξίσωσιν(2.89) εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐνέργεια ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι

$$E = E_0 + \frac{e}{2mc} H M_L \frac{h}{2\pi} \qquad (2.91)$$

'Εκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης προκύπτει ὅτι ἡ κατάστασις μέ τήν μικροτέραν ἐνέργειαν ἔχει στροφορμήν ἀντιπαράλληλον πρός τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου ($M_L < 0$). Λόγῳ τοῦ ἀρνητικοῦ σημείου εἰς τήν σχέσιν (2.49), ἡ διεύθυνσις τῆς μαγνητικῆς ροπῆς θά εἶναι κατά τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου. 'Ομοίως, ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι διά τάς κβαντωμένας τιμάς τοῦ $M_L$ θά ἔχωμεν καί ἀντιστοίχους τιμάς ἐνεργείας ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, ἀλλ'ἡ ἀπόστασις τούτων μεταξύ των θά εἶναι ἡ αὐτή εἰς ὅλας τάς περιπτώσεις, διά δεδομένην ἔντασιν πεδίου. 'Η ἀπόστασις αὕτη εἶναι, ὡς προκύπτει ἐκ τῆς (2.91)

$$\Delta E = \frac{eh}{2mc.2\pi} H \Delta M_L = \Delta M_L \mu_B H \qquad (2.92)$$

'Ο κανών ἐπιλογῆς $\Delta M = 0, \pm 1$, δίδει τρεῖς ἴσας διασπάσεις καί συνεπῶς θά ἔχωμεν πάντοτε ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διάσπασιν τῆς φασματικῆς γραμμῆς εἰς τρεῖς τοιαύτας. Τοῦτο ἀποτελεῖ τό κανονικόν φαινόμενον Zeeman. Διά $\Delta M_L = 0$, ἡ φασματική γραμμή συμπίπτει μέ τήν ἀρχικήν, ἤτοι τήν ἄνευ τῆς παρουσίας πεδίου γραμμήν. Διά $\Delta M_L = \pm 1$ αἱ φασματικαί γραμμαί κεῖνται ἑκατέρωθεν τῆς πρώτης καί εἰς ἀπόστασιν

$$\Delta\bar{\nu} = \frac{\Delta E}{h} \cdot \frac{1}{c} = \frac{\mu_B H}{h} \cdot \frac{1}{c} = 4,67.10^{-5} H \ cm^{-1} \qquad (2.93)$$

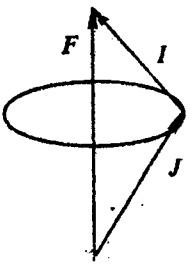
Διά τοῦ φαινομένου Zeeman εὑρίσκεται μετ'ἀκριβείας ἡ τιμή τῆς $\mu_B$.

Διά τήν μέτρησιν τοῦ spin τοῦ πυρῆνος χρησιμοποιεῖται ἡ ὑπερλεπτή ὑφή τῶν φασματικῶν γραμμῶν.

Τό ἄνυσμα $\vec{I}$, ὅπερ χαρακτηρίζει τό spin τοῦ πυρῆνος συνδέεται μετά τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων $\vec{J}$ καί δίδει τό ἄνυσμα τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς, $\vec{F}$, μεγέθους $\hbar\sqrt{F(F+1)}$ (σχῆμα 2.22). Ὁ κβαντικός ἀριθμός F δύναται, κατ' ἀναλογίαν πρός τά προηγούμενα, νά λάβῃ τιμάς:

$$F=I+J,\ J+I-1,\ J+I-2,\ldots |J-I| \qquad (2.94).$$

Ἄρα εὑρίσκομεν 2J+1 ἤ 2I+1 τιμάς, ἐξαρτωμένου ἐκ τοῦ ἐάν εἶναι $J < I$ ἤ $J > I$. π.χ. διά I=3/2 καί J = 2 ἔχομεν 2I+1 = 4 τιμάς (F=7/2, F=5/2, F=3/2, F=1/2). Διά διαφόρους τιμάς τοῦ F ἔχομεν μικράς διαφοράς εἰς τήν ἐνέργειάν τῶν ἀντιστοίχων καταστάσεων. Συνεπῶς ἡ ὑπερλεπτή ὑφή προκύπτει ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ἐγέργεια τοῦ ἀτόμου εἶναι ὀλίγον διάφορος, λόγῳ ἀλληλεπιδράσεως μεταξύ μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ πυρῆνος καί τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων, διά διαφόρους προσανατολισμούς τοῦ spin τοῦ πυρῆνος καί τῆς στροφορμῆς τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων. Δηλαδή αἱ ἐνεργειακαί στάθμαι τοῦ ἀτόμου, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς δεδομένη ἠλεκτρονιακήν κατάστασιν, θά διασπασθοῦν εἰς σειράν, ὀλίγον ἀπεχουσῶν μεταξύ των, γραμμῶν. Ἑκάστη ἐξ αὐτῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν αὐτήν ἠλεκτρονιακήν στάθμην τοῦ ἀτόμου ἀλλ' εἰς διάφορον προσανατολισμόν ἐν σχέσει πρός τό spin τοῦ πυρῆνος.




Σχ. 2.22. Ἀνυσματική παράστασις τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς, F, ἑνός ἀτόμου.

Ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν γραμμῶν ἑνός φάσματος ὑπερλε-

πτῆς ὑφῆς δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν τό spin τοῦ πυρῆνος ἑνός ἀτόμου. Ὁ ἀριθμός τῶν γραμμῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν I καί J ἡ δέ σχετική ἀπόστασις μεταξύ τῶν γραμμῶν ἐκ τῶν τιμῶν F (κανών ἐνδιαμέσων ἀποστάσεων). Ἑπομένως τό I προσδιορίζεται ἐκ μετρήσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν γραμμῶν καί τῆς σχετικῆς ἀποστάσεως τούτων.

Ἐάν εἶναι γνωστόν τό spin τοῦ πυρῆνος, ὑπολογίζεται ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος τοῦ ἀτόμου. Οὕτως εὑρέθη διά τῆς μεθόδου ταύτης ὅτι ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος τοῦ $^{209}Bi$ εἶναι +4,08 πυρηνικαί μαγνητόναι.

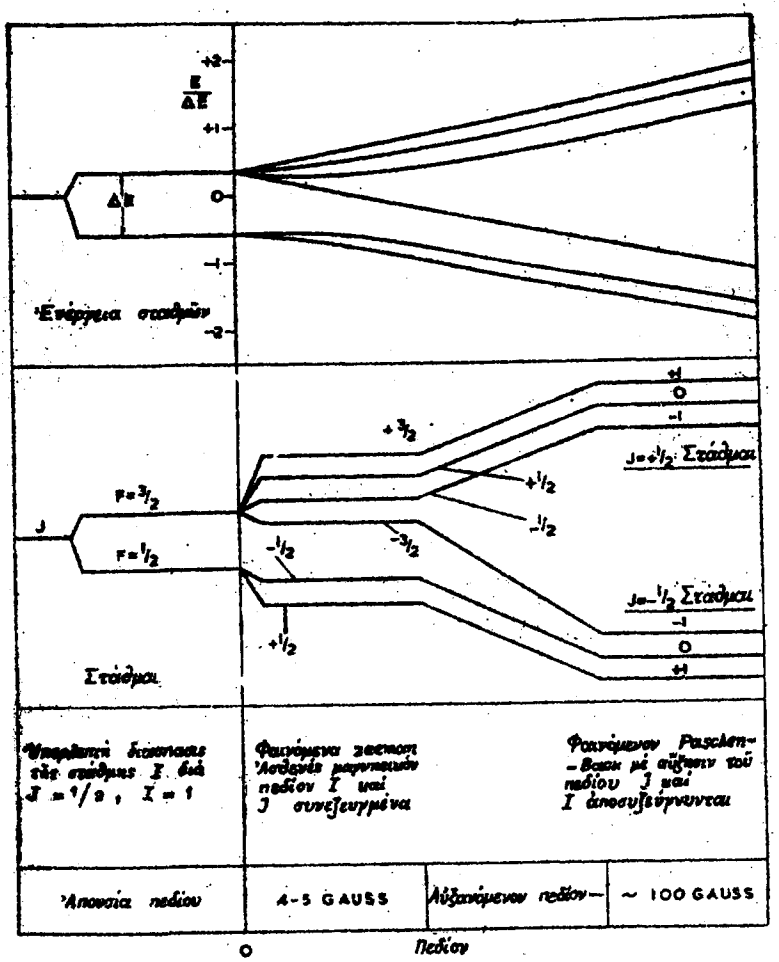
Ἐάν τώρα ἐπιδράσῃ ἐν ἀσθενές ἐξωτερικόν μαγνητικόν πεδίον, ἔχομεν κβάντωσιν τοῦ ἀνύσματος τῆς ὁλικῆς στροφορμῆς τοῦ ἀτόμου $\vec{F}$. Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός ταύτης δύναται νά λαμβάνῃ μόνον τάς τιμάς

$$M_F = F,\ F-1,\ F-2,\ ..,\ -F \qquad (2.95)$$

Ἄρα ἔχομεν $2F+1$ τιμάς τοῦ $M_F$, ἀντιστοιχούσας εἰς διάφορον ἐνέργειαν ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Οὕτω εἰς τό σχῆμα (2.23) διά μικράν ἔντασιν πεδίου (4~5 Gauss), ἔχομεν διάσπασιν ἑκάστης γραμμῆς τοῦ φάσματος ὑπερλεπτῆς ὑφῆς εἰς $2F+1$ στάθμας ἐνεργείας. Διά περαιτέρω αὐξήσεως τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου ἔχομεν βαθμιαίαν ἀποσύζευξιν τῶν J καί I τά ὁποῖα ὑφίστανται ἀνεξάρτητον πλέον κβάντωσιν κατευθύνσεως, μέ συνιστώσας $M_J$ καί $M_I$. Διά δεδομένην τιμήν $M_J$ ἔχομεν $2I+1$ τιμάς τοῦ $M_I$, ἤτοι

$$M_I = I,\ I-1\ ..,\ -I$$

Εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ σχήματος (2.23) $I=1$ καί $J=\frac{1}{2}$. Ἄρα $F=\frac{1}{2}$ καί $\frac{3}{2}$. $M_I=1,0,-1$, καί $M_J=\pm\frac{1}{2}$. Ἡ ἀπόστασις τῶν σταθμῶν διά διαφόρους τιμάς $M_I$ εἶναι μικρά ἐν σχέσει πρός τήν ἀπόστασιν $M_J=+\frac{1}{2}$ καί $M_J=-\frac{1}{2}$. Οὕτω δέν




Σχ. 2.23. Ὑπερλεπτὴ ὑφὴ τῶν φασματικῶν γραμμῶν.

ἀναφαίνεται νέα πολλαπλότης τῶν γραμμῶν ἀλλὰ τοποθε-τοῦνται αὗται συμμετρικῶς εἰς δύο ὁμάδας, ἑκάστης ἐ-χούσης 2I+1=3 γραμμάς. Ἡ διάσπασις δηλαδὴ δέν ἐξαρτᾶ-ται ἐκ τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου ἐφ' ὅσον τοῦτο εἶναι ἀρκετὰ ἰσχυρὸν διὰ νὰ προκαλῇ τὴν ἀποσύζευξιν τῶν J

καί I. Κατά συνέπειαν, έκ τού άριθμού τών φασματικών γραμμών, έντός έπαρκώς ίσχυρού έξωτερικού μαγνητικού πεδίου, δυνάμεθα νά ύπολογίσωμεν τό spin τού πυρήνος. Είς τήν περίπτωσιν τού Bi εύρέθησαν 10 ένεργειακαί στάθμαι διά δεδομένην τιμήν $M_j$ καί άρα τό spin τού πυρήνος τού Bi είναι, βάσει τής σχέσεως $10=2I+1$, 9/2. Είς τό σχήμα (2.22) άποδίδονται αί άναφερθείσαι άνωτέρω περιπτώσεις. Η διάταξις τών συνιστωσών $F=\frac{1}{2}$ είναι άντίστροφος τής διατάξεως μέ $F=\frac{3}{2}$ καθ' όσον είς τήν πρώτην περίπτωσιν τό J είναι άντιπαράλληλον τού F.

Τό spin τών πυρήνων δύναται νά εύρεθή καί έκ τών γραμμών περιστροφής τών ήλεκτρονικών φασμάτων τών όμοιοπυρηνικών διατομικών μορίων. Έκ τής μελέτης τών ταινιωτών τούτων φασμάτων προκύπτει ότι αί γραμμαί περιστροφής, είς τό φάσμα, είναι έναλλάξ άσθενώς καί ίσχυρώς έντατικαί. Αί έντάσεις τών γραμμών έξαρτώνται έκ τών στατιστικών βαρών τών μοριακών καταστάσεων, άτινα έξαρτώνται έκ τού I, ό δέ λόγος τών έντάσεων είναι $\frac{I+1}{I}$. Έφ' όσον τό spin έκάστου πυρήνος τού μορίου είναι I, ό κβαντικός άριθμός τού όλικού spin, S, δύναται νά λάβη τάς τιμάς 2I, 2I-1, 2I-2, ..., 1, 0. Είς τήν σειράν ταύτην οί όροι είναι έναλλάξ άρτιοι καί περιττοί. Τό στατιστικόν βάρος καταστάσεως μέ δεδομένην τιμήν S είναι 2S+1, καθ' όσον ύπάρχουν 2S+1 δυνατοί προσανατολισμοί έξ ίσου πιθανοί. Άρα ό λόγος τής πιθανότητος ότι ή τιμή S θά είναι άρτιος άριθμός πρός τήν πιθανότητα ότι ή τιμή S θά είναι περιττός άριθμός, είναι:

$$R=\frac{[2(2I)+1]+[2(2I-2)+1]+\ldots}{[2(2I-1)+1]+[2(2I-3)+1]+\ldots} \qquad (2.96)$$

ὅστις διά οἱανδήποτε τιμήν τοῦ I δίδει

$$R=\frac{I+1}{I} \qquad (2.97)$$

Οὕτως, αἱ πιθανότητες διά ἀρτίας καί περιττάς τιμάς τοῦ S δέν εἶναι αἱ αὐταί, καθ' ὅσον $\frac{I+1}{I}$ εἶναι πάντοτε μεγαλύτερον τοῦ 1. Ἐκ μετρήσεων τοῦ λόγου τῶν ἐντάσεων $\frac{I+1}{I}$ δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν τό spin τοῦ πυρῆνος I. Διά τό ὑδρογόνον $I=\frac{1}{2}$ καί ἄρα τό S δύναται νά λάβῃ μόνον δύο τιμάς 0 ἤ 1. Τά δύο εἴδη τῶν μορίων εἶναι τό πάρα- καί τό ὄρθο- ὑδρογόνον. Εἰς τήν συνήθη θερμοκρασίαν ὁ λόγος τῆς ὄρθο- πρός τήν πάρα-μορφήν εἶναι: $\frac{I+1}{I}=3$

Ἑτέρα μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τῶν πυρήνων καί ἐξ αὐτῆς τοῦ spin εἶναι ἡ μέθοδος Rabi διά τήν ὁποίαν ἔλαβεν οὗτος καί τό βραβεῖον Nobel. Κατ'ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (2.51), ἡ συνιστῶσα τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ πυρῆνος κατά τήν διεύθυνσιν ὁμογενοῦς πεδίου δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$\mu_H=\mu_n M_I g \qquad (2.98)$$

ἔνθα $M_I=+I\ldots-I$.

Αὕτη ἐν συνδυασμῷ μέ τήν σχέσιν (2.91) δίδει

$$E=E_0-\mu_n M_I g\, H \qquad (2.99)$$

ἔνθα H = ἡ ἔντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Αἱ διάφοροι τιμαί τοῦ $M_I$ ἀντιστοιχοῦν εἰς διάφορον ἐνεργειακήν κατάστασιν καί ἐφ'ὅσον ὑπάρχουν 2I+1 διάφοροι προσανατολισμοί, ἕπεται ὅτι θά ἔχωμεν 2I+1 διαφόρους ἐνεργειακάς καταστάσεις τοῦ πυρῆνος. Οὕτω, διά I=1/2 ἔχομεν δύο καταστάσεις. Ἡ διαφορά ἐνεργείας μεταξύ δύο διαδοχικῶν ἐνεργειακῶν σταθμῶν ($M_I$ καί $M_I+1$) βάσει τῆς σχέσεως (2.99), εἶναι:

$$\Delta E = E_{(M_I)} - E_{(M_I+1)}$$

$$= \mu_\eta g H (M_I + 1 - M_I)$$

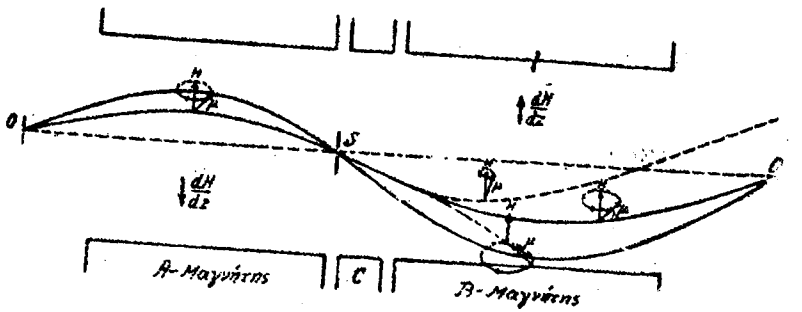
$$= \mu_\eta g H \qquad (2.100).$$

Ἄρα ἡ συχνότης τῆς μεταπτωτικῆς κινήσεως (μετάπτωσις Larmor) περὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου θά εἶναι

$$\frac{\Delta E}{h} = \nu_L = \frac{\mu_\eta g H}{h} \qquad (2.101).$$

Ἐάν καθέτως ἐπί ἑνός τοιούτου πεδίου C (σχ. 2.24) ἐπιδράσῃ ὑφίσυχνον ἐναλλασσόμενον πεδίον, τότε, ἐάν συμπέσῃ ἡ συχνότης αὐτοῦ μέ τήν συχνότητα μεταπτώσεως, ὁ πυρήν δύναται ν' ἀπορροφήσῃ ἐνέργειαν οὕτως ὥστε, ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός νά μεταβληθῇ κατά μονάδα καί οὕτω νά μεταβληθῇ ἡ διεύθυνσις τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ πυρῆνος. Μετρῶντες τήν συχνότητα εἰς τήν ὁποίαν ἔχομεν ἀπορρόφησιν ἐνεργείας, δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν τελικῶς τό μ. Κατά τήν μέθοδον Rabi, δέσμη σωματίων διέρχεται διά ἰσχυροῦ ἀνομοιογενοῦς πεδίου A. Λόγῳ τοῦ πεδίου τούτου, ἐμφανίζεται ἀπόκλισις τῆς δέσμης ὡς πρός τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου ἀνάλογος πρός τό μέγεθος τῆς μαγνητικῆς ροπῆς. Κατόπιν διέρχεται αὕτη διά ἑνός ὁμοιογενοῦς πεδίου C, τό ὁποῖον ἀνεφέρθη προηγουμένως. Μετά ταῦτα διέρχεται διά δευτέρου ἀνομοιογενοῦς πεδίου B τῆς αὐτῆς φορᾶς μέ τό πρῶτον ἀλλά ἀντιθέτου ἀνομοιογενείας, ἤτοι ὅταν ἡ ἔντασις τοῦ πρώτου πεδίου αὐξάνῃ ἐκ τῶν ἄνω πρός τά κάτω, τοῦ δευτέρου αὐξάνει ἀντιθέτως (Σχ. 2.24). Τοῦτο ἐπανεστιάζει τά σωμάτια. Ἐφαρμόζοντες καθέτως ἐπί τοῦ ὁμοιογενοῦς πεδίου C τό ἐναλλασσόμενον ὑφίσυχνον πεδίον καί μεταβάλλοντες τήν συχνότητα αὐτοῦ ἐπιτυγχάνομεν συντονισμόν,

Εἰς τήν συχνότητα συντονισμοῦ, $\nu_L$, ὁ πυρήν ἀπορροφᾷ ἐνέργειαν καί ἐπέρχεται μεταβολή εἰς τόν προσανατολισμόν




Σχ. 2.24. Διάταξις Rabi.

τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τῶν πυρήνων (διά $I=\frac{1}{2}$, ἡ μεταβολή εἶναι $+\frac{1}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2}$) καί κατά συνέπειαν τό δεύτερον ἀνομοιογενές πεδίον δέν δύναται νά ἐπανεστιάσῃ ταῦτα εἰς τό σημεῖον D. Ἡ δέσμη ἀκολουθεῖ τήν στικτήν γραμμήν. Ἡ ἔντασις τῆς δέσμης εἰς τήν θέσιν D (ἔνθα ἡ συσκευή μετρήσεως) ἐλαττοῦται ἀποτόμως καί οὕτως εὑρίσκομεν τήν συχνότητα συντονισμοῦ καί ἐξ αὐτῆς τήν μ .

Ἑτέρα τεχνική διά τήν μέτρησιν τῆς μαγνητικῆς ροπῆς, εἶναι ὁ πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός (NMR) ὅστις ἐξετάζεται εἰς τό ἑπόμενον κεφάλαιον. Ὁμοίως δύναται νά χρησιμοποιηθῇ ἡ μέθοδος τοῦ πυρηνικοῦ τετραπολικοῦ συντονισμοῦ. Ἐξ ἄλλου, ἐφ'ὅσον, ὡς ἀναφέρεται εἰς τά σχετικά κεφάλαια, ἡ β- καί γ-ἐκπομπή ἑνός ραδιενεργοῦ πυρῆνος ἐπηρεάζεται σοβαρῶς ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ spin μεταξύ μητρικοῦ καί θυγατρικοῦ πυρῆνος, ἔπεται ὅτι δυνά-

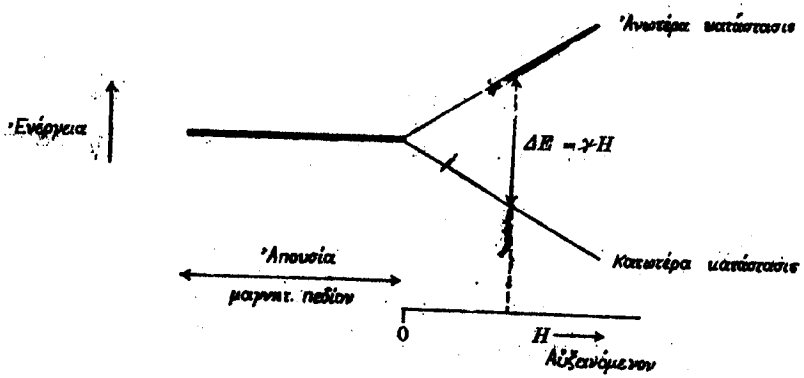
μεθα νά συμπεράνωμεν ποῖον πρέπει νά εἶναι τό spin τοῦ μητρικοῦ ἤ τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος.

## 2.19. Πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός (N.M.R).

Εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον ἐδείχθη ὅτι ἡ διαφορά ἐνεργείας μεταξύ δύο διαδοχικῶν ἐνεργειακῶν καταστάσεων ($M_I$ καί $M_I+1$) παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως (2.100). Αὐτη, ἐν συνδυασμῷ μέ τήν ἐξίσωσιν (2.62), δίδει

$$\Delta E=\mu_n g\Pi = \frac{\mu\Pi}{I} =\gamma \frac{h}{2\pi} H \qquad (2.102).$$

Ἡ διαφορά ἐνεργείας μεταξύ δύο καταστάσεων τῶν πυρήνων (διά $I=\frac{1}{2}$) δείκνυται εἰς τό σχῆμα (2.25).




Σχ. 2.25. Διαχωρισμός τῶν δύο ἐπιτρεπομένων σταθμῶν ἐνεργείας πρωτονίου ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Τό ΔE εἶναι ἀνάλογον τοῦ H. Ἀπουσία πεδίου αἱ δύο καταστάσεις ἔχουν τήν αὐτήν ἐνέργειαν.

Ἐάν ἐπί τῶν πυρήνων τούτων ἐπιδράσῃ ἀκτινοβολία ἐνεργείας, hν , ἴσης πρός τήν διαφοράν ἐνεργείας δύο διαδοχικῶν ἐνεργειακῶν καταστάσεων, τότε θά λάβῃ χώραν ἀ-

πορρόφησις τῆς ἀκτινοβολίας ταύτης ἐκ συντονισμοῦ καί μετάπτωσις μερικῶν πυρήνων εἰς τήν διηγερμένην κατάστασιν. Δηλαδή ἀπό τήν κατάστασιν καθ'ἥν τό spin τοῦ πυρῆνος εἶναι παράλληλον πρός τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου, μεταπίπτουν οὗτοι εἰς τήν κατάστασιν καθ'ἥν τό spin τοῦ πυρῆνος καί ἡ διεύθυνσις τοῦ πεδίου εἶναι ἀντιπαράλληλα. Τό ἀποτέλεσμα συνεπῶς τῆς δράσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου H εἶναι ὅτι μία ἁπλῆ στάθμη διασπᾶται εἰς 2I+1 ἐνεργειακάς στάθμας, ἴσης ἀποστάσεως, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑπάρχει μετάπτωσις μόνον διά $M_I = \pm 1$. Ἡ ἀπορρόφησις ἐνεργείας, ἴσης πρός τήν διαφοράν δύο ἐνεργειακῶν καταστάσεων, λαμβάνει χώραν εἰς συχνότητα $\nu_0$, ἥτις καλεῖται συχνότης συντονισμοῦ. Ἡ συνθήκη συντονισμοῦ πληροῦται διά

$$\nu_0 = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\mu_n g H}{h} = \frac{\gamma}{2\pi} H \qquad (2.103)$$

Ἐπί παραδείγματι, εἰς μαγνητικόν πεδίον $10^4$ Gauss, διά τόν πυρῆνα ὑδρογόνου (πρωτόνιον) μέ spin $I = \frac{1}{2}$ καί $g = 5,58$ ἔχομεν:

$$\nu_0 = \frac{5,05.10^{-24}(\text{erg/Gauss}) \times 5,58 \times 10^4 (\text{Gauss})}{6,6.10^{-27}(\text{erg.sec})}$$

$$= \frac{2,82.10^{-19}}{6,6.10^{-27}} \text{sec}^{-1}$$

$$= 42,6 \text{ Mc/sec} \qquad (2.104)$$

ἥτις κεῖται εἰς τήν περιοχήν τῶν βραχέων ραδιοφωνικῶν κυμάτων.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3.10^{10}}{4,2.10^7} = 7 \text{ m}$$

Διά τό πρωτόνιον, γενικῶς, ἔχομεν τήν σχέσιν

$$\nu_0 = 4,26.10^{-3} H \text{ (Mc/sec)} \qquad (2,105)$$

ἔνθα H δίδεται εἰς Gauss.

Εἶναι ἐνδιαφέρον νά τονισθῆ ὅτι ἡ ἐνεργειακή ἀπόστασις δύο διαδοχικῶν καταστάσεων εἶναι λίαν μικρά. Π.χ. εἰς τήν σχέσιν (2.104) εἴδομεν ὅτι ἡ ΔΕ διά τό πρωτόνιον καί διά συνήθη πεδία τῶν 10 KGauss εἶναι $2,82.10^{-19}$ erg, ἤτις ἀντιστοιχεῖ εἰς

$$2,82.10^{-19} \times 2,39.10^{-8} \times 6,02.10^{23} \approx 0,004 \text{ cal/mole}$$

Ἡ τιμή αὕτη τῆς ΔΕ εἶναι λίαν μικρά συγκρινομένη πρός τήν τιμήν KT, ($4,1.10^{-14}$ erg), ἤτις ἀντιστοιχεῖ εἰς

$$4,1.10^{-14} \times 2,39.10^{-8} \times 6,02.10^{23} \approx 600 \text{ cal/mole}$$

Εἰς τήν θερμικήν ἰσορροπίαν οἱ ἀριθμοί τῶν πυρήνων εἰς τάς δύο στάθμας (πληθυσμός) ἀκολουθοῦν τήν στατιστικήν Boltzmann. Ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς τήν κατωτέραν στάθμην ($M_I = +\frac{1}{2}$) εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων εἰς τήν ἀνωτέραν στάθμην ($M_I = -\frac{1}{2}$). Οὕτως ἡ στατιστική κατανομή τῶν πυρήνων δίδει

$$\frac{N(\text{κατωτέρα})}{N(\text{ἀνωτέρα})} = e^{\frac{\Delta E}{KT}} = e^{\frac{2,8\,10^{-19}}{4,1\,10^{-14}}} \approx 1,000007,$$

ἤτοι, εἰς τήν κατωτέραν στάθμην ἔχομεν περίσσειαν ἑνός πυρῆνος περίπου εἰς $10^5$ πυρῆνας.

## 2.20. Φασματοσκοπική μέθοδος πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού (N.M.R.).

### 2.20.1. Γενικά.

Η χαρακτηριστική συχνότης εἰς τήν ὁποίαν, διά δεδομένην τιμήν μαγνητικοῦ πεδίου, λαμβάνει χώραν ὁ συντονισμός καθορίζεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (2.103). Αὕτη κυμαίνεται, διά τούς συνήθεις πυρῆνας μεταξύ 3-43 Mc/sec. (10 KGauss.) Οὕτω διά τόν πυρῆνα ὑδρογόνου εἶναι, ὡς εἴδομεν, 42,6 Mc/sec. (10 KGauss,) διά δέ τόν πυρῆνα τοῦ δευτερίου 6,5 Mc/sec (10 KGauss.) Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης προκύπτει ὅτι μεταξύ συχνότητος συντονισμοῦ καί τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ὑπάρχει εὐθύγραμμος σχέσις.

Μόνον τό γεγονός ὅτι διά τούς διαφόρους πυρῆνας ὑπάρχει μία χαρακτηριστική συχνότης συντονισμοῦ ἤ μία χαρακτηριστική τιμή ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διά τήν ὁποίαν λαμβάνει χώραν συντονισμός (διά δεδομένην συχνότητα) δέν θά εἶχεν ἰδιαιτέραν ἀξίαν διά τόν χημικόν. Ἀλλά τό φαινόμενον τοῦ πυρηνικοῦ μαγνητικοῦ συντονισμοῦ ἀπέκτησεν ἐξαιρετικήν σημασίαν διά τόν χημικόν καί κυρίως τόν ὀργανικόν χημικόν, καθ' ὅσον ἡ τιμή τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διά τήν ὁποίαν λαμβάνει χώραν ὁ συντονισμός (διά δεδομένην συχνότητα) δέν εἶναι ἡ αὐτή δι' ὅλους τούς πυρῆνας ἑνός καί τοῦ αὐτοῦ εἴδους μιᾶς οὐσίας. Ἐπί παραδείγματι τά πρωτόνια τῆς $CH_3CH_2OH$ δέν εἶναι μαγνητικῶς ἰσοδύναμα. Εἰς τό μόριον τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης ἔχομεν τρία εἴδη πρωτονίων, τά πρωτόνια τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος, τά πρωτόνια τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος καί τό πρωτόνιον τῆς ὁμάδος τοῦ ὑδροξυλίου, ὑπό τήν ἔννοιαν ὅτι ὁ συντονισμός τούτων λαμβάνει χώραν

εἰς τρεῖς διαφόρους τιμάς ἐντάσεως μαγνητικοῦ πεδίου. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τό ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διά τήν ὁποίαν λαμβάνει χώραν ὁ συντονισμός (ὑπό δεδομένην συχνότητα) ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἠλεκτρονιακοῦ περιβάλλοντος τοῦ πυρῆνος. Τό γεγονός δέ τοῦτο δύναται νά ἀποτελέση διαγνωστικόν μέσον τῶν διαφόρων ὁμάδων, ὡς καί τοῦ ἀριθμοῦ αὐτῶν, αἵτινες ἀποτελοῦν τό μόριον. Ἐάν δέ ληφθῇ ὑπ'ὄψιν καί ἡ ἀλληλεπίδρασις μεταξύ τῶν μαγνητικῶν ροπῶν γειτονικῶν πρωτονίων, προκύπτει ὅτι ὁ πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός ἀποτελεῖ ἰδιαιτέρως ἀξιόλογον μέθοδον διερευνήσεως τῆς χημικῆς συντάξεως τῶν μορίων, ἥτις δέν ἐπιτυγχάνεται δι'ἄλλων μεθόδων.

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.62) προκύπτει ὅτι πυρῆνες μέ spin I=0 ἔχουν καί $\mu_I=0$ καί κατά συνέπειαν, δέν δύνανται νά δώσουν φάσματα NMR (Κεφάλαιον 2.20.2). Οὕτω πυρῆνες τύπου α–α, ὡς $^{12}_{6}C$, $^{16}_{8}O$, $^{24}_{12}Mg$, $^{32}_{16}S$, ἔχουν spin καί μαγνητικήν ροπήν μηδέν καί ἄρα δέν δίδουν φάσματα NMR. Πυρῆνες μέ spin $I > 1/2$ ἐμφανίζουν καί ἠλεκτρικήν τετραπολικήν ροπήν. Εἰς τήν κατηγορίαν ταύτην ἀνήκουν πυρῆνες τύπου α–π, π–α καί π–π ὡς D, $^{14}N$, $^{17}O$, $^{35}Cl$. Τά φάσματα τούτων παρουσιάζουν χαρακτηριστικάς ἀνωμαλίας, αἵτινες δύνανται νά δώσουν ἐνδιαφερούσας πληροφορίας ἀλλά δέν εἶναι χρήσιμοι εἰς τήν κατανόησιν τῆς λειτουργίας ἑνός φασματομέτρου NMR. Τά φάσματα ταῦτα χρησιμοποιοῦνται εἰς εἰδικάς περιπτώσεις. Τά σαφέστερα φάσματα NMR δίδουν πυρῆνες μέ spin I=1/2. Πυρῆνες μέ spin I=1/2 εἶναι $^{1}H$, $^{13}C$, $^{15}N$, $^{19}F$, $^{31}P$.

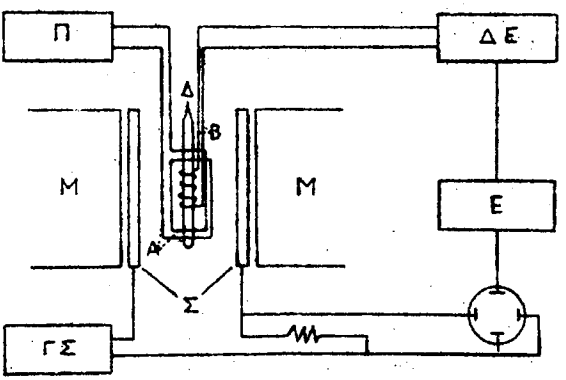
Ἐκ πρώτης ὄψεως εἶναι ὀλίγον δυσάρεστον τό γεγονός ὅτι ἐκ τῶν κυριωτέρων στοιχείων τῶν ὀργανικῶν ἐνώσεων

ὡς H,C,O., μόνον ὁ πυρήν τοῦ ὑδρογόνου, ἤτοι τά πρωτόνια δίδουν φάσματα NMR. Τοῦτο ὅμως ἀποτελεῖ ἀντιθέτως πλεονέκτημα, καθ'ὅσον ἐάν καί οἱ πυρῆνες οὗτοι ἔδιδον φάσματα NMR, τότε θά ἦτο λίαν δύσκολον νά ἑρμηνευθοῦν αἱ περισσότεραι τῶν περιπτώσεων, λόγῳ τῆς πολυπλοκότητος τήν ὁποίαν θά ἐδημιούργουν. Συνεπῶς ὀργανικαί ἑνώσεις περιέχουσαι C,H,O παρέχουν φάσμα NMR μόνον τῶν πρωτονίων, ἐλεύθερον τῶν ἄλλων.

## 2.20.2. Φασματόμετρον NMR.

Ἡ σχηματική παράστασις ἑνός φασματομέτρου δίδεται εἰς τό σχῆμα (2.26).

Μεταξύ τῶν πόλων, Μ, ἰσχυροῦ ἠλεκτρομαγνήτου, σταθερᾶς ἐντάσεως $H^o$ καί μεγάλης ὁμοιογενείας, τίθεται τό δεῖγμα Δ. Τό πεδίον τοῦτο, $H^o$, προκαλεῖ κατά τά προηγού-




Σχ. 2.26. Σχηματική παράστασις φασματομέτρου NMR.

μενα, διάσπασιν τῆς ἐνεργειακῆς στάθμης εἰς $M_I$ στάθμας ἴσης ἀποστάσεως λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς κβαντώσεως. Τό δεῖγμα περιβάλλεται ὑπό πηνίου Α, ὁ ἄξων τοῦ ὁποίου

εἶναι κάθετος πρός τόν ἄξονα τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $H^o$. Τό πηνίον τοῦτο συνδέεται μέ ραδιοπομπόν Π μικρᾶς ἰσχύος. Ὁ ραδιοπομπός οὗτος λειτουργεῖ εἰς σταθεράν συχνότητα ν. Τροφοδοτοῦντες τό πηνίον Α διά τοῦ ραδιοπομποῦ Π μέ συχνότητα ν, προκαλοῦμεν τήν ἐμφάνισιν ἐναλλασσομένου ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου ἐπί τοῦ δείγματος, τῆς αὐτῆς συχνότητος ν. Ἡ συνθήκη συντονισμοῦ ἐπιτυγχάνεται δι' ἐπιθέσεως ἐνός μικροῦ μαγνητικοῦ πεδίου σαρώσεως, $H_\sigma$, ἐπί τοῦ πεδίου τοῦ ἰσχυροῦ ἠλεκτρομαγνήτου $H^o$ καί παραλλήλου πρός αὐτό. Πρός τοῦτο ἡ γεννήτρια σαρώσεως, ΓΣ, παρέχει συνεχές ρεῦμα εἰς δύο πηνία, Σ, εὑρισκόμενα μεταξύ τῶν πόλων τοῦ ἠλεκτρομαγνήτου. Ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου σαρώσεως μεταβάλλεται κατά τρόπον συνεχῆ εἰς στενήν περιοχήν ἐντάσεως περί τήν $H^o$, μέχρις ὅτου ἡ ὁλική ἔντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $H(H^o+H_\sigma)$ λάβῃ τήν τιμήν τήν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τήν τιμήν τοῦ συντονισμοῦ, βάσει τῆς σχέσεως (2.103) $\nu=\frac{\gamma}{2\pi}H$. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην λαμβάνει χώραν μεταφορά ἐνεργείας εἰς τό δεῖγμα ἀλλά καί ἐκ τοῦ δείγματος. Ἡ μετάπτωσις π.χ. $M_I\left(+\frac{1}{2}\right)\rightarrow M_I\left(-\frac{1}{2}\right)$ εἶναι ἐξ ἴσου πιθανή μέ τήν μετάπτωσιν $M_I\left(-\frac{1}{2}\right)\rightarrow M_I\left(+\frac{1}{2}\right)$ Δεδομένου ὅμως ὅτι ὑπάρχει ἐλαφρά περίσσεια πυρήνων εἰς τήν κατωτέραν στάθμην, θά ἐχωμεν ὡς ὁλικόν ἀποτέλεσμα μίαν ἀπορρόφησιν ἐνεργείας καί οὕτως ἕν μέρος τῶν πυρήνων ὡρισμένου εἴδους θά μεταπέσῃ ἐκ τῆς κατωτέρας στάθμης εἰς τήν διηγερμένην τοιαύτην. Δηλαδή, ἐνέργεια θ' ἀπορροφᾶται ὑπό τοῦ δείγματος, ὅπερ εὑρίσκεται ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν, μόνον ὅταν πληροῦται ἡ συνθήκη συντονισμοῦ $\nu=\frac{\gamma}{2\pi}H$. Περί τό δεῖγμα Δ τίθεται καί ἕτερον πηνίον Β, μέ ἄξονα

κάθετον πρός τούς άξονας καί τοῦ ἠλεκτρομαγνήτου καί τοῦ πηνίου Α καί συνδεδεμένον μέ δέκτην ΔΕ, ἐνισχυτήν Ε καί παλμογράφον ἤ αὐτογραφικόν ὄργανον. Ἡ ἀπορρόφησις ἐνεργείας προκαλεῖ ἐξ ἐπαγωγῆς ρεῦμα εἰς τό πηνίον Β, ὅπερ καταλλήλως ἐνισχυόμενον δίδει εἰς τόν παλμογράφον ἤ τό αὐτογραφικόν ὄργανον σῆμα ἀπορροφήσεως, ὅπερ εἶναι ἀνάλογον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν διεγερθέντων πυρήνων.

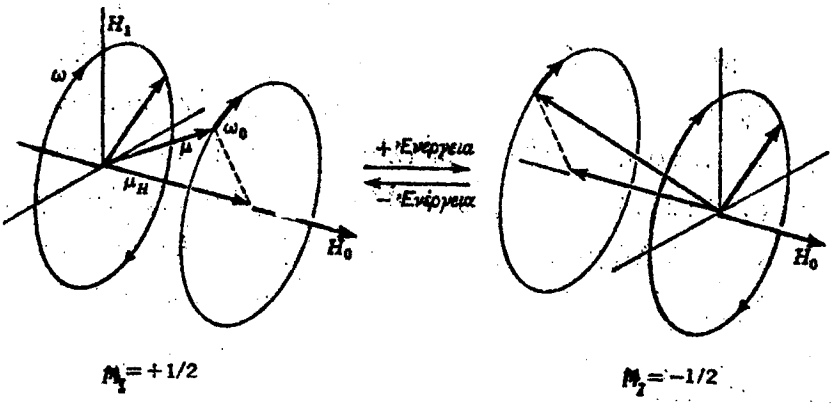
Κατά ταῦτα ἕν φάσμα πυρηνικοῦ μαγνητικοῦ συντονισμοῦ ἤ ὡς συνήθως καλεῖται ἕν φάσμα NMR, εἶναι ἕν διάγραμμα τοῦ σήματος ἀπορροφήσεως ἔναντι τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ὑπό σταθεράν συχνότητα.

Ἡ ἀπορρόφησις ἐνεργείας θά ἠδύνατο νά ὁδηγήσῃ εἰς ἐξίσωσιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων εἰς τάς δύο καταστάσεις, καί κατά συνέπειαν ἡ ἀρχική ἀπορρόφησις ἐνεργείας θά ἠλαττοῦτο βαθμιαίως, ἐφ' ὅσον θά ἐπήρχετο ἐξίσωσις τῶν πληθυσμῶν εἰς τάς δύο καταστάσεις, μέ ἀποτέλεσμα νά ἐξαφανισθῇ τελικῶς τό σῆμα ἀπορροφήσεως ἐκ συντονισμοῦ. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ὁμιλοῦμεν περί κορεσμοῦ τοῦ δείγματος. Διά νά ὑπάρχῃ συνεχής ἀπορρόφησις ἐνεργείας καί συνεπῶς νά λάβωμεν σῆμα ἀπορροφήσεως ἐκ συντονισμοῦ πρέπει νά μή ἐπέρχεται κορεσμός. Ἑπομένως πρέπει νά ὑπάρχῃ μηχανισμός τις κατά τόν ὁποῖον οἱ πυρῆνες, χωρίς ἐκπομπήν ἀκτινοβολίας, μεταπίπτουν εἰς τήν βασικήν κατάστασιν ὥστε νά δύνανται νά λάβουν μέρος εἰς ἑτέραν μετάπτωσιν, δι' ἀπορροφήσεως ἐνεργείας, διατηρουμένου οὕτω τοῦ σήματος συντονισμοῦ.

Ὑπάρχουν δύο μηχανισμοί κατά τούς ὁποίους οἱ πυρῆνες εἶναι δυνατόν νά ἐπανέλθουν εἰς τήν βασικήν κατάστασιν. Δηλαδή, ἐάν δέν ὑπῆρχον οἱ δύο οὗτοι μηχανι-

σμοί, ὁ πυρηνικός συντονισμός δέν θά ἦτο δυνατός ἐν τῇ πράξει, καθ'ὅσον δέν θά ὑπῆρχε τρόπος διατηρήσεως τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας ἥτις ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νά διατηρῆται ὁ πληθυσμός τῆς κατωτέρας στάθμης ἐν ἐλαφρᾷ περισσείᾳ ἐναντι τῆς ἀνωτέρας τοιαύτης. Οἱ δύο μηχανισμοί ἐπανόδου (ἀποδιεγέρσεως) τοῦ πυρῆνος εἶναι 1) ἡ κατά μῆκος ἀποδιέγερσις (spin-lattice), καί 2) ἡ ἐγκαρσία ἀποδιέγερσις (spin-spin).

Ἡ πρώτη διεργασία σχετίζεται μέ τήν μεταφοράν ἐνεργείας εἰς τό πλέγμα, τοῦ ὅρου "πλέγμα" ἀναφερομένου εἰς τόν διαλύτην καί τά διάφορα εἴδη τῶν ἀτόμων ἤ ἰόντων τοῦ ἀμέσου περιβάλλοντος. Διά τήν κατανόησιν τούτου θεωρήσωμεν τό σχῆμα (2.27).




Σχ. 2.27. Ἐπίδρασις τοῦ $H_1$ ἐπί τοῦ ἐφαρμοζομένου πεδίου $H_0$.

Ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $H_0$, ἡ μαγνητική ροπή τοῦ πυρῆνος ὑφίσταται μεταπτωτικήν κίνησιν περί τό ἄνυσμα τοῦ πεδίου $H_0$ μέ γωνιακήν ταχύτητα $\omega_0$. Τό ἄνυσμα τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $H_1$ στρέφεται καθέτως πρός τό μα-

γνητικόν πεδίον $H_0$ μέ γωνιακήν ταχύτητα, ἔστω ω. Ἐφ'ὅσον τά δύο ἀνύσματα δέν εὑρίσκονται ἐν φάσει ($\omega \neq \omega_0$), δέν ἔχομεν ἀλληλεπίδρασιν τούτων. Ἐάν ὅμως εἶναι ἐν φάσει ($\omega = \omega^0$), θά ἔχωμεν μετάπτωσιν ἐκ τῆς μιᾶς καταστάσεως εἰς τήν ἑτέραν δι'ἀπορροφήσεως ἤ ἀποδόσεως ἐνεργείας.

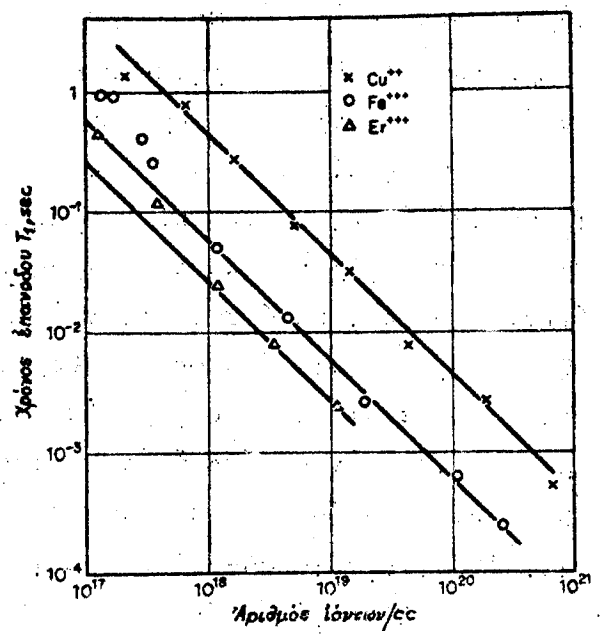
Θεωρήσωμεν τώρα τούς ὑπ'ὄψιν πυρῆνας περιβαλλομένους ὑπό ἄλλων πυρήνων (ἀτόμων) εὑρισκομένων ἐν θερμικῇ κινήσει. Ἡ θερμική αὕτη κίνησις τοῦ περιβάλλοντος μέσου δημιουργεῖ τυχαῖα τοπικά μαγνητικά πεδία, τά ὁποῖα δίδουν ἄνυσμα $H_1$, στρεφόμενον καθέτως πρός τό $H_0$ μέ γωνιακήν ταχύτητα $\omega = \omega_0$ καί κατά συνέπειαν ἐπιτρέπει τήν μετατροπήν τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως εἰς θερμικήν ἐνέργειαν τῶν μορίων τοῦ περιβάλλοντος, μέ ἀποτέλεσμα τήν αὔξησιν τῆς μεταφορικῆς ἐνεργείας ἤ ἐνεργείας περιστροφῆς αὐτῶν καί τήν ἐπάνοδον τοῦ πυρῆνος εἰς τήν βασικήν κατάστασιν. Ἡ διεργασία αὕτη ἀκολουθεῖ κινητικῶς ἀντίδρασιν πρώτης τάξεως, ὑπό τήν ἔννοιαν ὅτι ἡ ταχύτης ἐπανόδου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς πρώτης δυνάμεως τῶν ἐν περισσείᾳ (πέραν τῆς τιμῆς ἰσορροπίας) πυρήνων εἰς τήν ἀνωτέραν κατάστασιν, ἤτοι

$$n - n_{eq} = (n - n_{eq})_0 \, e^{-K_1 t} = (n - n_{eq})_0 \, e^{-t/\tau_1} \qquad (2.100)$$

ἔνθα $T_1 = \frac{1}{K_1}$ χαρακτηρίζεται ὡς χρόνος τῆς κατά μῆκος ἐπανόδου (ἀποδιεγέρσεως).

Ἐκ τούτων καταφαίνεται ὅτι ἡ παρουσία ἰόντων μέ μονήρη ἠλεκτρόνια (παραμαγνητικῶν ἰόντων) εἰς τόν διαλύτην, π.χ. ὕδωρ, καθιστᾷ τό $T_1$ λίαν μικρόν, λόγῳ τῶν δημιουργουμένων ἰσχυρῶν μαγνητικῶν πεδίων. Τό σχῆμα (2.28) ἀποδίδει μίαν τοιαύτην ἐπίδρασιν διά τρία διάφορα ἰόντα εἰς τό ὕδωρ. Ἡ ταχύτης ἐπανόδου, κατά τήν

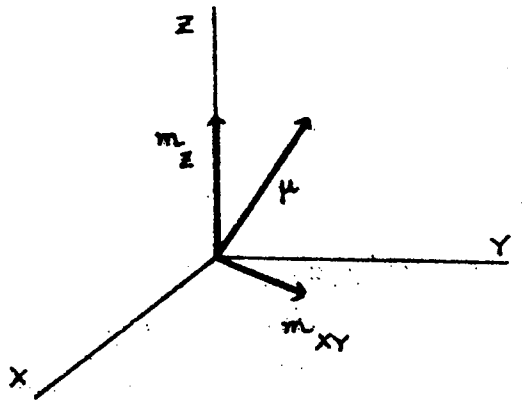
ἀνωτέρω διεργασίαν, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας, τῆς συγκεντρώσεως καί τοῦ ἰξώδους τοῦ μέσου. Εὑρέθη ὅτι τό $T_1$ μεταβάλλεται μεταξύ τῶν τιμῶν $\sim 10^{-5}$ sec, εἰς διαλύμα-




Σχ. 2.28. Χρόνος κατά μῆκος ἐπανόδου, $T_1$, διά διαλύματα παραμαγνητικῶν ἰόντων.

τα, ἕως μερικάς ὥρας, διά τά στερεά. Εἰς τά ὑγρά συνήθως ἐπουσίᾳ παραμαγνητικῆς προσμίξεως, εἶναι τῆς τάξεως $10^{-2}$-$10^2$ sec. Ἐάν ὁ χρόνος $T_1$ εἶναι μεγάλος, σημαίνει ὅτι ἡ μετάπτωσις εἰς τήν ἀνωτέραν κατάστασιν εἶναι ταχυτέρα τῆς διεργασίας κατά μῆκους ἐπανόδου καί τό σῆμα ἀπορροφήσεως μειοῦται μέχρις ἐξαφανίσεως ὅτε καταλήγομεν εἰς τόν κορεσμόν. Εἰς τήν ἐγκαρσίαν ἀποδιέγερσιν, spin-spin, ὡς καί τό ὄνομα δηλοῖ, ἡ ἀνταλλαγή περιορίζεται ἀποκλειστικῶς εἰς τό σύστημα τῶν πυρήνων οἵτινες ὑφίστανται τήν μετάπτωσιν καί ὄχι τοῦ περιβάλλοντος. Ἡ ἀποδιέγερσις αὕτη

χαρακτηρίζεται ἀπό τόν χρόνον ἐπανόδου $T_2$. Εἰς τήν ἀποδιέγερσιν spin-spin, διακρίνομεν κυρίως τρεῖς διεργασίας. Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι τό ἄνυσμα μ ὑφίσταται μεταπτωτικήν κίνησιν περί τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου, σχῆμα (2.28), ἡ Z-συνιστῶσα $m_z$ δύναται νά λάβῃ τιμάς $-\frac{1}{2}$ καί $+\frac{1}{2}$. Αἱ $m_x$ καί $m_y$ ὅλων τῶν πυρήνων τοῦ δείγματος, ἔχουν ὡς συνισταμένην ἐπί τοῦ ἐπιπέδου xy τήν $M_{xy}$ κάθετον τοῦ Z. Ἐάν οἱ πυρῆνες οἵτινες ἐκτελοῦν μεταπτωτικήν κίνησιν περί τήν διεύθυνσιν τοῦ πεδίου εἶναι ἐν φάσει, ἡ $M_{xy}$ ἔχει τιμήν διάφορον τοῦ μηδενός. Οἱονδήποτε πεδίον τό ὁποῖον τείνει νά καταστρέψῃ τήν φάσιν τῆς μεταπτωτικῆς κινήσεως τῶν πυρήνων π.χ. ἐάν ἡ H αὐξηθῇ πέραν τῆς τιμῆς συντονισμοῦ, θά προκαλέσῃ μεταβολήν εἰς τήν $M_{xy}$ μέ ἀποτέλεσμα αὐτη νά τείνῃ πρός τό μηδέν. α) Ἐάν ἐπί παραδείγματι τό πεδίον, ἐντός τοῦ ὁποίου εὑρίσκονται οἱ πυρῆνες, εἶναι ἀνομοιογενές, οἱ πυρῆνες οἵτινες ἀρχικῶς ἐκτελοῦν μεταπτωτικήν κίνησιν ἐν φάσει, ταχέως θά εὑρεθοῦν ἐκτός φάσεως λόγῳ διαφόρου ταχύτητος μεταπτώσεως. Τοῦτο ἐλαττώνει τήν διάρκειαν ζωῆς τῆς διηγερμένης καταστάσεως δι'ἀνταλλαγῆς ἐνεργείας ἐντός τοῦ συστήματος τῶν ὑφισταμένων τήν μετάπτωσιν πυρήνων ὁ δέ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται διά νά λάβῃ χώραν ἡ ἀπομάκρυνσις ἀπό τήν ἐν φάσει μεταπτωτικήν κίνησιν τῶν πυ-




Σχ. 2.29. Ἀνυσματική παράστασις τοῦ ἀνύσματος μ ἐντός πεδίου.

ρήνων, χαρακτηρίζεται ὑπό τοῦ $T_2$.

β) Οἱ πυρῆνες μορίων εὑρισκομένων εἰς τήν ὑγράν κατάστασιν, μολονότι ἀναμένεται νά ἔχουν τήν αὐτήν συχνότητα μεταπτώσεως, ἐν τούτοις δέν ἔχουν, στιγμιαίως, τό αὐτό περιβάλλον. Οὕτως, ὁ πυρήν ἑνός ἀτόμου δύναται νά ἔχῃ ὡς γειτονικόν ἕνα τύπον μορίου, ἐνῶ ἕτερος πυρήν δυνατόν νά ἔχῃ ὡς γειτονικόν διάφορον τύπον μορίου. Τοιοῦτοι πυρῆνες ὑφίστανται τήν ἐπίδρασιν διαφορετικῶν πεδίων καί ὡς ἐκ τούτου ἀποκτοῦν διάφορον συχνότητα μεταπτώσεως μέ ἀποτέλεσμα νά μή εἶναι πλέον ἐν φάσει. Τό φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἰδιαιτέρως ἐμφανές εἰς τά στερεά ὡς καί εἰς ἰξώδη μέσα ἔνθα ἡ σχετική κίνησις τῶν μορίων εἶναι λίαν βραδεῖα. Μία τρίτη διεργασία εἶναι ἡ ἀνταλλαγή spin καθ'ἥν εἷς πυρήν εὑρισκόμενος εἰς τήν ἀνωτέραν κατάστασιν μεταφέρει τήν ἐνέργειαν διεγέρσεως εἰς ἕτερον ὅμοιον πυρῆνα εὑρισκόμενον εἰς τήν κατωτέραν ἐνεργειακήν κατάστασιν. Δυνάμεθα δηλαδή νά θεωρήσωμεν ὅτι ὁ εἷς πυρήν δρᾷ κατά τρόπον ὡς ἐάν εἴχομεν ἕν ἄνυσμα μαγνητικοῦ πεδίου στρεφόμενον καθέτως πρός τό ἄνυσμα τοῦ πεδίου μέ συχνότητα $\omega=\omega_0$. Βεβαίως εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην δέν ἔχομεν μεταβολήν εἰς τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων τῶν εὑρισκομένων εἰς τήν διηγερμένην κατάστασιν.

Αἱ διεργασίαι ἀποδιεγέρσεως, κατά τά ἀναφερθέντα, σχετίζονται μέ τήν διατήρησιν τοῦ σήματος συντονισμοῦ, ἀλλά σχετίζονται καί μέ τό εὖρος τῆς γραμμῆς συντονισμοῦ καθ' ὅσον καθορίζουν τήν διάρκειαν τῆς ζωῆς τῆς διηγερμένης καταστάσεως. Συνεπῶς, βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς ἀβεβαιότητος, ἔχομεν:

$$\Delta E.\Delta t \approx \hbar \qquad (2.107)$$

ἤ $$\Delta\nu \simeq \frac{1}{2\pi\Delta t} \qquad (2.108).$$

Ἐάν ἡ διάρκεια ζωῆς τῆς διηγερμένης καταστάσεως εἶναι μικρά ($\Delta t$=μικρόν), θά ἔχωμεν εὐρείαν περιοχήν συχνότητος ἀπορροφουμένης ἀκτινοβολίας καί ἐπομένως ἔχομεν μεγάλον εὖρος τῆς γραμμῆς συντονισμοῦ.
Ἄρα μεγάλη τιμή $T_1$ δηλοῖ μή ἐπαρκῆ ἀποδιέγερσιν καί μεγάλην διάρκειαν ζωῆς εἰς τήν διηγερμένην κατάστασιν. Ἀπουσία ἄλλου φαινομένου, ἔχομεν ὀξείαν αἰχμήν εἰς τήν γραμμήν συντονισμοῦ ὅταν $T_1$ εἶναι μεγάλον.

Ἡ προσθήκη παραμαγνητικῶν ἰόντων ἐλαττώνει τό $T_1$ καθ'ὅσον ἡ μαγνητική ροπή τοῦ μονήρους ἠλεκτρονίου εἶναι περίπου 1836 φοράς μεγαλυτέρα τῆς μαγνητικῆς ροπῆς τοῦ πυρῆνος καί κατά συνέπειαν ἔχομεν μεγάλον εὖρος εἰς τήν γραμμήν συντονισμοῦ.

Διά τά στερεά, τό $T_1$ εἶναι μεγάλον ἀλλά τό $T_2$ εἶναι λίαν μικρόν καί ὡς ἐκ τούτου ἔχομεν ἀντί ὀξείας αἰχμῆς εὐρείαν ζώνην ἀπορροφήσεως. Λόγῳ τοῦ μεγάλου εὖρους τῶν γραμμῶν ἀπορροφήσεως εἰς τά φάσματα NMR τῶν στερεῶν ἀνοργάνων οὐσιῶν, πολλαί μελέται ἐγένοντο εἰς τήν ἀέριον ἤ ὑγράν φάσιν.

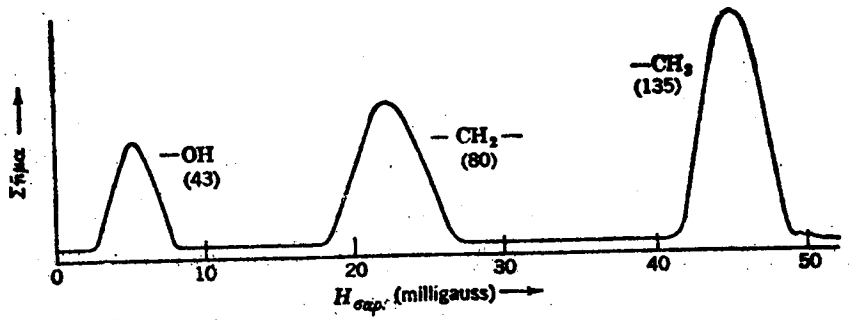
Μεγάλον εὖρος εἰς τήν γραμμήν συντονισμοῦ παρουσιάζουν καί οὐσίαι τῶν ὁποίων οἱ πυρῆνες τῶν ἀτόμων ἐμφανίζουν τετραπολικήν ροπήν. Οὕτω τό δευτέριον μέ spin I=1 ὑφίσταται κατά μῆκος ἀποδιέγερσιν πολύ ταχύτερον τοῦ πρωτονίου ($T_1$=μικρόν).

Εἰς τά ὑγρά $T_1 \simeq T_2$ καί ἡ ἀπορρόφησις δίδει γραμμάς μικροῦ εὖρους (αἰχμάς).

2.20.3. Χημική μετατόπισις.

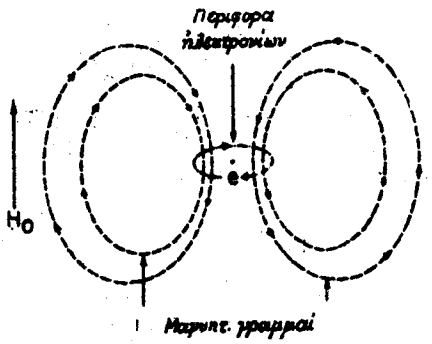
Ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, τό φαινόμενον τοῦ πυρηνικοῦ μαγνητικοῦ συντονισμοῦ ἔχει σημασίαν διά τόν χημικόν καθ'ὅσον ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου δι'ἣν ἐπιτυγχάνεται ὁ συντονισμός,ὑπό σταθεράν συχνότητα, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἠλεκτρονιακοῦ περιβάλλοντος τοῦ πυρῆνος. Οὕτω τά πρωτόνια τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης δέν εἶναι ὅλα ἰσοδύναμα, μεταξύ των, ἀπό ἀπόψεως πυρηνικοῦ μαγνητικοῦ συντονισμοῦ, ἀλλά θεωροῦνται ὡς τριῶν εἰδῶν, ἀντιστοιχοῦντα εἰς τάς ὁμάδας $-CH_3$,$>CH_2$ καί $-OH$. Δι'ἕκαστον εἶδος πρωτονίου τοῦ μορίου τῆς $CH_3CH_2OH$, ὁ συντονισμός ἐπιτυγχάνεται εἰς διάφορον τιμήν τοῦ H. Τό σχῆμα (2.30) δίδει ἕν, μικρᾶς διαχωριστικῆς ἱκανότητος, φάσμα NMR τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης, εἰς πεδίον ἐντάσεως 9.400 Gauss καί εἰς συχνότητα 40 Mc/sec ἐπί μικρᾶς περιοχῆς μαγνητικοῦ πεδίου σαρώσεως (50 milligauss). Αἱ τρεῖς γραμμαί συντονισμοῦ, (εἰς διάφορον τιμήν H) ἀντιστοιχοῦν εἰς τά τρία εἴδη πρωτονίων ἤτοι τά πρωτόνια τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος,τά πρώτόνια τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος καί τό πρωτόνιον τῆς ὁμάδος τοῦ ὑδροξυλίου. Ἡ ἔντασις τοῦ σήματος ἀπορροφήσεως εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πρωτονίων εἰς ἰσοτίμους θέσεις καί ὡς ἐκ τούτου τά ἐμβαδά ὑπό τάς αἰχμάς εὑρίσκονται εἰς σχέσιν 1:2:3. Οἱ ἐντός παρενθέσεως ἀριθμοί εἰς τό σχῆμα (2.30) εἶναι αἱ εὑρεθεῖσαι πειραματικῶς τιμαί ἐπαληθεύουσαι τήν σχέσιν 1:2:3. Ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν γραμμῶν συντονισμοῦ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου καί εἶναι ἀνάλογος αὐτῆς.

Τό ἠλεκτρονιακόν περιβάλλον τοῦ πυρῆνος (πρωτονίου) προκαλεῖ μίαν διαμαγνητικήν προστασίαν τοῦ πυρῆνος(δύ-




Σχ. 2.30. Φάσμα NMR αἰθανόλης, εἰς 40 Mc/sec καί 9400 Gauss, διά φασματομέτρου NMR μικρᾶς διαχωριστικῆς ἱκανότητος.

ναται ὅμως ἐπίσης νά προκαλέσῃ δευτερευόντως, καί παραμαγνητικήν ἀποπροστασίαν), ἤτις αὐξάνει μέ αὔξησιν τῆς πυκνότητος αὐτοῦ. Ὁ βαθμός τῆς διαμαγνητικῆς προστασίας εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐντάσεως τοῦ ἐξωτερικοῦ μαγνητικοῦ πεδίου καθ' ὅσον τοῦτο ἐπιδρᾷ ἐπί τῶν ἠλεκτρονίων τοῦ μορίου μέ ἀποτέλεσμα, λόγῳ φαινομένου προσανατολισμοῦ τῆς μαγνητικῆς ροπῆς, δημιουργοῦνται μικρά τοπικά πεδία μέ φοράν ἀντίθετον πρός τό ἐξωτερικῶς ἐφαρμοζόμενον. Σχῆμα (2.31).




Σχ. 2.31. Διαμαγνητική προστασία.

Κατά συνέπειαν ἡ ἔντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐπί τοῦ πυρῆνος δέν εἶναι ἡ ἐξωτερικῶς ἐφαρμοζομένη, H, ἀλλά μικροτέρα $H_N$, ἤτοι

$$H_N = H - H_\sigma$$
$$= H(1-\sigma) \quad (2.109)$$

ἔνθα σ=ἀδιάστατος σταθερά προασπίσεως ἡ τιμή τῆς ὁ-

ποίας ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἡλεκτρονιακοῦ περιβάλλοντος ἑκάστου πυρῆνος. Ἐπομένως, μολονότι τό ἐξωτερικόν μαγνητικόν πεδίον εἶναι τό αὐτό δι'ὅλους τούς πυρῆνας Η τῆς $C_2H_5OH$, ἐν τούτοις ἡ διάφορος κατανομή τῶν ἡλεκτρονίων εἰς τούς δεσμούς C–Η καί O–Η, προστατεύει τούς πυρῆνας τοῦ Η εἰς διάφορον ἔκτασιν.

Ἡ σταθερά προασπίσεως ἐκφράζει τήν προστασίαν τοῦ πυρῆνος καί εἶναι τῆς τάξεως $10^{-5}$. Ὅσον δέ μεγαλυτέραν τιμήν ἔχει τόσον μικρότερον εἶναι τό ἐπιδρῶν ἐπί τοῦ πυρῆνος μαγνητικόν πεδίον, $H_N$, καί ἐπομένως ὁ συντονισμός θά παρατηρηθῇ εἰς μεγαλυτέρας τιμάς ἐντάσεως πεδίου. Εἰς τήν περίπτωσιν τῆς $C_2H_5OH$, τό πρωτόνιον τῆς ὁμάδος τοῦ ὑδροξυλίου ἔχει τήν μικροτέραν τιμήν σ.

Αἱ διαφοραί εἰς τήν θέσιν τῶν γραμμῶν συντονισμοῦ τῶν διαφόρων πρωτονίων μιᾶς ἑνώσεως χαρακτηρίζονται γενικῶς ὡς "χημική μετατόπισις". Ἐφ'ὅσον δέ ἡ χημική αὐτη μετατόπισις ὀφείλεται εἰς τήν, ὑπό τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου προκαλουμένην, διαμαγνητικήν προστασίαν, ἕπεται ὅτι ἡ ἀπόλυτος τιμή αὐτῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Ἡ χημική μετατόπισις ἐκφράζεται ἐν σχέσει πρός μίαν οὐσίαν ἀναφορᾶς, ὡς διαφορά τῶν δύο σταθερῶν προασπίσεων ἤτοι:

$$\delta = \sigma_S - \sigma_R \qquad (2.110)$$

ἔνθα $\sigma_S$ καί $\sigma_R$ εἶναι αἱ σταθεραί προασπίσεις εἰς τό δεῖγμα καί τήν οὐσίαν ἀναφορᾶς. Βάσει τῆς σχέσεως (2.109) ἔχομεν

$$H_N = H_S(1-\sigma_S) \quad \text{καί} \quad H_N = H_R(1-\sigma_R)$$

καί ἄρα

$$H_S(1-\sigma_S) = H_R(1-\sigma_R) \qquad (2.111)$$

ἤ $$\frac{1-\sigma_R}{1-\sigma_S} = \frac{H_S}{H_R} \qquad (2.112)$$

Ἀφαιροῦντες, ἐξ ἀμφοτέρων τῶν πλευρῶν τῆς ἐξισώσεως, τήν μονάδα, εὑρίσκομεν:

$$\frac{\sigma_S-\sigma_R}{1-\sigma_S} = \frac{H_S-H_R}{H_R} \qquad (2.113)$$

Ἐπειδή $\sigma_S \ll 1$, ἡ ἐξίσωσις (2.113) γράφεται

$$\delta=\sigma_S-\sigma_R=\frac{H_S-H_R}{H_R} \qquad (2.114)$$

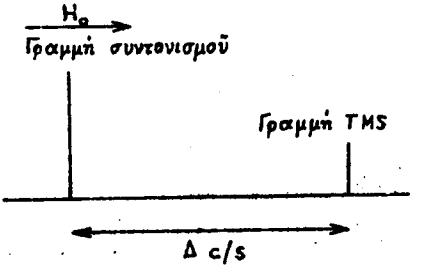
ἔνθα $H_S$ καί $H_R$ αἱ ἐντάσεις, ὑπό τήν αὐτήν συχνότητα, διά τάς ὁποίας ἔχομεν συντονισμόν διά τά πρωτόνια τοῦ δείγματος καί τά πρωτόνια τῆς οὐσίας ἀναφορᾶς. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (2.103) ἡ σχέσις (2.114) γράφεται:

$$\delta=\sigma_S-\sigma_R=\frac{\nu_S-\nu_R}{\nu_R} \qquad (2.115)$$

Ἀλλά $\nu_S$ καί $\nu_R$ εἶναι δύο λίαν μεγάλοι ἀριθμοί οἱ ὁποῖοι διαφέρουν ἐλάχιστα ἀπό τό $\nu_0$, τήν χρησιμοποιουμένην σταθεράν συχνότητα (συνήθως 40–60 Mc/sec διά τό πρωτόνιον). Ἐπομένως ἡ σχέσις (2.115) δύναται νά γραφῇ

$$\delta=\frac{\nu_S-\nu_R}{\nu_0} \qquad (2.116)$$

Κατά ταῦτα ἡ χημική μετατόπισις προσδιορίζεται ἐν τῇ πράξει διά μετρήσεως, εἰς cps τῆς ἀποστάσεως μεταξύ δύο σημάτων ἀπορροφήσεως Σχ. (2.32) καί διαιρέσεως διά τῆς χρησιμοποιουμένης σταθερᾶς συχνότητος.




Σχ. 2.32. Θέσις τῆς γραμμῆς συντονισμοῦ ἐν σχέσει πρός TMS.

Ἡ σχέσις (2.116) συνήθως ἐκφράζεται ὡς κατωτέρω:

$$\delta=\frac{\Delta}{\nu_0}10^6, \text{ εἰς ppm} \qquad (2.117)$$

ἔνθα $\Delta=\nu_S-\nu_R$ καί $10^6$ = ὁ παράγων ἵνα ἡ δ ἐκφρασθῇ εἰς μέρη

ἀνά ἑκατομμύριον (ppm).

Ἡ χημική μετατόπισις εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς χρησιμοποιουμένης σταθερᾶς συχνότητος, διότι μεταβάλλεται καί ἡ Δ κατά τρόπον ὥστε πάντοτε ὁ λόγος $\frac{\Delta}{\nu_0}$ εἶναι σταθερός.

Ὡς οὐσία ἀναφορᾶς δύνανται νά χρησιμοποιηθοῦν $H_2O$, κυκλοεξάνιον, κλπ. Συνήθως ὡς οὐσία ἀναφορᾶς λαμβάνεται τό τετραμεθυλοσιλάνιον, (TMS), $Si(CH_3)_4$. Αἱ τιμαί τότε τῶν χημικῶν μετατοπίσεων δι'ὅλας περίπου τάς οὐσίας εἶναι τοῦ αὐτοῦ σημείου (ἀρνητικαί) καί οἱ μεγάλοι ἀρνητικοί ἀριθμοί ὑποδηλοῦν μικροτέραν προστασίαν. Ἡ χρησιμοποίησις τοῦ TMS ὡς προτύπου ἐπεβλήθη, καθ'ὅσον ὅλα τά πρωτόνια αὐτοῦ εἶναι, ἀπό χημικῆς καί μαγνητικῆς ἀπόψεως, ἰσοδύναμα, καί δίδουν ἕν σῆμα συντονισμοῦ.

Πέραν τούτου τό TMS εἶναι εὐδιάλυτον εἰς τούς ὀργανικούς διαλύτας καί δέν ἀντιδρᾷ μετά τοῦ διαλύτου καί διαλυομένου, εἶναι δηλαδή χημικῶς ἀδρανές.

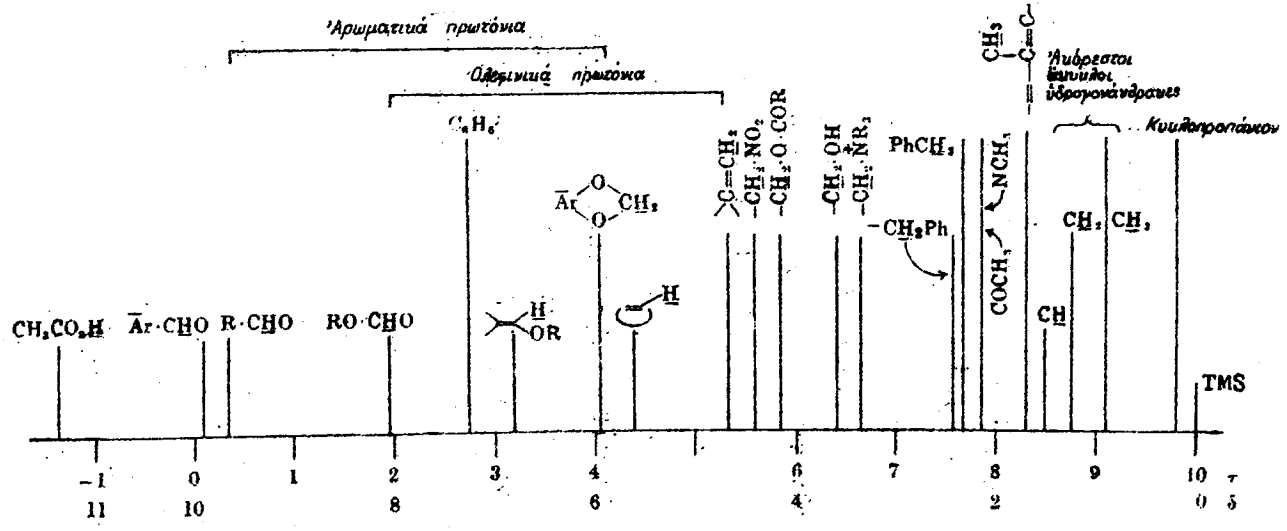
Αἱ οὐσίαι ἀναφορᾶς χρησιμοποιοῦνται ὡς διαλυτικά μέσα ἤ προστίθενται εἰς μικρά ποσά εἰς τήν ὑπό διερεύνησιν οὐσίαν. Οὕτω εἰς τήν πρᾶξιν προστίθενται 1-2 σταγόνες TMS εἰς τό ὑγρόν διάλυμα (ἐσωτερικόν πρότυπον). Τοῦτο ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν ἐλάττωσιν τοῦ φαινομένου τῆς διαμαγνητικῆς ἐπιδεκτικότητος τοῦ διαλύτου.

Ὁ πίναξ (2.6) παρέχει μερικάς τιμάς δ ἐν σχέσει πρός τό TMS, ἡ χημική μετατόπισις τοῦ ὁποίου λαμβάνεται ὡς μηδέν, ἤτοι $\delta_\tau=0$. Ἡ κλῖμαξ αὕτη καλεῖται κλῖμαξ δ καί βαίνει αὐξανομένη κατά τήν ἀντίθετον φοράν πρός τό μαγνητικόν πεδίον. Εἰς ἀπόστασιν 10 ppm εἶναι ἡ δ τοῦ $H_2SO_4$ (εἰδ. βάρος 1,857). Αἱ τιμαί δ εἰς τήν κλίμακα ταύτην εἶναι ἀρνητικαί.

Μία ἄλλη κλῖμαξ, ἡ κλῖμαξ τ, δέτει τήν τιμήν $\delta_\tau=10$ διά TMS καί εἰς ἀπόστασιν 10 ppm τό μηδέν τῆς κλίμακος. Εἰς

# ΠΙΝΑΞ 2.6.

## Χημική μετατόπισις ὀργανικῶν ἐνώσεων εἰς κλίμακας τ καὶ δ.



τήν κλίμακα ταύτην αἱ τιμαί τῆς χημικῆς μετατοπίσεως εἶναι θετικαί διά τάς πλείστας ουσίας. Ὅταν $\delta=\sigma_S-\sigma_R$, ἡ τιμή τ δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$\tau = 10 + \delta \qquad (2.118)$$

Ὅταν $\delta=\sigma_R-\sigma_S$ τότε $\tau=10-\delta$. Μεγάλαι τιμαί τοῦ τ ὑποδηλοῦν ἰσχυράν προστασίαν τοῦ πυρῆνος (Πίναξ 2.6).
Οἱ πυρῆνες οἵτινες περισσότερον ἐχρησιμοποιήθησαν εἰς τά φάσματα NMR εἶναι $^{1}H$, $^{19}F$, $^{31}P$ ὡς καί οἱ πυρῆνες $^{13}C$, $^{11}B$, $^{17}O$, $^{15}N$ καί $^{59}Co$.
Ἡ ὕπαρξις δύο πυρήνων εἰς τό δεῖγμα (οἵτινες δίδουν φάσματα NMR) δέν ἀποτελεῖ πρόβλημα, ἐφ'ὅσον ὁ συντονισμός ἐπιτυγχάνεται εἰς διάφορον περιοχήν.

Αἱ διάφοροι παράμετροι αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν τήν χημικήν μετατόπισιν, θά πρέπει νά λαμβάνωνται πάντοτε ὑπ'ὄψιν. Ἐπί παραδείγματι κατά τήν ἐξέτασιν τοῦ φάσματος NMR τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης συναρτήσει τῆς συγκεντρώσεως εἰς ἄδρανῆ διαλύτην ($CCl_4$) προκύπτει ὅτι εἰς χαμηλάς συγκεντρώσεις ἡ ἀπορρόφησις τῆς ὁμάδος -OH ἐμφανίζεται μεταξύ μεθυλικῆς καί μεθυλενικῆς ὁμάδος. Προεκβολή ταύτης εἰς ἄπειρον ἀραίωσιν δίδει φάσμα NMR εἰς τό ὁποῖον ἡ ὁμάς -OH ἐμφανίζεται εἰς ὑφηλότερα πεδία καί αὐτῆς τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος, ὅπερ εὑρίσκεται εἰς ἀντίθεσιν μέ τό φάσμα NMR καθαρᾶς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τόν σχηματισμόν, εἰς διάφορον βαθμόν δεσμῶν ὑδρογόνου. Εἰς πυκνά διαλύματα ἔχομεν περισσοτέρους δεσμούς ὑδρογόνου παρά εἰς ἀραιά διαλύματα. Παρομοίαν ἐπίδρασιν ἔχει καί ἡ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας, καθ'ὅσον περιορίζεται ἡ πιθανότης σχηματισμοῦ δεσμῶν ὑδρογόνου. Ἡ τεχνική αὕτη τῆς ἀραιώσεως δύναται νά

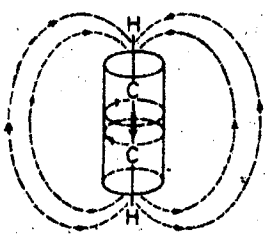
χρησιμοποιηθῇ εἰς τήν διαπίστωσιν στερητικῶν παραγόντων, εἰς τόν σχηματισμόν δεσμῶν ὑδρογόνου ὡς καί εἰς τήν διάκρισιν μεταξύ διαμοριακῶν καί ἐνδομοριακῶν δεσμῶν ὑδρογόνου. Ὁ σχηματισμός δεσμῶν τοῦ τελευταίου τύπου δέν ἐπηρεάζεται, ἐντός ὡρισμένων ὁρίων, ὑπό τῆς συγκεντρώσεως.

Ἐξ ἄλλου, ἐάν ἡ προστασία τοῦ πυρῆνος ἐσχετίζετο μόνον μέ τήν περί τόν πυρῆνα ἠλεκτρονιακήν πυκνότητα, θά ἦτο δυνατόν, ἐκ τῶν τιμῶν τῆς χημικῆς μετατοπίσεως, νά καταλήξωμεν εἰς συμπεράσματα ὡς πρός τήν κατανομήν τῶν ἠλεκτρονίων καί τά ἄλλα ἐκ ταύτης ἐξαρτώμενα μεγέθη. Μολονότι τοῦτο δέν συμβαίνει εἰς τάς περισσοτέρας τῶν περιπτώσεων, ἐν τούτοις δυνάμεθα νά ἔχωμεν χρησίμους ἐπ' αὐτοῦ πληροφορίας ἐκ τῆς χημικῆς μετατοπίσεως, ἐφ' ὅσον ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν οἱ παράγοντες οἵτινες ἐπηρεάζουν τήν χημικήν μετατόπισιν.

Ἡ διαμαγνητική προστασία δύναται νά προέρχεται εἴτε ἀπό τήν κατανομήν τῶν ἠλεκτρονίων ἐπί τοῦ πυρῆνος τοῦ ἀτόμου τοῦ ὁποίου μετρεῖται ἡ χημική μετατόπισις, εἴτε ἐκ τῆς κατανομῆς τῶν ἠλεκτρονίων ἐπί ἀτόμων, ἐκτός ἐκείνου τοῦ ὁποίου μετρεῖται ἡ χημική μετατόπισις. Ἐν τούτοις εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν καί παραμαγνητικήν ἀποπροστασίαν ὅταν ἡ διεύθυνσις τῶν δημιουργουμένων πεδίων εἶναι παράλληλος πρός τήν τοῦ ἐξωτερικοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Ἡ παραμαγνητική ἀποπροστασία ὀφείλεται εἰς ἀνισοτροπίαν τῆς κατανομῆς τῶν ἠλεκτρονίων περί τό ἄτομον τοῦ ὁποίου μετρεῖται ἡ χημική μετατόπισις. Ἡ παραμαγνητική αὕτη ἀποπροστασία δέν εἶναι σοβαρά προκειμένου περί πρωτονίων, ἀλλά ἔχει σημασίαν διά μεγαλυτέρους

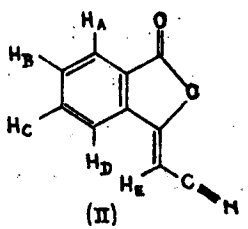
πυρῆνας (C,N,F). Ἡ ἀνισοτροπία τῆς κατανομῆς τῶν ἠλεκτρονίων πέριξ ἀτόμων ἀπομεμακρυσμένων τοῦ μετρουμένου, δημιουργεῖ καί τήν διαμαγνητικήν καί τήν παραμαγνητικήν ἀνισοτροπίαν.

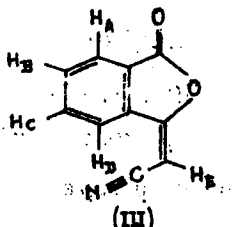
Ἡ ἐμφανιζομένη σχετικῶς μεγαλυτέρα τιμή τ τοῦ ἀκετυλενίου (τ=7,6) ἐναντι τῶν ὀλεφινικῶν πρωτονίων (τ=4–5, 4) ὀφείλεται εἰς τήν ἀνισοτροπίαν τοῦ τριπλοῦ δεσμοῦ. Αἱ μαγνητικαί γραμμαί τοῦ δημιουργουμένου ἐξ ἐπαγωγῆς, λόγῳ τῆς κινήσεως τῶν π–ἠλεκτρονίων τοῦ τριπλοῦ δεσμοῦ, πεδίου ἔχουν διεύθυνσιν ἀντίθετον πρός τήν τοῦ ἐξωτερικοῦ πεδίου. Τό ἀποτέλεσμα εἶναι ἡ ἠυξημένη μαγνητική θωράκισις τῶν πρωτονίων τοῦ ἀκετυλενίου (Σχῆμα (2.33α). κατά μῆκος τοῦ ἄξονος τοῦ τριπλοῦ δεσμοῦ. Ἄνωθεν καί κάτωθεν τοῦ τριπλοῦ δεσμοῦ ἔχομεν παραμαγνητικήν ἀποπροστασίαν. Σύγκρισις, εἰς τό σχῆμα (2.33β), μεταξύ τῶν μορφῶν II καί III, δεικνύει ὅτι εἰς τό πρωτόνιον $H_D$ τῆς μορφῆς III ἔχομεν ἀποπροστασίαν. Οὕτως εὑρέθη ὅτι, διά τήν μορφήν III, $H_D$=1,6 τ, ἐνῶ διά τήν μορφήν II, $H_D$= 2–2,2τ.



(α)

Σχ. 2.33α. Διαμαγνητική προστασία ἀκετυλενίου.

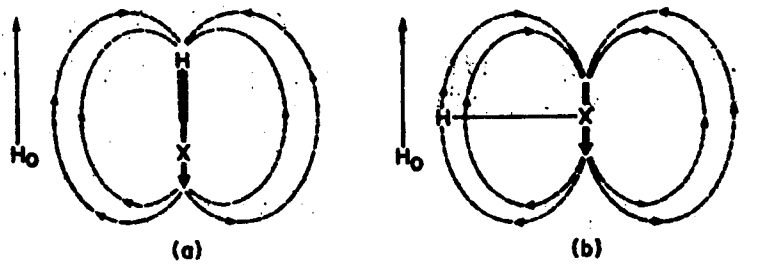

(II)
A – D 2·0 – 2·2τ
E 4·23


(III)
A – C ca·2·0τ
D 1·6
E 4·28

Σχ. 2.33β. Διαμαγνητική προστασία καί παραμαγνητική ἀποπροστασία εἰς ἐνώσεις II καί III.

'Ανάλογος περίπτωσις έμφανίζεται εἰς τόν διπλοῦν δεσμόν $>C=C<$ , $>C=O$, $>C=N-$ . Κατά τήν προέκτασιν τοῦ διπλοῦ δεσμοῦ ἔχομεν παραμαγνητικήν ἀποπροστασίαν(ἡ αὐτή κατεύθυνσις εἰς τό σημεῖον τοῦ H πρός τό $H_0$). 'Υπεράνω καί ὑποκάτω τοῦ διπλοῦ δεσμοῦ ἔχομεν ηὐξημένην προστασίαν.

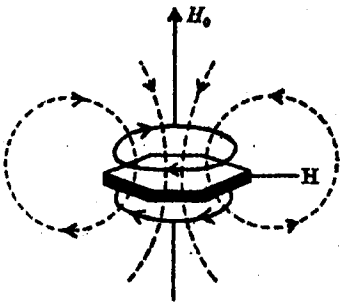
Τό σχῆμα (2.34) ἀποδίδει μίαν τυπικήν περίπτωσιν




Σχ. 2.34. 'Ανισοτροπία εἰς HX διά διάφορον προσανατολισμόν.

ἀνισοτροπίας. "Οταν τό πεδίον $H_0$ εἶναι παράλληλον πρός τόν ἄξονα τοῦ μορίου HX, τό μαγνητικόν πεδίον τό δημιουργούμενον ἐκ τῆς κινήσεως τῶν ἠλεκτρονίων εἰς τό X προκαλεῖ μαγνητικήν θωράκισιν (α), ἐνῶ εἰς κάθετον προσανατολισμόν ἀποπροστασίαν (β).

'Η κίνησις τῶν ἠλεκτρονίων ἐντός τῶν ἀρωματικῶν δακτυλίων δημιουργεῖ παρόμοια φαινόμενα. Οὕτω ἡ κίνησις τῶν π-ἠλεκτρονίων τοῦ βενζολικοῦ δακτυλίου δημιουργεῖ μίαν ἀποπροστασίαν τῶν πρωτονίων τοῦ βενζολίου καθ'ὅσον αἱ μαγνητικαί γραμμαί τοῦ ἐπαγωγικῶς δημιουργουμένου, ἐκ τῆς κινήσεως τῶν π-ἠλεκτρονίων, πεδίου ἔχουν εἰς τό σημεῖον τῶν πρωτονίων τήν αὐτήν φοράν μέ τό $H_0$ (σχῆμα 2.35). Τοῦτο ἐξηγεῖ διατί ἡ τιμή τ τῶν πρωτονίων

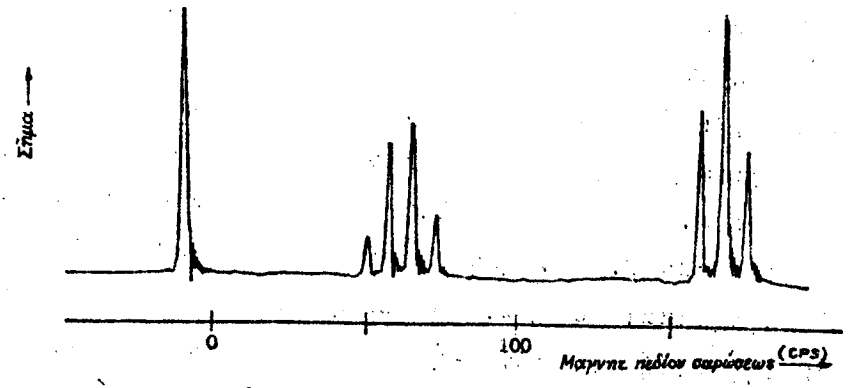



Σχ. 2.35. Ἀποπρόστασία εἰς βενζολικὸν πυρῆνα.

τοῦ βενζολίου εἶναι χαμηλή (τ ≈ 2-3). Ἡ χαμηλή αὐτη τιμή τοῦ τ ἀποτελεῖ καί ἔνδειξιν τοῦ ἀρωματικοῦ ἤ μή χαρακτῆρος μιᾶς ἑνώσεως. Ὁ πίναξ (2.5) δίδει μερικάς χαράκτηριστικάς τιμάς τῆς χημικῆς μετατοπίσεως διά τό Η εἰς ὀργανικάς ἑνώσεις μέ οὐσίαν ἀναφορᾶς τό TMS.

## 2.20.4. Λεπτή ὑφή τῶν γραμμῶν συντονισμοῦ.

Τό φάσμα NMR τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης τοῦ σχήματος (2.30) ἐλήφθη ὑπό συσκευῆς NMR μικροῦ διαχωρισμοῦ. Ἐάν ὅμως χρησιμοποιηθῇ συσκευή ὑψηλοῦ διαχωρισμοῦ, λαμβάνομεν τό φάσμα τοῦ σχήματος (2.36). Εἰς τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἑκάστη γραμμή τοῦ φάσματος δεικνύει "λεπτήν ὑφήν" ἤτοι διασπᾶται εἰς περισσοτέρας γραμμάς (αἰχμάς).

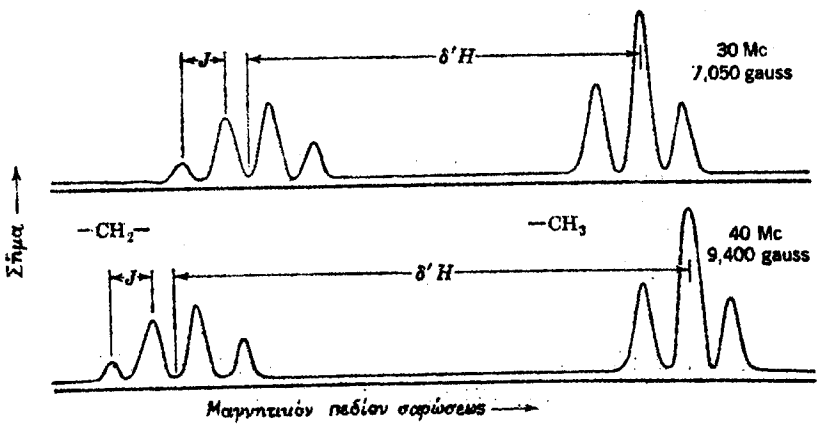



Σχ. 2.36. Φάσμα NMR αἰθανόλης ὑπό φασματομέτρου μεγάλης διαχωριστικῆς ἱκανότητος.

'Ο μηχανισμός καθ' ὃν ἐμφανίζεται ἡ λεπτὴ ὑφὴ ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς συντάξεως τοῦ μορίου, καθ' ὅσον ἡ ἐμφάνισις τῶν πλειάδων εἶναι χαρακτηριστικὴ τῆς διατάξεως τῶν πυρήνων τοῦ Η ἐντὸς τοῦ μορίου.

'Αρχικῶς θὰ ἠδύνατο νὰ ὑποθέσῃ τις ὅτι ἡ διάσπασις τῶν γραμμῶν τῶν ὁμάδων $-CH_3$ καὶ $>CH_2$ ἀποτελεῖ ἔνδειξιν ὑπάρξεως διαφόρου εἴδους πρωτονίων εἰς τὴν μεθυλικὴν καὶ τὴν μεθυλενικὴν ὁμάδα. 'Εν τούτοις ὅμως ἡ λεπτὴ ὑφὴ δὲν σχετίζεται μὲ τὴν χημικὴν μετατόπισιν. 'Ως ἀνεφέρθη εἰς τὸ προηγούμενον κεφάλαιον, ἡ χημικὴ μετατόπισις ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου.

Εἰς τὸ σχῆμα (2.37) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις,

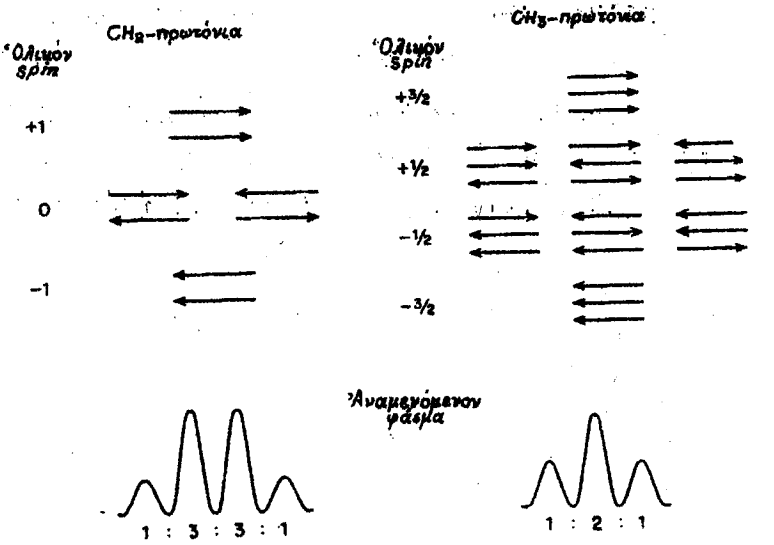



Σχ. 2.37. Μεταβολὴ φάσματος NMR τῆς αἰθυλικῆς ὁμάδος συναρτήσει τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου.

μεταξὺ τῶν δύο κυρίων γραμμῶν συντονισμοῦ τῶν δύο ὁμάδων ($-CH_3$, $=CH_2$), εἶναι διὰ τὰ δίφορα πεδία διάφορος, ἀλλὰ ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν ἐπ' μέρους αἰχμῶν μιᾶς πλειάδος (J) παραμένει σταθερά ἤτοι εἶναι ἀνεξάρ-

τητος τοῦ πεδίου. Ἡ διάσπασις τῶν γραμμῶν συντονισμοῦ εἰς περισσοτέρας, προκύπτει ἐκ τῆς ἀλληλεπιδράσεως τῶν μαγνητικῶν ροπῶν τῶν πρωτονίων ἑκάστης ὁμάδος μετά τῶν πρωτονίων τῶν γειτονικῶν ὁμάδων, δεδομένου ὅτι τό spin καί ἡ μαγνητική ροπή τῶν $^{16}O$ καί $^{12}C$ εἶναι μηδέν.

Ἂς ἐξετάσωμεν τήν διάσπασιν τῶν πρωτονίων τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος ὑπό τῶν πρωτονίων τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος. Σχῆμα (2.38).




Σχ. 2.38. Διάσπασις τῶν γραμμῶν λόγῳ ἀλληλεπιδράσεων τῶν spin.

Τά δύο ἰσοδύναμα πρωτόνια τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος δύνανται νά λάβουν τούς ἑξῆς δυνατούς προσανατολισμούς, καθοριζομένους ἐκ τοῦ $\Sigma M_I$, ὡς δεικνύεται διά τῶν βελῶν. Εἴτε δηλαδή τά δύο πρωτόνια τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος ἔχουν ἀμφότερα $M_I=+1/2$, ὅτε $\Sigma M_I=1$, εἴτε ἔχουν ἀμφότερα $M_I=-1/2$, ὅτε $\Sigma M_I=-1$, εἴτε ἔχουν ἀντιθέτους μαγνητι-

κούς κβαντικούς ἀριθμούς, ὅτε $\Sigma M_I=0$. Εἰς τήν τελευταίαν ταύτην περίπτωσιν ἡ πιθανότης ἀμοιβαίας ἐξουδετερώσεως τῶν spin εἶναι διπλασία τῶν ἄλλων. Αἱ ὁμάδες τοῦ αἰθυλίου τῶν διαφόρων μορίων τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης δύνανται νά διαιρεθοῦν εἰς τρεῖς κατηγορίας ἀναλόγως τῆς τιμῆς $\Sigma M_I$ τῶν δύο πρωτονίων τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος, ἤτοι εἰς τήν μίαν κατηγορίαν μορίων τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης ἡ μεθυλική ὁμάς συνδέεται μέ μεθυλενικήν ὁμάδα ἥτις ἔχει $\Sigma M_I=+1$, εἰς τήν δευτέραν κατηγορίαν μορίων ἡ μεθυλική ὁμάς συνδέεται μέ μεθυλενικήν ὁμάδα ἥτις ἔχει $\Sigma M_I=-1$ καί εἰς τήν τρίτην κατηγορίαν μορίων ἡ μεθυλική ὁμάς συνδέεται μέ τήν μεθυλενικήν ὁμάδα ἥτις ἔχει $\Sigma M_I=0$.

Ὅταν τά μεθυλενικά πρωτόνια ἔχουν $\Sigma M_I=0$, οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχουν ἐπί θέσεως συντονισμοῦ τῶν μεθυλικῶν πρωτονίων καί ἑπομένως ὁ συντονισμός θά λάβῃ χώραν εἰς τήν κανονικήν τιμήν τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Ἐάν τά μεθυλενικά πρωτόνια ἔχουν $\Sigma M_I=+1$, τότε, τά μεθυλικά πρωτόνια θά ἔλθουν εἰς συντονισμόν εἰς τιμήν ἐντάσεως ἐξωτερικοῦ πεδίου ὀλίγον μικροτέρας, ἐνῶ ἐάν τά μεθυλενικά πρωτόνια ἔχουν $\Sigma M_I=-1$, τότε τά μεθυλικά πρωτόνια θά ἔλθουν εἰς συντονισμόν εἰς τιμάς ἐντάσεως ἐξωτερικοῦ πεδίου ὀλίγον μεγαλυτέρας. Κατά συνέπειαν θά ἔχωμεν, διά τάς μεθυλικάς ὁμάδας, τρεῖς αἰχμάς συντονισμοῦ, μέ σχέσιν 1:2:1, δεδομένου ὅτι ἡ κατάστασις μέ $\Sigma M_I=0$ πραγματοποιεῖται κατά δύο τρόπους. Ἡ πλειάς ἐνταῦθα εἶναι λοιπόν τριάς καί ἡ σταθερά ἀπόστασις μεταξύ δύο αἰχμῶν μιᾶς πλειάδος καλεῖται σταθερά συζεύξεως τῶν στροφορμῶν ἥτις συμβολίζεται διά τοῦ γράμματος J καί ἥτις διά τήν περίπτω-

σιν τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης εἶναι περίπου 1,6 milligauss ἡ 7 cps. Κατ'ἀνάλογον τρόπον ἐξηγοῦμεν τὴν διάσπασιν τῆς αἰχμῆς συντονισμοῦ τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος εἰς τέσσαρας.

Αἱ τιμαὶ $\Sigma M_I$ τῶν πρωτονίων τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος προκύπτουν ἐκ τοῦ σχήματος (2.38). καί εἶναι $\Sigma M_I$=+ 3/2, $\Sigma M_I$=+1/2, $\Sigma M_I$=-1/2 καί $\Sigma M_I$=-3/2. Ἄρα ἔχομεν τέσσαρας κατηγορίας μορίων αἰθυλικῆς ἀλκοόλης τῶν ὁποίων ἡ μεθυλικὴ ὁμάς χαρακτηρίζεται ἐκ τῶν $\Sigma M_I$. Αἱ τέσσαρες αὗται διάφοροι τιμαὶ προκαλοῦν τάς τέσσαρας αἰχμάς συντονισμοῦ τῶν μεθυλενικῶν ὁμάδων τῆς ἀλκοόλης μέ σταθερὰν συζεύξεως J=7 cps. Ἡ σχετικὴ ἔντασις αὐτῶν εἶναι, βάσει τῶν προηγουμένων, 1:3:3:1. Λόγῳ τῶν κανόνων ἐπιλογῆς, ἰσοδύναμοι πυρῆνες δέν δεικνύουν σύζευξιν τῶν στροφορμῶν. Δηλαδή ἕν πρωτόνιον τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος δέν δύναται νά προκαλέσῃ περαιτέρω διάσπασιν τῆς γραμμῆς συντονισμοῦ. Τοῦτο δέ διότι ἰσοδύναμα πρωτόνια δέν ἀπορροφοῦν ἐνέργειαν ἀνεξαρτήτως τῶν ἄλλων.

Ἐφ'ὅσον ἡ διάσπασις τῶν αἰχμῶν μιᾶς ὁμάδος εἶναι συνάρτησίς τῶν τιμῶν τῆς στροφορμῆς τῆς γειτονικῆς ὁμάδος, δύναται νά λεχθῇ, ὡς γενικός κανών, ὅτι ἡ πολλαπλότης τῶν αἰχμῶν μιᾶς πλειάδος, n, θά εἶναι

$$n = 2\Sigma I + 1 \qquad (2.119)$$

ἔνθα ΣI = τό ἄθροισμα τῶν spin τῶν γειτονικῶν πυρήνων. Δηλαδή τό ὁλικόν spin τῆς γειτονικῆς ὁμάδος καθορίζει τήν διάσπασιν. Ἐάν ἡ σύζευξις λαμβάνῃ χώραν μετά περισσοτέρων τῆς μιᾶς γειτονικῶν ὁμάδων, τότε ἡ πολλαπλότης τῶν αἰχμῶν εἶναι: $n=(2\Sigma I_1+1)(2\Sigma I_2+1)$

ἔνθα $\Sigma I_1$ καί $\Sigma I_2$ εἶναι τά spin τῶν γειτονικῶν ὁμάδων. Συνήθως ἡ πειραματικῶς εὑρισκομένη πολλαπλότης εἶναι μικροτέρα τῆς ὑπολογιζομένης θεωρητικῶς τοιαύτης. Αἱ σχετικαί ἐντάσεις τῶν αἰχμῶν μιᾶς πλειάδος, μέ I= 1/2, δύνανται νά ὑπολογισθοῦν ἐκ τῶν συντελεστῶν τοῦ ἀναπτύγματος τοῦ διωνύμου $(\tau+1)^m$, ἔνθα m=n-1.

Ἐπί παραδείγματι, ἡ πολλαπλότης τῶν αἰχμῶν τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης εἶναι:

$$n = 2.\frac{3}{2} + 1 = 4$$

καθ'ὅσον τό ΣΙ τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος εἶναι $\frac{3}{2}$. Αἱ σχετικαί ἐντάσεις τῶν αἰχμῶν τῆς ὁμάδος ταύτης εἶναι

$$(\tau+1)^{-4} = (\tau+1)^3 = 1\tau^3 + 3\tau^2 + 3\tau + 1 \text{ ἤτοι } 1:3:3:1$$

Ἐάν χρησιμοποιηθῇ λίαν καθαρά αἰθυλική ἀλκοόλη, ἥτις δέν περιέχει ὀξίνους ἤ βασικάς προσμίξεις, θά ἴδωμεν ὅτι ἡ αἰχμή συντονισμοῦ τοῦ πρωτονίου τοῦ ὑδροξυλίου δέν εἶναι ἁπλῆ ἀλλά τριπλῆ ὡς ἀναμένεται βάσει τῶν προηγουμένως ἀναπτυχθέντων,

$$n = 2\Sigma I + 1 = 2.1 + 1 = 3$$

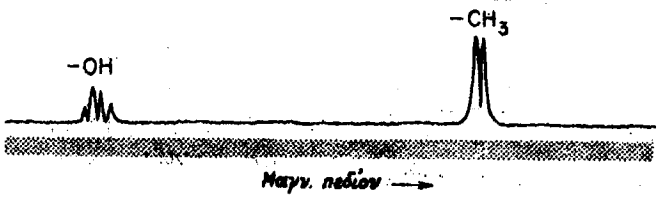
ἔνθα ΣΙ=1 τῆς μεθυλενικῆς ὁμάδος.

Ἀλλά καί ἡ μεθυλενική ὁμάς ἐκτός τῆς διασπάσεως ὑπό τῆς μεθυλικῆς ὁμάδος πρέπει νά ὑφίσταται διάσπασιν καί λόγῳ τοῦ πρωτονίου τῆς ὑδροξυλικῆς ὁμάδος μέ ἀποτέλεσμα ἑκάστη ἐξ αὐτῶν νά διασπᾶται εἰς 2 μέ σχέσιν 1:1.

Ἡ παρουσία ἰχνῶν ὀξίνων ἤ βασικῶν προσμίξεων καταλύει μίαν ταχεῖαν ἀνταλλαγήν πρωτονίων μεταξύ τῶν ὑδροξυλικῶν ὁμάδων καί τῶν πρωτονίων τοῦ περιβάλλοντος. Π.χ. μεταξύ τῶν ὑδροξυλικῶν ὁμάδων τῆς ἀλκοόλης καί τῶν

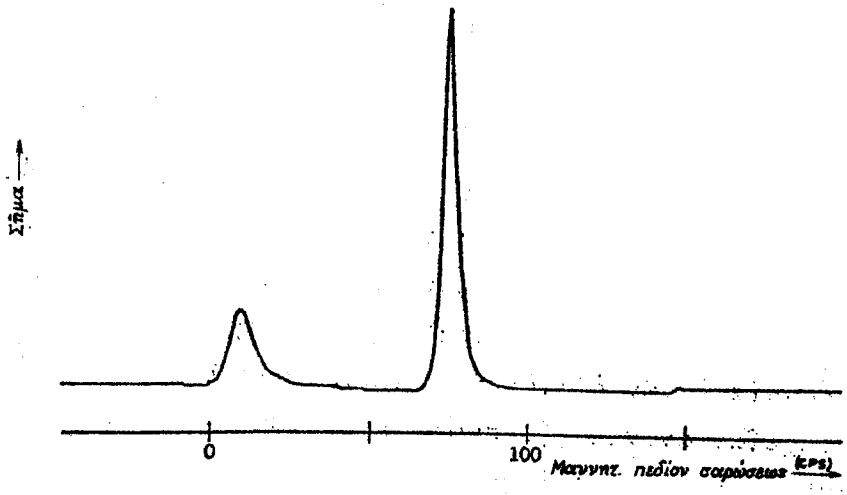
ἰχνῶν ὀξέος ἢ ὕδατος. Ἡ ταχεῖα αὐτη ἀνταλλαγή ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νά λάβωμεν διά τό πρωτόνιον τοῦ ὑδροξυλίου αἰχμήν ἐστερημένην λεπτῆς ὑφῆς. Ἀλλά καί ἡ μεθυλενική ὁμάς δέν ὑφίσταται τήν σύζευξιν τῶν spin μέ τήν ὑδροξυλικήν ὁμάδα καί ὡς ἐκ τούτου παραμένει τετραπλῆ.

Τό σχῆμα (2.39) δίδει τό φάσμα λίαν καθαρᾶς μεθυλικῆς ἀλκοδλης. Βάσει τῶν προηγουμένων κανόνων ἡ γραμμή



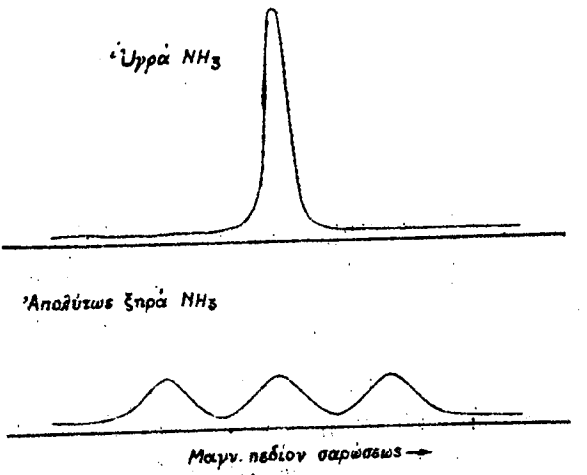

Σχ. 2.39. Φάσμα NMR μεθανόλης

τῆς μεθυλομάδος εἶναι διπλῆ, ἐνῶ τῆς ὑδροξυλικῆς εἶναι τετραπλῆ. Ἡ καταλυτική ταχεῖα ἀνταλλαγή τῶν ὑδροξυλικῶν πρωτονίων, ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν ἐμφάνισιν τοῦ ἁπλοῦ φάσματος τοῦ σχήματος (2.40) ἄνευ λεπτῆς ὑφῆς. Τό ἴδιον




Σχ. 2.40. Φάσμα NMR μεθανόλης παρουσία ὕδατος.

συμβαίνει καί εἰς τήν ἀμμωνίαν. Τό σχῆμα (2.41) δίδει δύο φάσματα NMR, διά τήν λίαν καθαράν $^{14}NH_3$ καί διά τήν ὑγράν $^{14}NH_3$. Λόγῳ συζεύξεως μεταξύ τῶν πρωτονίων καί τοῦ $^{14}N$, ὅπερ ἔχει spin I=1, ἄρα $M_I$=+1,0,-1, παρατηροῦ-




Σχ. 2.41. Φάσμα NMR λίαν καθαρᾶς $^{14}NH_3$ καί συνήθους ὑγρᾶς τοιαύτης.

μεν τρεῖς αἰχμάς. Παρουσίᾳ ὕδατος λαμβάνει χώραν ταχεῖα ἀνταλλαγή πρωτονίων μεταξύ $H_2O$ καί $NH_3$ ὥστε νά ἔχωμεν μίαν μόνον αἰχμήν. Διά τήν $^{15}NH_3$, ἔνθα ὁ πυρήν $^{15}N$ ἔχει spin I=$\frac{1}{2}$ ἔχομεν, εἰς λίαν καθαράν κατάστασιν, δύο γραμμάς.

Τά διάφορα φάσματα NMR κατατάσσονται εἰς διαφόρους τύπους. Διά τήν κατάταξιν ταύτην χρησιμοποιοῦμεν τούς ἑξῆς συμβολισμούς.

Ἰσοδύναμοι πυρῆνες συμβολίζονται διά τῶν γραμμάτων $A_n, B_m \ldots$ ἔνθα n, m καθορίζουν τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων ἑκάστης ὁμάδος καί A, B=πυρῆνες μέ αὐξουσαν τάξιν προασπίσεως. Ἐάν ἡ χημική μετατόπισις διαφέρῃ σοβαρῶς

μεταξύ των τότε τίθενται τά γράμματα $X_n, Y_m \ldots$ Ἐπί παραδείγματι τό φάσμα τῆς ὁμάδος $CH_3CH_2-$ τῆς αἰθυλικῆς ἀλκοόλης εἶναι τύπου $A_3X_2$. Ὁ βαθμός πολυπλοκότητος ἑνός φάσματος ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ λόγου $\Delta/J$, ἔνθα $\Delta$=ἡ χημική μετατόπισις καί $J$ = ἡ σταθερά συζεύξεως. Ἐάν $\Delta/J \gg 1$, ἑκάστη πλειάς θά ἐμφανισθῇ μακράν τῆς ἄλλης, αἱ ἀποστάσεις μεταξύ τῶν ἐπί μέρους αἰχμῶν θά εἶναι ἴσαι καί αἱ ἐντάσεις τῶν αἰχμῶν θά ἀκολουθοῦν τούς συντελεστάς τοῦ διωνύμου. Ἐάν $\Delta/J=0$, τότε ἔχομεν μίαν ἁπλῆν αἰχμήν.

Θεωρήσωμεν τόν τύπον τοῦ φάσματος A-B, ἔνθα A καί B ἔχουν spin $I=1/2$. Αἱ δύο ἀκραῖαι περιπτώσεις τούτου εἶναι κατά τά ἀνωτέρω, A-X (ἔνθα τό X ἔχει spin $I=\frac{1}{2}$) καί $A_2$. Ἤτοι ἐάν $\Delta/J \gg 1$, ὁ τύπος τοῦ φάσματος εἶναι A-X καί παρίσταται εἰς τό σχῆμα (2.42α). Ἡ χημική μετατόπισις παρίσταται ὑπό τοῦ $\Delta=\Delta_B-\Delta_A$ καί ἡ σταθερά συζεύξεως $J_{A-X}=(1-2)=(3-4)$, ἔνθα αἱ αἰχμαί χαρακτηρίζονται διά τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 4 ἐξ ἀριστερῶν πρός τά δεξιά. Ὁ τύπος οὗτος τοῦ φάσματος καλεῖται πρώτης τάξεως. Ἐάν $\Delta/J=0$, τότε ὁ τύπος τοῦ φάσματος εἶναι $A_2$ καί παρίσταται εἰς τό σχῆμα (2.42d). Ἐάν $\Delta/J$ πλησιάζῃ τήν μονάδα, τότε τό φάσμα περιπλέκεται. Π.χ. διά $\frac{\Delta}{J}\simeq 3$ ἔχομεν τό φάσμα A-B(2.42β) καί διά $\Delta/J=0,7$ ἔχομεν ὁμοίως τό φάσμα A-B(2.42c). Ἡ τιμή τῆς $\Delta_B-\Delta_A$ εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως:

$$1-3=2-4=[(\Delta_B-\Delta_A)^2+(J_{A-B})^2]^{1/2} \qquad (2.120)$$

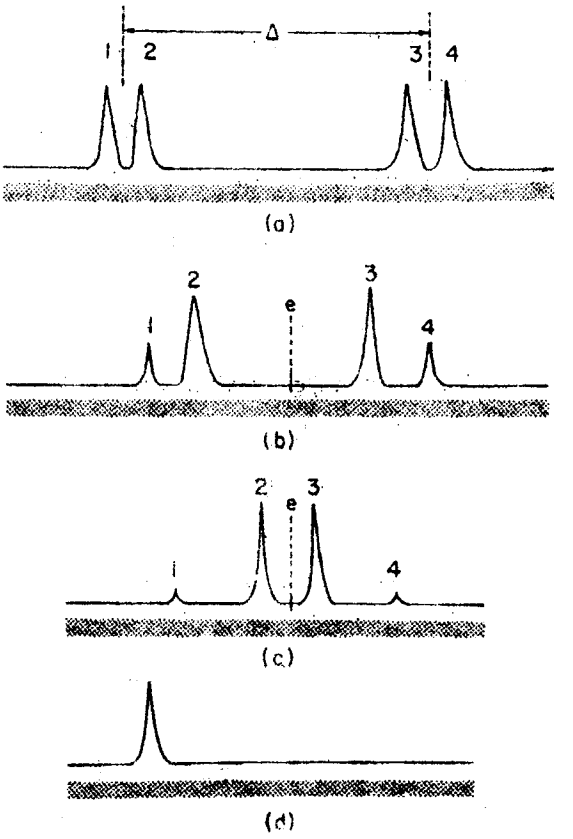
ἔνθα ὅλαι αἱ ποσότητες δίδονται εἰς cps. Ἐκ τῆς διαφορᾶς $\Delta_B-\Delta_A$ εὑρίσκομεν τήν $\Delta_A$ διά προσθήκης τῆς ποσότητος $1/2(\Delta_B-\Delta_A)$ εἰς τό e (ἡ τιμή $\Delta$ τοῦ κέντρου τοῦ φάσματος) καί τήν $\Delta_B$ δι' ἀφαιρέσεως τῆς ποσότητος $1/2\,(\Delta_B-\Delta_A)$ ἀπό τήν e.

Αἱ ἐντάσεις τῶν γραμμῶν δίδονται ὑπό τῶν σχέσεων

$$I_1 = I_4 = 1 - J_{A-B}\left[(\Delta_B - \Delta_A)^2 + (J_{A-B})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (2.121)$$

καί

$$I_2 = I_3 = 1 + J_{A-B}\left[(\Delta_B - \Delta_A)^2 + (J_{A-B})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (2.122)$$




Σχ. 2.42. Φάσμα NMR διά α) A–X, β) A–B, $J_{A-B}/\Delta_B - \Delta_A \sim 0,33$ c) A–B, $J_{A-B}/\Delta_B - \Delta_A \sim 1,4$ καί d) $A_2$.

Εἰς τό σύστημα τοῦτο ἐθεωρήθη ὅτι ἡ τιμή τῆς J εἶναι θετική. Ἡ τιμή γενικῶς τῆς σταθερᾶς συζεύξεως δύναται νά εἶναι θετική ἤ ἀρνητική. Ἐκ τοῦ φάσματος A–B

δέν δυνάμεθα νά συμπεράνωμεν τό σημεῖον τῆς σταθερᾶς συζεύξεως. Ἐκ τῶν ἐξισώσεων προκύπτει ὅτι δύο ἐσωτερικαί αἰχμαί εἶναι πλέον ἐντατικαί τῶν ἐξωτερικῶν τοιούτων. Δεδομένου ὅτι ἡ Δ εἶναι ἐξάρτησις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐνῶ ἡ J δέν ἐξαρτᾶται ἐξ αὐτοῦ, ἕπεται ὅτι δι'αὐξήσεως τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου αὐξάνει ὁ λόγος Δ/J καί οὕτω δύναται ἕν πολύπλοκον φάσμα νά ἁπλοποιηθῇ σημαντικῶς. Σήμερον χρησιμοποιοῦνται ἐντάσεις πεδίου 50-55 kilogauss. Ἐπίσης ἕν πολύπλοκον φάσμα δύναται νά ἁπλοποιηθῇ δι'ἐκλεκτικῆς ἀντικαταστάσεως ἑνός ὑδρογόνου διά δευτερίου, διά τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς μεθόδου τοῦ διπλοῦ συντονισμοῦ κλπ.

Ἡ φασματοσκοπική μέθοδος NMR ἀποτελεῖ ἰδιαιτέρας ἀξίας μέθοδον διερευνήσεως τῆς συντάξεως τῶν ὀργανικῶν (καί ἀνοργάνων) ἑνώσεων. Ἡ χημική μετατόπισις καί σύζεύξις τῶν στροφορμῶν (λεπτή ὑφή καί ἔντασις γραμμῶν συντονισμοῦ), ἀποτελοῦν παραμέτρους, αἵτινες δίδουν πληροφορίας ἐπί τῆς συντάξεως καί δύνανται νά θεωρηθοῦν συμπληρωματικαί. Ὑπό τήν ἔννοιαν "διευκρίνησις συντάξεως" τῶν ἑνώσεων περιλαμβάνονται ὅλα τά προβλήματα τά σχετιζόμενα μετ'αὐτῆς, ὡς στερεοχημικῆς δομῆς, ἐνδομοριακῶν καί διαμοριακῶν μετατροπῶν, περιστροφῆς τοῦ μορίου, δεσμῶν ὑδρογόνου, ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς, σχηματισμοῦ συμπλόκων, κλπ. Ἀλλά καί ἡ βιομηχανία χρησιμοποιεῖ τήν μέθοδον NMR, ὡς ἡ βιομηχανία πετρελαίου διά τήν μελέτην τῶν πολυπλόκων ὑδρογονανθράκων, ἀποσταγμάτων, κλπ.

Ἡ μέθοδος NMR εἶναι εἷς συγδυασμός ἁπλότητος καί πολυπλοκότητος. Μολονότι ἡ σχέσις συντονισμοῦ εἶναι ἁπλῆ, αἱ ἀντιδράσεις αἵτινες τροποποιοῦν τάς γραμμάς συντονι-

σμοῦ εἶναι πολλαί καί πολύπλοκοι. Τά προβλήματα κατα - σκευῆς, ὡς ἡ ὁμοιογένεια καί ἡ σταθερότης τοῦ πεδίου, σχετιζόμενα μέ τό κόστος τῆς συσκευῆς, ἀνήκουν εἰς τά μειονεκτήματα τῆς μεθόδου.

Παρά τό κόστος καί τό πολύπλοκον τῆς συσκευῆς, ἡ μέθοδος NMR εὑρίσκει συνεχῶς μεγαλυτέραν ἐφαρμογήν εἰς τούς διαφόρους κλάδους τῆς χημείας.

## 3. ΙΣΟΤΟΠΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΙΣ

### 3.1. Διαφοραί εἰς τάς ἰδιότητας τῶν ἰσοτόπων νουκλιδίων.

Ὡς ἐλέχθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, τά ἰσότοπα ἑνός καί τοῦ αὐτοῦ στοιχείου, ἔχοντα τόν αὐτόν ἀριθμόν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων, ἀναμένεται νά ἐμφανίζουν τάς αὐτάς χημικάς ἰδιότητας. Τοῦτο ὅμως εἶναι μόνον κατά προσέγγισιν ἀληθές. Πράγματι τά ἰσότοπα (ἑνός στοιχείου) δεικνύουν μεταξύ των διαφοράς εἰς τάς χημικάς καί φυσικάς ἰδιότητας αἵτινες χαρακτηρίζονται γενικῶς ὡς ἰσοτοπική ἐπίδρασις. Αἱ διαφοραί αὗται προέρχονται εἴτε 1) ἀπό διαφοράς εἰς τό spin, ἐνεργόν διατομήν καί ἄλλας πυρηνικάς ἰδιότητας, εἴτε 2) ἀπό διαφοράς εἰς τήν μᾶζαν αὐτῶν. Συνήθως ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἀναφέρεται εἰς τήν, ἐκ τῆς διαφορᾶς μάζης, ἐμφανιζομένην διάφορον συμπεριφοράν.

### 3.2. Διαφοραί ὀφειλόμεναι εἰς τάς πυρηνικάς ἰδιότητας.

Αἱ διαφοραί αὗται εἰς τάς πυρηνικάς ἰδιότητας εἶναι μεγάλης πρακτικῆς σπουδαιότητος. Αἱ διαφοραί εἰς τήν ἐνεργόν διατομήν τῶν πυρήνων, ἐμφανίζονται κατά τρόπον ἰδιαιτέρως ἔκδηλον εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις. Οὕτω τό U-235, μέ ἐνεργόν διατομήν $\sigma_f$=577 barns εἰς τά θερμικά νετρόνια, ὑφίσταται σχάσιν ὑπ'αὐτῶν καί συνεπῶς εἶναι πυρηνικόν καύσιμον. Ἀντιθέτως τό U-233 ἔχει ἐνεργόν διατομήν $\sigma_f < 5.10^{-4}$ barns καί συνεπῶς δέν εἶναι

πυρηνικόν καύσιμον. Ἄρα ἡ λειτουργία ἑνός ἀντιδραστῆρος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς περιεκτικότητος εἰς U-235 τοῦ χρησιμοποιουμένου οὐρανίου.

Τό $D_2O$ (βαρύ ὕδωρ), μέ ἐνεργόν διατομήν εἰς τά θερμικά νετρόνια $\sigma(n,\gamma)=5,7.10^{-4}$ barns, πλεονεκτεῖ, ὡς φυκτικόν μέσον καί ἐπιβραδυντής εἰς τούς ἀντιδραστῆρας, τοῦ $H_2O$ ὅπερ ἔχει $\sigma(n,\gamma)=0,33$ barns.

Τό Li-6 λόγῳ τῆς μεγάλης αὐτοῦ ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων χρησιμοποιεῖται εἰς τόν σχηματισμόν τριτίου.

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{0}n \rightarrow T + ^{4}_{2}He \qquad (3.1)$$

ὅπερ μετά τοῦ D(δευτερίου) δύναται νά δώσῃ προϊόν ἐξωθέρμου συντήξεως

$$T + D \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n \qquad (3.2)$$

Ἐάν π.χ. χρησιμοποιηθῇ $^{6}LiD$, λαμβάνουν χώραν ἀμφότεραι αἱ ἀντιδράσεις αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν τήν βάσιν τῆς ὑδρογονικῆς βόμβας.

Ἀντιθέτως τό Li-7, μέ λίαν μικράν ἐνεργόν διατομήν ἀπορροφήσεως εἰς τά θερμικά νετρόνια καί λόγῳ τῶν θερμικῶν ἰδιοτήτων αὐτοῦ, εἶναι κατάλληλον διά τήν χρησιμοποίησιν ὡς φυκτικοῦ μέσου εἰς τούς ἀντιδραστῆρας.

Διαφοραί, λόγῳ διαφόρου σχετικοῦ προσανατολισμοῦ τῶν spin τῶν πυρήνων, ἐμφανίζονται καί εἰς τάς δύο μορφάς τοῦ $o-H_2$ καί τοῦ $p-H_2$. Οὕτως ἐμφανίζονται διαφοραί εἰς τό φάσμα περιστροφῆς, τήν εἰδικήν θερμότητα, θερμικήν ἀγωγιμότητα καί τό ἰξῶδες. Εἰς συνήθη θερμοκρασίαν ἡ σχέσις τῶν δύο μορφῶν, ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, εἶναι $\frac{o-H_2}{p-H_2}=3$, ἐνῶ διά τό $\frac{o-D_2}{p-D_2}=2$. Εἰς χαμη-

λάς θερμοκρασίας κυριαρχεῖ, ἐν ἰσορροπίᾳ, τό $p-H_2$. Ἡ μετατροπή $o-H_2 \longrightarrow p-H_2$ ἐπιταχύνεται ὑπό παραμαγνητικῶν οὐσιῶν ἤ μαγνητικοῦ πεδίου.

Τά ἰσότοπα τοῦ He, He-3 καί He-4 δεικνύουν διαφοράς ἄλλης φύσεως. Οὕτω τό ὑγρόν He-4 εἰς τό λ-σημεῖον (2,18°K) ὑφίσταται ἀλλοτροπικήν μετατροπήν ἀπό $^4He(I)$ εἰς $^4He(II)$. Τό $^4He(I)$ συμπεριφέρεται κανονικῶς ἐνῶ τό $^4He(II)$ ἔχει ἀσυνήθεις ἰδιότητας. Ἐμφανίζει ὑπεραγωγιμότητα καί ὑπερρευστότητα λόγῳ ἀποτόμου ἐλαττώσεως τοῦ ἰξώδους, ὑπό ὡρισμένας συνθήκας. Κατά τήν θέρμανσιν τοῦ ἑνός ἄκρου σωλῆνος περιέχοντος $^4He(II)$, τό ὑγρόν He(II) ρέει κατ'ἀντίθετον ἔννοιαν πρός τήν ροήν θερμότητος (θερμομηχανικόν φαινόμενον). Ἐάν κενός δοκιμαστικός σωλήν τεθῇ ἐντός δοχείου περιέχοντος $^4He(II)$, εἰς δεδομένον ὕψος, παρατηρεῖται ὅτι ὁ δοκιμαστικός σωλήν πληροῦται μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους, ὡς ἐάν τά τοιχώματα τοῦ δοκιμαστικοῦ σωλῆνος ἦσαν περατά εἰς τό $^4He(II)$. Ἐν τῇ πραγματικότητι τό ὑγρόν τοῦτο ἕρπει κατά μῆκος τῶν ὑαλίνων τοιχωμάτων. Κατά τήν θεωρίαν London-Titza τοῦτο ὀφείλεται εἰς τό ὅτι τά ἄτομα τοῦ $^4He(II)$, ἀκολουθοῦντα τήν στατιστικήν Bose-Einstein, εὑρίσκονται, κάτωθεν τοῦ λ-σημείου, εἰς ἐκφυλισμένην κατάστασιν. Τό ἰσότοπον $^3He$ ὑπακούει εἰς τήν στατιστικήν Fermi-Dirac.

## 3.3. Διαφοραί ὀφειλόμεναι εἰς διαφοράν μάζης.

Αἱ διαφοραί εἰς τήν μάζαν μεταξύ τῶν ἰσοτόπων ἑνός στοιχείου προκαλοῦν διαφοράς εἰς τάς φυσικάς καί φυσικοχημικάς ἰδιότητας, αἵτινες, ὡς ἀνεφέρθη χαρακτηρίζονται συνήθως ὡς ἰσοτοπική ἐπίδρασις, μολονότι ὁ ὅρος οὗ-

τος περιλαμβάνει καί τάς διαφοράς τάς όφειλομένας είς τάς πυρηνικάς ίδιότητας. Αί διαφοραί αύται, μολονότι μικραί, δύνανται έν τούτοις νά χρησιμοποιηθούν είς τόν έμπλουτισμόν ή διαχωρισμόν τών ίσοτόπων, ώς π.χ. είναι ή-λεκτρομ. μέθοδος, μέθοδος διαχύσεως, φυγοκεντρήσεως κλπ. Έτεραι μέθοδοι διαχωρισμού βασίζονται έπί διαφορών είς τήν ένέργειαν μηδενός ήτις, πάλιν, έξαρτάται έκ τής διαφοράς μάζης τών πυρήνων τών άτόμων. Η ένέργεια μηδενός ύπεισέρχεται είς πολλάς θερμοδυναμικάς συναρτήσεις αίτινες καθορίζουν πλείστας φυσικοχημικάς ίδιότητας.

Αί διαφοραί είς τάς φυσικάς καί φυσικοχημικάς ίδιότητες είναι, γενικώς, τόσον μεγαλύτεραι όσον μεγαλύτεραι είναι αί διαφοραί μάζης. Ώς έκ τούτου είναι αύται ίδιαιτέρως έμφανείς είς τό ύδρογόνον καί τάς ένώσεις αύτού, δεδομένου ότι ή σχέσις μαζών μεταξύ H, D, T είναι 1:2:3.

Μερικαί χαρακτηριστικαί διαφοραί είς τό σημείον ζέσεως, πήξεως, πυκνότητα, ΔH τήξεως, έξατμίσεως, κλπ. μεταξύ $H_2O$ καί $D_2O$ παρέχονται είς τόν πίνακα 3.1.

Η δυνατότης άντικαταστάσεως τού H, ύπό D ή T είς τάς διαφόρους ύδρογονούχους ένώσεις είναι έξαιρετικού ένδιαφέροντος καθ' όσον, έκτός τών άλλων, δύνανται νά εύρεθούν σχέσεις άναφερόμεναι είς τάς έμφανιζομένας διαφοράς τών φυσικοχημικών σταθερών.

Αί τάσεις άτμών δύο ίσοτόπων συνδέονται μεταξύ των διά τής σχέσεως

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{T} + b \qquad (3.2)$$

ένθα a, b = σταθεραί. Διά τό $H_2O$ καί $D_2O$ είναι a=55,32 b=−0,1267. Διά τό $H_2{}^{16}O$ καί $H_2{}^{18}O$ είναι a=3,20 καί b=−0,0063.

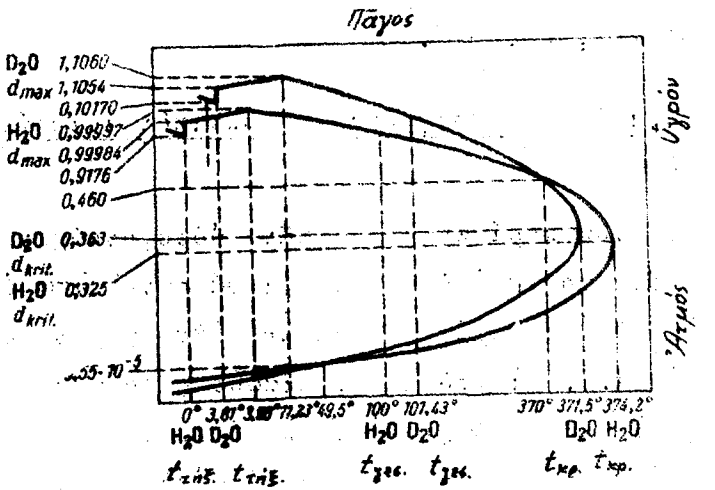
ΠΙΝΑΞ 3.1

Φυσικοχημικαί ἰδιότητες τῶν $H_2O$ καί $D_2O$

| Ἰδιότητες | $H_2O$ | | $D_2O$ | |
|---|---|---|---|---|
| Σημεῖον ζέσεως, °C, εἰς 1 At. | 100 | | 101,42 | |
| Σημεῖον πήξεως, °C, εἰς 1 Ar | 0 | | 3,8 | |
| Θερμοκρασία μεγίστης πυκνότητος, °C | 3,96 | | 11,6 | |
| Θερμότης ἐξατμίσεως, εἰς 25°C, Kcal/Mole | 10,515 | | 10,844 | |
| Θερμότης τήξεως, Kcal/Mole | 1,436 | | 1,515 | |
| Πυκνότης εἰς 20°C, gr/cm³ | 0,99823 | | 1,10530 | |
| Μεγίστη πυκνότης, gr/cm³ | 1,000(4°C) | | 1,106(11,6°C) | |
| Διηλεκτρική σταθερά, εἰς 25°C | 78,54 | | 77,936 | |
| Κρυοσκοπική σταθερά, grad.gr/Mole | 1,859 | | 2,050 | |
| Ἰξῶδες, εἰς 25°C, εἰς mP | 8,91 | | 10,99 | |
| Γινόμενον ἰόντων εἰς 25°C | $1,01.10^{-14}$ | | $0,195.10^{-14}$ | |
| Ἐνέργεια ἀπολύτου μηδενός, εἰς cal/Mole | 13,219 | | 9,664 | |
| Κανονικόν δυναμικόν $H_2/H^+$, εἰς 25°C, εἰς V | 0 | | −0,0035 εἰς $D_2O$ | |
| Εὐκινησία ἰόντων $H_3O^+$, $D_3O^+$, εἰς 18°C, εἰς $Ohm^{-1}\ cm^2\ Mole^{-1}$ | 315,2 | | 213,7 | |
| Εὐκινησία ἰόντων $OH^-$, $OD^-$, εἰς 25°C εἰς $Ohm^{-1}\ cm^2\ Mole^{-1}$ | 197,6 | | 119,0 | |
| | ἀέριον | ὑγρόν | ἀέριον | ὑγρόν |
| $\Delta H^\circ$ εἰς Kcal/Mole | −57,80 | −68,32 | −59,25 | −70,40 |
| $\Delta G^\circ$ εἰς Kcal/Mole | −54,63 | −56,68 | −55,74 | −58,29 |
| $\Delta S^\circ$ εἰς cal/Mole grad | 45,13 | 16,67 | 47,38 | 18,08 |

Ἡ διαφορά εἰς τό ἰξῶδες εἶναι ἰδιαιτέρως ἐμφανής εἰς τό $D_2O$. Εἰς 25°C τό ἰξῶδες τοῦ $D_2O$ εἶναι περίπου 20% μεγαλύτερον τοῦ $H_2O$.

Ἐκ τοῦ πίνακος 3.1 παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ $D_2O$ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ $H_2O$. Ὁ λόγος τῶν πυκνοτήτων $D_2O/H_2O$, εἰς 25°C, εἶναι 1,10775. Δεδομένου ὅτι ὁ λόγος τῶν μοριακῶν βαρῶν εἶναι 1,1118, ἕπεται ὅτι ὁ γραμμομοριακός ὄγκος τοῦ βαρέος ὕδατος, εἰς τήν θερμοκρασίαν ταύτην εἶναι περίπου 0,4% μεγαλύτερος τοῦ συνήθους. Αἱ διαφοραί εἰς τόν γραμμομοριακόν ὄγκον αὐξάνονται μέ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, Σχῆμα (3.1). Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι εἰς 370°C, ἤτοι εἰς θερμοκρασίαν πλησίον τοῦ κρισίμου σημείου, αἱ πυκνότητες συμπίπτουν καί ὁ γραμμομοριακός ὄγκος τοῦ $D_2O$ εἶναι μεγαλύτερος κατά 11% περίπου.



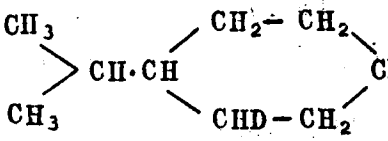

Σχ. 3.1. Ἐξάρτησις τῆς πυκνότητος ἐκ τῆς θερμοκρασίας τῶν $H_2O$ καί $D_2O$.

Ἡ διαλυτότης διαφόρων ἁλάτων καί ὀργανικῶν ἐνώσεων εἶναι μικροτέρα εἰς $D_2O$ ἤ εἰς $H_2O$, δυναμένης τῆς διαφορᾶς νά φθάσῃ μέχρι καί πέραν τοῦ 30%. Ἡ διαλυτότης π.χ. τοῦ KCl εἰς τό $H_2O$ καί $D_2O$ εἶναι, εἰς 0°C, $L_{H_2O}=6,81$ καί $L_{D_2O}=5,69$ moles ἀνά 100 moles διαλύτου. Ἄρα $\Delta=6,81-5,69=1,12$ καί $\frac{100\Delta}{L_{H_2O}}=16,4\%$. Διά τό $PbJ_2$, εἰς 25°C, εἶναι $L_{H_2O}=0,071$ καί $L_{D_2O}=0,045$. Ἄρα $\Delta=0,071-0,045=0,026$ καί $\frac{100\Delta}{L_{H_2O}}=36\%$. Ἡ διαλυτότης τῆς $C_6H_5OD$ εἰς $D_2O$ εἶναι περίπου 36% μικροτέρα τῆς διαλυτότητος τῆς $C_6H_5OH$ εἰς $H_2O$.

Ἡ ἀγωγιμότης ἠλεκτρολυτῶν, ἡ εὐκινησία τῶν ἰόντων καί αἱ σταθεραί διασπάσεως τῶν ὀξέων καί βάσεων εἶναι μικρότεραι εἰς τό $D_2O$. Ἡ εὐκινησία καί συνεπῶς καί ἡ ἠλεκτρική ἀγωγιμότης εἰς τό $D_2O$ εἶναι περίπου 20% μικροτέρα παρά εἰς τό $H_2O$. Τό γινόμενον ἰόντων τοῦ ὕδατος εἶναι $|H^+|.|OH^-|=1,01.10^{-14}$ εἰς 25°C ἐνῶ τοῦ $D_2O$ εἶναι $|D^+|.|OD^-|=0,195.10^{-14}$.

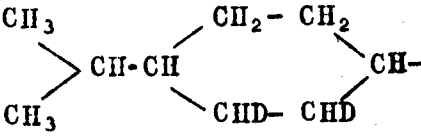
## 3.4. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῶν ὀπτικῶν ἰδιοτήτων τῶν ἰσοτόπων.

Προκειμένου περί κρυσταλλικῶν ὑδρογονούχων οὐσιῶν ἀντικατάστασις τοῦ H ἀπό D δύναται νά συνοδεύεται ἀπό μεταβολάς εἰς τάς σταθεράς πλέγματος, ἐάν ἔχωμεν δεσμούς ὑδρογόνου ὡς π.χ. εἰς τό $KHF_2$. Διάφορος δομή τοῦ $KH_2PO_4$ παρετηρήθη εἰς τό $KD_2PO_4$. Ἀντικατάστασις ἐπίσης τοῦ H ἀπό D εἰς μόρια περιέχοντα ἀρκετά ὑδρογόνα δύναται νά προκαλέσῃ ἀσυμμετρίαν εἰς τό μόριον ὥστε νά καταστῇ ὀπτικῶς ἐνεργόν. Οὕτως εὑρέθη διά τό 1-ἰσοπροπύλ-4-μεθυλκυκλοεξάνιον μέ D εἰς τήν θέσιν 3 καί εἰς θέσεις 2,3



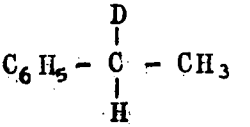

$|\alpha|_D^{25°} = -0,14°$

καί




$|\alpha|_D^{25°} = -0,09°$

Ὁμοίως διά τό αἰθυλοβενζόλιον εὑρέθη




$|\alpha|_D^{25°} = -0,30°$

Ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῶν φασμάτων εἶναι συνέπεια τῆς διαφορᾶς μάζης αὐτῶν. Ἡ διαφορά αὕτη προκαλεῖ τήν μετατόπισιν τῶν φασματικῶν γραμμῶν. Διαφοραί εἰς τό spin τοῦ πυρῆνος δύνανται νά προκαλέσουν τήν ἐμφάνισιν διαφορῶν εἰς τήν ὑπερλεπτήν ὑφήν τῶν φασματικῶν γραμμῶν. Ἐπίσης δέ κατά τήν μερικήν ἀντικατάστασιν ἀτόμων ὑπό τῶν ἰσοτόπων τούτων εἰς ἕν μόριον εἶναι δυνατόν νά ἐξαφανίσιν ὡρισμένων στοιχείων συμμετρίας, ὅτε προκύπτει εἴτε διάσπασις τῶν φασματικῶν γραμμῶν εἴτε ἐμφάνισις νέων γραμμῶν εἰς τό ὑπέρυθρον καί τά φάσματα Raman.

Ὁ ἀριθμός κυμάτων $\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$ τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου ὑπολογίζεται βάσει τῆς γνωστῆς σχέσεως

$$\bar{\nu} = R_\infty \frac{1}{1+\frac{m}{M}} Z^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \qquad (3.2\beta)$$

ἔνθα Z=1, $n_1$=2 (σειρά Balmer) $n_2$=3,4,5,6..., m=ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, M = ἡ μᾶζα τοῦ πυρῆνος καί

$$R_\infty = \frac{2\pi^2 me^4}{ch^3} = 109737,3 \text{ cm}^{-1} \qquad (3.3).$$

θέτοντες $$R = R_\infty \frac{1}{1+\frac{m}{M}} \qquad (3.4)$$

Ἡ σχέσις (3.2) γράφεται:

$$\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad (3.5).$$

Ἐκ τῆς (3.4) προκύπτει ὅτι ἡ τιμή R μεταβάλλεται μετά τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος. Κατά συνέπειαν αἱ φασματικαί γραμμαί δύο ἰσοτόπων, H καί D, θά διαφέρουν ἐλαφρῶς μεταξύ των. Φασματοσκοπικαί μετρήσεις ὑπό τοῦ Urey τοῦ τύπου τούτου ὡδήγησαν εἰς τήν ἀνακάλυψιν, ὑπ'αὐτοῦ, τοῦ δευτερίου. Εἶναι ἐνδιαφέρον νά τονισθῆ ὅτι ἡ ἔρευνα διά τήν ὕπαρξιν ἑνός βαρέος ἰσοτόπου τοῦ ὑδρογόνου προῆλθεν ἐκ τῆς παρατηρηθείσης διαφορᾶς εἰς τό μοριακόν βάρος τοῦ ὑδρογόνου μεταξύ χημικῶν καί φυσικῶν μεθόδων. Οὕτω μετρήσεις πυκνότητος τοῦ $H_2$ ἔδωσαν AB=1,00777 εἰς τήν χημικήν κλίμακα ἥτις ἀντιστοιχεῖ (Κεφ. 1) εἰς AB=1,00805 εἰς τήν φυσικήν κλίμακα. Διά φασματογράφου εὑρέθη AB = 1,00778 (φυσική κλῖμαξ). Ἡ διαφορά ἀπεδόθη εἰς τήν ὕπαρξιν ἐντός τοῦ φυσικοῦ ὑδρογόνου, ἑνός βαρυτέρου ἰσοτόπου μέ AB = 2. Ἵνα συμφωνήσουν αἱ τιμαί AB ἔπρεπε ἡ περιεκτικότης εἰς τό ἄγνωστον τοῦτο βαρύ ἰσότοπον τοῦ ὑδρογόνου νά εἶναι 1:4500. Μετά τήν ἀνακάλυψιν τοῦ D ὑπό τοῦ Urey, εὑρέθη ὅτι ἡ περιεκτικότης εἰς D τοῦ φυσικοῦ ὑδρογόνου εἶναι 1:6300.

Διά μίαν καί τήν αύτήν γραμμήν, ή σχέσις (3.2) δίδει:

$$\bar{\nu}_D = R_\infty \frac{1}{1+\frac{m}{M_D}} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \qquad (3,6)$$

καί

$$\bar{\nu}_H = R_\infty \frac{1}{1+\frac{m}{M_H}} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \qquad (3.7).$$

Ή σχετική μετατόπισις, κατά ταύτα, είναι:

$$\frac{\bar{\nu}_D - \bar{\nu}_H}{\bar{\nu}_D} = \frac{\frac{M_D}{M_D+m} - \frac{M}{M_H+m}}{\frac{M_D}{M_D+m}} = \frac{m(M_D-M_H)}{M_D(M_H+m)} \qquad (3.8).$$

Θέτοντες $\lambda = \frac{1}{\bar{\nu}}$ καί παραλείποντες τήν μάζαν τού ήλεκτρονίου έναντι τής μάζης τού πρωτονίου, ή (3.8) γράφεται:

$$\Delta\lambda = \lambda_D - \lambda_H = -\lambda_H \frac{m(M_D-M_H)}{M_D M_H} \qquad (3.9).$$

Δεδομένου ότι $M_H = 1,0031$, $M_D = 2,0147$ καί $\pi \approx \frac{1}{1840}$ προκύπτει

$$\Delta\lambda = -2,72.10^{-4}\,\lambda_H \qquad (3.10).$$

Ώς προκύπτει έκ τού πίνακος (3,2) αί ύπολογισθείσαι τιμαί συμφωνούν μετά τών πειραματικών τοιούτων.

Διά τά βαρύτερα στοιχεία ό όρος $1+\frac{m}{M}$ καθίσταται πρακτικώς ίσος πρός τήν μονάδα καί κατά συνέπειαν θά έπρεπε νά έξαφανισθή ή μετατόπισις. Έν τούτοις παρατηρείται μετατόπισις, άλλά δι' άλλον λόγον σχετιζόμενον μέ μίαν διαστολήν τού πυρήνος καί αύξανομένη μέ τήν μάζαν τούτου. Ή σχέσις (3.2) προϋποθέτει σημειακόν πυρήνα.

Ή άντικατάστασις ένός άτόμου δι' ένός ίσοτόπου αύτού

ΠΙΝΑΞ 3.2

Σύγκρισις φασμάτων Η καί D (μ.κ.εἰς Å)

| Γραμμαί | $H_\alpha$ | $H_\beta$ | $H_\gamma$ | $H_\delta$ |
|---|---|---|---|---|
| $\lambda_\mu$ | 6562,79 | 4861,33 | 4340,47 | 4101,74 |
| $-\Delta\lambda_{\pi\alpha\rho.}$ | 1,79 | 1,33 | 1,10 | 1,12 |
| $-\Delta\lambda_{\upsilon\pi o\lambda.}$ | 1,785 | 1,322 | 1,191 | 1,118 |

εἰς ἕν μόριον, προκαλεῖ μεταβολάς εἰς τήν συχνότητα δονήσεως αὐτοῦ, αἵτινες προέρχονται ἀπό τήν μεταβολήν τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος. Αἱ διαφοραί αὐταί εἰς τό φάσμα δονήσεως τῶν μορίων μετρῶνται καλῶς.

Ἡ ἐνέργεια δονήσεως ἑνός διατομικοῦ μορίου $M_2$, θεωρουμένου διά τήν ἁπλότητα ὡς ἁρμονικοῦ δονητοῦ, δίδεται ὑπό τῆς γνωστῆς σχέσεως

$$E = \left(\upsilon + \frac{1}{2}\right) h\nu_0 \qquad (3,11)$$

ἔνθα $\upsilon = 0, 1, 2, 3\ldots$ παριστᾷ τόν κβαντικόν ἀριθμόν δονήσεως εἰς τάς διαφόρους καταστάσεις καί $\nu_0$ = ἡ συχνότης ταλαντώσεως. Ἐπομένως ἡ $h\nu_0$ παριστᾷ τήν ἐνεργειακήν ἀπόστασιν μεταξύ τῶν σταθμῶν. Πρέπει νά τονισθῇ ὅτι ἀπόκλισις ἀπό τήν ἁρμονικήν δόνησιν παρατηρεῖται εἰς ὅλα τά μόρια, καὶ δίστανται δέ αὕτη μεγαλυτέρα μέ αὔξησιν τοῦ κβαντικοῦ ἀριθμοῦ δονήσεως $\upsilon$. Ἀλλά εἰς τήν περιγραφήν τῆς βασικῆς συχνότητος, ἡ παραμέλησις τῆς ἀναρμονικότητος τοῦ δονητοῦ δέν δημιουργεῖ σοβαράς ἀποκλίσεις, καθ' ὅσον ἡ σταθερά ἀναρμονικότητος εἶναι συνήθως τῆς τάξεως $10^{-2}$.

Διά $\upsilon = 0$ προκύπτει ἡ ἐνέργεια μηδενός.

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu_0 \qquad (3.12).$$

Ἡ συχνότης δονήσεως, $\nu_0$, δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \qquad (3.13)$$

ἔνθα k = σταθερά δυνάμεως καί μ= ἡ ἀνηγμένη μᾶζα

$$\mu = \frac{MM_0}{M+M_0} \qquad (3.14).$$

Δι'ἀντικαταστάσεως, εἰς τό μόριον $MM_0$, τοῦ ἀτόμου M διά τοῦ βαρυτέρου ἰσοτόπου αὐτοῦ $M_1$, προκύπτει ἐκ τῶν (3.13) καί (3.14).

$$\frac{\nu_0}{\nu_0'} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu}} \qquad (3.15).$$

Λύτη τιθεμένη εἰς τήν σχέσιν (3.12) δίδει

$$\frac{E_0}{E_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu}} \qquad (3.16).$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι τό βαρύτερον μόριον $(M_1M_0)$ ἔχει τήν μικροτέραν ἐνέργειαν δονήσεως.

Ἐπί παραδείγματι διά τό $H^{35}Cl$ καί $D^{35}Cl$ ἔχομεν M=1 $M_0$=35 καί $M_1$=2 καί $M_0$=35. Βάσει τῆς σχέσεως (3.14) προκύπτει

$$\mu = \frac{35}{36} \quad \text{καί} \quad \mu_1 = \frac{70}{37}$$

Ἄρα ἡ (3.16) δίδει $\frac{E_0}{E_1} = 1,39$

Διά τό $H_2$ $M=M_0=1$ καί $\mu = \frac{1}{2}$.

Διά τό $D_2$ $M=M_0=2$ καί $\mu=1$

Ἄρα ἐκ τῆς (3.16) εὑρίσκομεν

$$\frac{E_0}{E_1} = \sqrt{2} = 1,41$$

Διά τό $H^{35}Cl$ εὑρέθη ἀνωτέρω $\mu = \frac{35}{36}$.
Διά τό $H^{37}Cl$ , $M=1$, $M_0=37$ καί ἄρα $\mu_1 = \frac{37}{38}$.
Ἐκ τῆς (3.16) εὑρίσκομεν

$$\frac{E_0}{E_1} = 1,0007$$

Ἐνῶ δηλαδή, διά τά ἰσότοπα τοῦ $H_2$, ἡ ἐνέργεια μηδενός διαφέρει κατά 40% περίπου, διά τά ἰσότοπα τοῦ χλωρίου ἡ διαφορά εἶναι μόνον 0,07%. Ἐκ τούτου καθίσταται σαφές ὅτι ὁ διαχωρισμός τῶν ἰσοτόπων τοῦ χλωρίου εἶναι πολύ δυσκολώτερος τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν ἰσοτόπων τοῦ ὑδρογόνου.

Δεδομένου ὅτι πολλαί διαφοραί εἰς τάς φυσικοχημικάς ἰδιότητας ὀφείλονται εἰς διαφοράς εἰς τήν ἐνέργειαν μηδενός, εἶναι ὀρθότερον νά λαμβάνωμεν ἀντί τοῦ λόγου, τήν διαφοράν εἰς τήν ἐνέργειαν τοῦ μηδενός.

Οὕτως ἐφ' ὅσον διά τά δύο μόρια, $MM_0$ καί $M_1M_0$, εἶναι

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu_0 \qquad (3.17)$$

καί

$$E_1 = \frac{1}{2} h\nu_0^1$$

Οὕτοντες

$$\frac{\nu_0^1}{\nu_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_1}} = \rho \qquad (3.18)$$

καί

$$\nu_0^1 = \rho\nu_0 \qquad (3.19)$$

εὑρίσκομεν, βάσει τῶν σχέσεων (3.17),

$$E_1 - E_0 = \frac{1}{2} h\rho\nu_0 - \frac{1}{2} h\nu_0 = \frac{1}{2} h\nu_0(\rho-1)$$

Εἰς τόν πίνακα (3.3) δίδονται αἱ συχνότητες εἰς τήν βασικήν κατάστασιν, αἱ ἐνέργειαι μηδενός καί διαστάσεως διά μερικά μόρια, περιέχοντα διάφορα ἰσότοπα.

## ΠΙΝΑΞ 3.3.

### Βασική συχνότης, ἐνέργεια μηδενός καί ἐνέργεια διαστάσεως διατομικῶν μορίων.

| Μόριον | Βασική συχνότης $\bar{\nu}_0 = \nu_0/c$ εἰς $cm^{-1}$ | Ἐνέργεια μηδενός $E_0$ εἰς Kcal/Mole | Ἐνέργεια διαστάσεως $E_D$, εἰς Kcal/Mole |
|---|---|---|---|
| $H_2$ | 4405.3 | 6.212 | 103.26 |
| HD | 3817.1 | 5.390 | 104.08 |
| $D_2$ | 3118.8 | 4.411 | 105.06 |
| HT | 3608.4 | 5.073 | 104.38 |
| DT | 2845.6 | 4.030 | 105.44 |
| $T_2$ | 2553.8 | 3.603 | 105.86 |
| NaH | 1170.8 | 1.610 | 51.6 |
| NaD | 845.3 | 1.202 | 52.0 |
| $H^{35}Cl$ | 2989.0 | 4.236 | 102.1 |
| $D^{35}Cl$ | 2143.5 | 3.063 | 103.3 |
| $H^{37}Cl$ | 2987.5 | 4.234 | 102.1 |
| $D^{37}Cl$ | 2139.5 | 3.057 | 103.3 |
| HJ | 2309.5 | 3.274 | 71.6 |
| DJ | 1639.5 | 2.329 | 72.5 |

Δεδομένου ὅτι αἱ καμπύλαι τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας διὰ τὰ ἰσότοπα τοῦ αὐτοῦ στοιχείου, δύνανται νά θεωρηθοῦν περίπου ὡς αἱ αὐταί, ἕπεται ὅτι αἱ μεταβολαί εἰς τήν ἐνέργειαν διαστάσεως θά καθορίζωνται ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ἐνεργείας μηδενός, ἤτοι $-\Delta E_0 = \Delta E_D$. Ἡ συχνότης δίδεται εἰς τόν πίνακα τοῦτον εἰς $cm^{-1}$. Ἡ ἀντικατάστασις ἑνός ἀτόμου τοῦ μορίου δι' ἑνός βαρυτέρου ἰσοτόπου, ἐπηρεάζει ἐλάχιστα τό φάσμα τῶν ἠλεκτρονιακῶν μεταπτώσεων καί ὡς ἐκ τούτου αἱ μεταβολαί αὗται δύνανται νά παραμεληθοῦν. Ἰδιαιτέρως ὅμως ἐπηρεάζεται τό φάσμα δονήσεως τοῦ μορίου. Εἶναι ἐνδιαφέρον νά τονισθῇ ὅτι ὀλίγον μετά τήν ἀνακάλυψιν τοῦ δευτερίου, διεπιστώθη εἰς τό φάσμα τοῦ μορίου $H^{35}Cl$ καί εἰς ἀπόστασιν περίπου 810 $cm^{-1}$, ἓν δεύτερον σύστημα ταινιῶν ὀφειλόμενον εἰς τό $D^{35}Cl$.

'Εκ τῶν ἀποστάσεων τῶν γραμμῶν εὑρέθη ὅτι $\rho^2=0,51443$ ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς AB τοῦ δευτερίου 2,0144, ἐν συμφωνίᾳ μετά τῶν τιμῶν ἐκ τοῦ φασματογράφου τῶν μαζῶν. Τό φάσμα περιστροφῆς τοῦ μορίου ἐμφανίζει ὁμοίως διαφοράς, ἀλλά αὗται εἶναι σχετικῶς μικραί.

'Η ἐνέργεια περιστροφῆς ἑνός διατομικοῦ μορίου θεωρουμένου ὡς μή ἐλαστικοῦ περιστροφέως δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$E_r = \frac{h^2}{8\pi^2 I} J(J+1) \qquad (3.20)$$

ἔνθα J= ὁ κβαντικός ἀριθμός τῆς περιστροφῆς καί I=ἡ ροπή ἀδρανείας ὡς πρός ἄξονα κάθετον ἐπί τήν εὐθεῖαν μεταξύ τῶν ἀτόμων καί διερχόμενον διά τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ. 'Η ροπή ἀδρανείας εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀνηγμένης μάζης,

$$I = \mu R^2 \qquad (3.21)$$

ἔνθα R=ἡ σταθερά ἀπόστασις τῶν δύο ἀτόμων τοῦ μορίου. 'Επομένως διά δύο ἰσοτοπικά μόρια εὑρίσκομεν

$$\frac{E'_r}{E_r} = \frac{\mu}{\mu'} = \rho^2 \qquad (3.22).$$

'Εκ ταύτης προκύπτει εὐκόλως

$$\Delta\nu = \nu(\rho^2-1) \qquad (3.23).$$

'Εφ'ὅσον αἱ συχνότητες περιστροφῆς εἶναι πολύ μικρότεραι τῶν συχνοτήτων δονήσεως, ἕπεται ὅτι ἡ μετατόπισις εἰς τό φάσμα περιστροφῆς, λόγῳ ἰσοτοπικῆς ἀντικαταστάσεως, εἶναι λίαν μικρά καί μόνον μέ ἀκριβεῖς μετρήσεις δύναται νά διαπιστωθῇ.

Γενικῶς ἕν μῖγμα δύο ἰσοτοπικῶν μορίων δεικνύει ἕν σύνθετον φάσμα, ἐκ δύο φασμάτων ἀποτελούμενον, ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν ὁποίων καθορίζεται ἐκ τῶν μεταβολῶν εἰς

τήν ἐνέργειαν δονήσεως. Ἐκ τοιούτων φασμάτων διεπιστώθη ἀρχικῶς ἡ ὕπαρξις τῶν $^{13}C$, $^{15}N$ καί $^{18}O$.

## 3.5. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῆς χημικῆς ἰσορροπίας.

Αἱ θέσεις τῆς ἰσορροπίας τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων, ὡς καί αἱ ταχύτητες μεθ' ὧν αὗται δδεύουν, δεικνύουν μικράς συνήθως διαφοράς διά τά λαμβάνοντα μέρος εἰς τήν ἀντίδρασιν ἰσότοπα ἑνός καί τοῦ αὐτοῦ στοιχείου.

Ἡ ἐπίδρασις αὕτη τῆς ἰσοτοπικῆς συνθέσεως ἐπί τῆς σταθερᾶς τῆς χημικῆς ἰσορροπίας τῶν συνήθων χημικῶν ἀντιδράσεων, ὡς καί τῶν ἀντιδράσεων ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς, προέρχεται ἐν τελευταίᾳ ἀναλύσει ἐκ τῆς διαφορᾶς μάζης.

Ἡ σταθερά διαστάσεως τοῦ μορίου $D_2$ ἤ $T_2$ εἶναι διάφορος τῆς σταθερᾶς διαστάσεως, τοῦ $H_2$. Ὁμοίως, παρατηροῦνται, εἰς μικρότερον βαθμόν, διαφοραί καί εἰς ἄλλας ἰσορροπίας ὡς ἐπί παραδείγματι εἰς τάς ἰσορροπίας,

$$\begin{aligned}
&\alpha)\quad 2\,{}^{14}CH_4 \rightleftharpoons {}^{14}C_2H_2 + 3H_2\\
&\beta)\quad 2\,{}^{14}CD_4 \rightleftharpoons {}^{14}C_2D_2 + 3D_2\\
&\gamma)\quad 2\,{}^{12}CH_4 \rightleftharpoons {}^{12}C_2H_2 + 3H_2\\
&\delta)\quad 2\,{}^{12}CD_4 \rightleftharpoons {}^{12}C_2D_2 + 3D_2
\end{aligned} \qquad (3.24)$$

Διά τάς ἰσορροπίας ταύτας ἰσχύει

$$K_\alpha \neq K_\beta \neq K_\gamma \neq K_\delta \qquad (3.25)$$

ἀλλ' αἱ διαφοραί εἶναι μικραί, ἰδιαιτέρως μεταξύ $K_\alpha$ καί $K_\gamma$ ὡς καί $K_\beta$ καί $K_\delta$.

Ὡς ἀντιδράσεις ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς ὁρίζομεν τάς ἀντιδράσεις καθ' ἃς τά ἰσότοπα νουκλίδια ἀνταλλάσσουν θέσεις μεταξύ δύο ἤ περισσοτέρων μορίων, ὡς ἐπί παρα-

δείγματι ἡ ἀντίδρασις

$$A^*B + AC \rightleftharpoons AB + A^*C \qquad (3.26)$$

ἔνθα $A^*$ καί A εἶναι ἰσότοπα νουκλίδια ἀνταλλασσόμενα μεταξύ τῶν μορίων AB καί AC. Μία τοιαύτη ἀνακατανομή τῶν ἰσοτόπων ἀποτελεῖ μίαν πραγματικήν χημικήν ἀντίδρασιν ἥτις χαρακτηρίζεται ἀπό δεδομένην σταθεράν ταχύτητος καί σταθεράν ἰσορροπίας. Τήν ἰσορροπίαν ὀνομάζομεν ἰσορροπίαν ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς. Αἱ ἰσορροπίαι ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς διακρίνονται, κατά τά γνωστά, εἰς ὁμογενεῖς καί ἑτερογενεῖς ἰσορροπίας. Εἰς τήν ἰσορροπίαν (3.26) ἡ σταθερά αὐτῆς εἶναι

$$K = \frac{|A^*C| \cdot |AB|}{|AC| \cdot |A^*B|} \qquad (3.27)$$

Ἐάν τό χημικόν δυναμικόν τῶν ἰσοτοπικῶν μορίων ἦτο τό αὐτό, δέν θά ὑπῆρχεν ἰσοτοπική ἐπίδρασις καί ἡ σταθερά ἰσορροπίας θά εἶχε τήν τιμήν K=1, ἥτις καί ἀντιστοιχεῖ εἰς ὁμοιόμορφον κατανομήν. Ἐν τούτοις ἀνευρίσκομεν τιμάς τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας K, αἵτινες ἀποκλίνουν περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον τῆς μονάδος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι εἰς τήν θέσιν τῆς ἰσορροπίας δέν ἔχομεν ὁμοιόμορφον κατανομήν. Αἱ διαφοραί εἰς τήν τιμήν σταθερᾶς ἰσορροπίας εἰς τά ἐλαφρά στοιχεῖα, εἶναι, λόγῳ τῆς μεγάλης διαφορᾶς μάζης, ἀρκετά μεγάλαι, ὥστε νά χρησιμοποιῶνται αἱ ἰσορροπίαι αὗται διά τόν χημικόν διαχωρισμόν τῶν ἰσοτόπων.

Θεωρήσωμεν ἐπί παραδείγματι τήν ἑτερογενῆ ἰσορροπίαν τῆς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς

$$HDS_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons H_2S_{(g)} + HDO_{(\ell)} \qquad (3.27\alpha)$$

Ἡ σταθερά ἰσορροπία ταύτης

$$K=\frac{|H_2S|_g\cdot|HDO|_\ell}{|HDS|_g\cdot|H_2O|_\ell} \qquad (3.27)$$

εὑρέθη ὅτι εἶναι $K=2,34$ εἰς 25°C

καί $K=1,92$ εἰς 100°C

Ἐφ' ὅσον ἔχομεν $K>1$, εὐνοεῖται ἡ συγκέντρωσις τοῦ δευτερίου εἰς τό HDO ἤτοι παρατηρεῖται ἐμπλουτισμός τοῦ ὑγροῦ $H_2O$ εἰς δευτέριον. Ἐκ τῶν τιμῶν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας προκύπτει ὅτι αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Τοῦτο χρησιμοποιεῖται διά τόν ἐμπλουτισμόν τοῦ ὕδατος εἰς βαρύ ὕδωρ. Ἐκ τῆς σχέσεως (3.27) καί τῶν τιμῶν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας εἰς τάς δύο θερμοκρασίας, προκύπτει ὅτι ἡ περιεκτικότης τοῦ $HDS_{(g)}$ εἰς δευτέριον, κατά τήν ἰσορροπίαν μέ $H_2O_{(\ell)}$, εἶναι μικροτέρα εἰς 25°C ἤ εἰς 100°C. Ἐάν τό, εἰς θερμοκρασίαν 25°C πτωχόν εἰς δευτέριον, $HDS_{(g)}$ φέρωμεν εἰς τήν θερμοκρασίαν 100°C καί ἀφήσωμεν ν' ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία μετά νέου $H_2O_{(\ell)}$, τότε, βάσει τῆς σχέσεως (3.27) θά συμβῇ τό ἀντίθετον, ἤτοι τό $H_2O_{(\ell)}$ ὅπερ περιέχει, φυσικῶς, $D_2O$, θά δώσῃ δευτέριον εἰς τό πτωχόν εἰς δευτέριον $HDS_{(g)}$. ἤτοι τό $HDS_{(g)}$ εἰς τούς 100°C θά ἔχῃ τήν συγκέντρωσιν ἰσορροπίας τήν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς 100°C ἥτις εἶναι μεγαλυτέρα τῆς συγκεντρώσεως ἰσορροπίας τοῦ $HDS_{(g)}$ εἰς 25°C. Τό ἐμπλουτισθέν εἰς δευτέριον $HDS_{(g)}$ φέρομεν εἰς νέαν ἰσορροπίαν εἰς 25°C, ὅτε ἀποδίδεται δευτέριον καί οὕτως ἔχομεν νέον ἐμπλουτισμόν τοῦ ὕδατος εἰς βαρύ ὕδωρ κ.ο.κ. Δηλαδή τό ὑδρόθειον ἐργάζεται ὡς μεταφορεύς τοῦ δευτερίου ὅστις μεταφέρει τοῦτο ἀπό μίαν θερμήν δεξαμενήν ὕδατος εἰς τήν ψυχράν δεξαμενήν. Ἡ μέ-

θοδος αὕτη θέλει ἀναπτυχθῆ εἰς τό κεφάλαιον ἐπί τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν ἰσοτόπων (Μέθοδος θερμῆς - ψυχρᾶς δεξαμενῆς).

## 3.6. Συναρτήσεις κατανομῆς.

Κατά τήν θερμικήν ἰσορροπίαν τά διάφορα μόρια ἑνός καί τοῦ αὐτοῦ εἴδους κατέχουν διάφορον ἐνέργειαν $E_i$. Ἀλλά καί διά τήν αὐτήν ἐνέργειαν $E_i$, εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν διάφορον κατανομήν ταύτης ἐπί τῶν διαφόρων βαθμῶν ἐλευθερίας ἑνός μορίου ἤτις εἶναι διάφορος εἰς ἕτερα μόρια. Ἕν μέρος τῆς ἐνεργείας ταύτης εἶναι ὑπό μορφήν μεταφορικῆς ἐνεργείας $E_t$. Ἕν μόριον κατέχει τρεῖς βαθμούς μεταφορικῆς ἐνεργείας. Ἕν μέρος τῆς ἐνεργείας $E_i$ εἶναι ὑπό μορφήν ἐνεργείας δονήσεως $E_v$. Διατομικά μόρια κατέχουν ἕναν βαθμόν ἐλευθερίας δονήσεως. Διά μή εὐθύγραμμα μόρια ἐκ n ἀτόμων, ἔχομεν 3n-6 βαθμούς ἐλευθερίας δονήσεως καί διά εὐθύγραμμα μόρια 3n-5. Ἕκαστον μόριον, ἐν ἀερίῳ καταστάσει, δύναται νά ἔχῃ περιστροφικήν ἐνέργειαν $E_r$, μέ δύο βαθμούς ἐλευθερίας περιστροφῆς διά τά εὐθύγραμμα μόρια καί τρεῖς διά τά μή εὐθύγραμμα. Ἐπίσης τό μόριον περιέχει καί ἠλεκτρονικήν ἐνέργειαν $E_e$. Ἕν πολύ μικρόν μέρος τῆς $E_i$ ἀποτελεῖ ἡ ἐνέργεια λόγῳ spin τοῦ πυρῆνος $E_s$. Κατά συνέπειαν ἡ ἐνέργεια ἑνός μορίου δύναται νά θεωρηθῆ, κατά προσέγγισιν, ὡς ἀποτελουμένη ἐκ τῶν ἐνεργειῶν

$$E_i \approx E_t + E_r + E_v + E_e + E_s \qquad (3.28).$$

Ἡ ἐνέργεια $E_i$ ἀλλά καί ἡ κατανομή αὐτῆς, εἶναι διάφορος διά τά διάφορα μόρια. Εἰς τήν ἰσορροπίαν εὑρίσκονται, ἐκ

τοῦ συνολικοῦ ἀριθμοῦ N τῶν μορίων, εἰς ἑκάστην κατάστασιν $N_0, N_1, N_2 \ldots$ μόρια. Μερικαί ἐκ τῶν καταστάσεων τούτων μέ τήν αὐτήν ἐνέργειαν $E_i$, δύνανται νά πραγματοποιηθοῦν διά g διαφόρων τρόπων. Τό μέγεθος g ἀποτελεῖ τό στατιστικόν βάρος μιᾶς καταστάσεως μέ ἐνέργειαν $E_i$. Τοῦτο εἶναι 1 ὅταν ἡ κατάστασις αὕτη δύναται νά πραγματοποιηθῇ κατά ἕνα μόνον τρόπον.

Ἡ συνάρτησις κατανομῆς εἶναι

$$f = \sum g_i e^{-E_i/kT} \qquad (3.29)$$

ἔνθα τό ἄθροισμα περιλαμβάνει ὅλας τάς ἐνεργειακάς καταστάσεις τοῦ μορίου. Αὕτη ἐν συνδυασμῷ μέ τήν (3.28) δίδει

$$\begin{aligned} f &= \sum_i g_i e^{-(E_t+E_\tau+E_\nu+E_e+E_s)/kT} \\ &= \sum_i g_t e^{-E_t/kT} \sum_i g_\tau e^{-E_\tau/kT} \cdot \sum_i g_\nu e^{-E_\nu/kT} \cdot \sum_i g_e e^{-E_e/kT} \cdot \sum_i g_s e^{-E_s/kT} \\ &= f_t \cdot f_\tau \cdot f_\nu \cdot f_e \cdot f_s \qquad (3.30). \end{aligned}$$

Δηλαδή ἡ συνάρτησις κατανομῆς τοῦ μορίου f συνίσταται ἐκ τοῦ γινομένου τῶν συναρτήσεων κατανομῆς διά τήν μεταφορικήν, περιστροφικήν κλπ. κίνησιν. Ὁ προσδιορισμός συνεπῶς τῆς συναρτήσεως κατανομῆς τοῦ μορίου ἀνάγεται εἰς τόν προσδιορισμόν τῶν ἐπί μέρους τούτων συναρτήσεων. Ὡς ἐκ τούτου θά ἐξετασθοῦν αὗται κεχωρισμένως.

α) Συνάρτησις κατανομῆς μεταφορικῆς ἐνεργείας.

Κατά τήν κβαντικήν θεωρίαν ἡ μεταφορική ἐνέργεια σωματίου κινουμένου ἐλευθέρως ἐντός δοχείου διαστάσεων $a \times b \times c$ δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$E_t = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right) \qquad (3.31)$$

ἔνθα $n_x, n_y, n_z$ = ἀκέραιοι θετικοί ἀριθμοί οἵτινες δύνανται νά θεωρηθοῦν ὡς οἱ κβαντικοί ἀριθμοί διά τήν μεταφορικήν κίνησιν κατά τήν διεύθυνσιν x, y ἤ z, καί m = ἡ μάζα τοῦ σωματίου.

Ἄρα ἡ συνάρτησις κατανομῆς τῆς μεταφορικῆς κινήσεως γράφεται:

$$f_t = \sum_i g_t e^{-\varepsilon_t/KT} = \sum_i g_t \exp\left[-\frac{h^2}{8mKT}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right)\right] \qquad (3.32)$$

Τό στατιστικόν βάρος g ἑκάστης στάθμης εἶναι μονάς. Ἐφ' ὅσον αἱ στάθμαι τῆς μεταφορικῆς ἐνεργείας ἀπέχουν ἐλάχιστα ἡ μία τῆς ἄλλης, ἡ (3.32) δύναται νά γραφῇ.

$$f_t = \int_{n=0}^{n=\infty} \exp\left[-\frac{h^2}{8mKTa^2} n_x^2\right] dn_x \int_{n=0}^{n=\infty} \exp\left[-\frac{h^2}{8mKTb^2} n_y^2\right] dn_y \int_{n=0}^{n=\infty} \exp\left[-\frac{h^2}{8mKTc^2} n_z^2\right] dn_z \qquad (3.33)$$

ἔνθα $g_t = 1$

Ἕκαστον ὁλοκλήρωμα τῆς (3.33) εἶναι τῆς μορφῆς

$$\int_0^\infty e^{-\alpha^2 x^2} dx = \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\pi} \qquad (3.34)$$

καί οὕτω ἡ (3.33) γράφεται

$$f_t = \frac{a\sqrt{2mKT}\ \sqrt{\pi}}{h} \cdot \frac{b\sqrt{2mKT}\ \sqrt{\pi}}{h} \cdot \frac{c\sqrt{2mKT}\ \sqrt{\pi}}{h}$$

$$= \frac{(2\pi mKT)^{3/2}}{h^3} V \qquad (3.35)$$

ἔνθα $V = a \times b \times c$ = ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου.

Εἰς τήν σχέσιν (3.35) , τό μόνον μέγεθος ὅπερ ἐξαρτᾶται ἀπό τήν ἰσοτοπικήν σύνθεσιν εἶναι ἡ μᾶζα m τοῦ σωματίου.

β) Συνάρτησις κατανομῆς ἐνεργείας περιστροφῆς.

Ἡ ἐνέργεια περιστροφῆς δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$E_\tau = J(J+1)\frac{h^2}{8\pi^2 I} \qquad (3.36)$$

ἔνθα J = ὁ κβαντικός ἀριθμός τῆς ἐλευθέρας περιστροφῆς τοῦ μορίου καί I = $\mu R^2$ = ἡ ροπή ἀδρανείας. Τό στατιστικόν βάρος εἶναι

$$g_\tau = \frac{2J+1}{\sigma} \qquad (3.37)$$

(ἔνθα σ = ὁ ἀριθμός συμμετρίας) διότι δι'ἑκάστην τιμήν τοῦ J ὑπάρχουν 2J+1 διάφοροι καταστάσεις ἔχουσαι τήν αὐτήν ἐνέργειαν μεταξύ τῶν δύο ἀξόνων περιστροφῆς. Πέραν τούτου αἱ ἐπιτρεπόμεναι τιμαί τοῦ J ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ συμμετρίας σ. Οὗτος παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν ἰσοδυνάμων προσανατολισμῶν κατά τήν περιστροφήν κατά 360° πέριξ ἑκάστου ἄξονος συμμετρίας. Οὗτος ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων εἰς τό μόριον . Ἐπί παραδείγματι δι'ἕν διατομικόν ἑτεροπυρηνικόν μόριον σ=1. Δι'ἕν μόριον ἐκ δύο ὁμοίων ἀτόμων ἐμφανίζονται, κατά τήν περιστροφήν αὐτοῦ κατά 360°, δύο ἰσοδύναμοι προσανατολισμοί, ἤτοι σ=2.

Διά τήν ἁπλῆν περίπτωσιν ἁπλοῦ διατομικοῦ ἢ εὐθυγράμμου πολυατομικοῦ μορίου θεωρουμένου ὡς μή ἐλαστικοῦ περιστροφέως, ἡ συνάρτησις κατανομῆς τῆς περιστροφικῆς ἐνεργείας εἶναι

$$f_r = \sum_{J=0}^{\infty} \frac{2J+1}{\sigma} e^{-J(J+1)(h^2/8\pi^2 IKT)} \qquad (3.38)$$

Διά $T >> \theta_r$ ένθα $\theta_r = \frac{h^2}{8\pi^2 IK}$, ή (3.38) δι' έν διατομικόν μόριον δίδει:

$$f_r = \int_0^{\infty} \frac{2J+1}{\sigma} e^{-J(J+1)(h^2/8\pi^2 IKT)} dJ$$

$$= \frac{8\pi^2 IKT}{\sigma h^2} \qquad (3.39)$$

Ο αριθμός συμμετρίας $\sigma$ δι' εύθύγραμμα πολυατομικά μόρια έχοντα επίπεδον συμμετρίας (O=C=O) είναι 2 καί 1 διά τά μή έχοντα τοιοῦτον (N≡N=O).

Διά πολυατομικά μόρια, μέ κυρίας ροπάς άδρανείας $I_A, I_B, I_C$ άντίστοιχος άνάπτυξις δίδει

$$f_r = \frac{8\pi^2 (8\pi^3 I_A I_B I_C)^{1/2} (KT)^{3/2}}{\sigma h^3} \qquad (3.40)$$

Διά τό $H_2O$ $\sigma=2$, $NH_3$ $\sigma=3$, $CH_4$ $\sigma=12$ κλπ.

γ) Συνάρτησις κατανομῆς ἐνεργείας δονήσεως.

Η ένέργεια δονήσεως τοῦ μορίου δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως (3.11).

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right) hv \qquad (3.11)$$

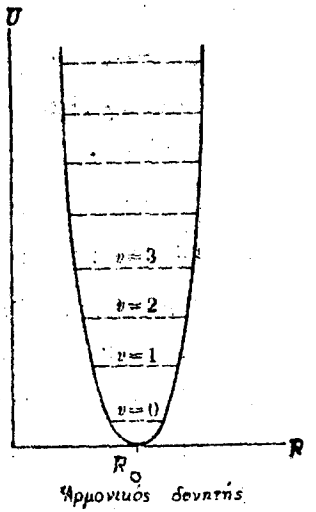
ένθα ή ένέργεια διά $v=0$ άντιστοιχεῖ εἰς τήν ένέργειαν μηδενός.

Η έξίσωσις αὕτη ἰσχύει διά μικρόν πλάτος δονήσεων δι' ἃς ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ Hooke, καθ' ὃν ή δυναμική ένέργεια εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς μετατοπίσεως

$$U = \frac{1}{2} K(R - R_o)^2 \qquad (3.41)$$

ἔνθα K = ἡ σταθερά δυνάμεως.

Τό διάγραμμα ἐπομένως τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι ἁπλῆ παραβολή, ὡς φαίνεται εἰς τό σχῆμα (3.2) καί ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὅτι ἡ διάσπασις τοῦ δεσμοῦ τοῦ μορίου θά λαμβάνῃ χώραν εἰς ἄπειρον τιμήν δυναμικῆς ἐνεργείας. Ἐφ' ὅσον ὅμως, ὡς γνωρίζομεν, ἡ διάσπασις αὐτη λαμβάνει χώραν εἰς πεπερασμένην τιμήν ἐνεργείας, πρέπει νά χρησιμοποιηθῇ ἑτέρα δυναμική συνάρτησις ἥτις, εἰς μικράς τιμάς δυναμικῆς ἐνεργείας, νά δύναται νά μεταπίπτῃ εἰς τόν νόμον τοῦ Hooke. Ἡ συνάρτησις ἥτις ἱκανοποιεῖ τάς ὡς ἄνω ἀπαιτήσεις εἶναι ἡ συνάρτησις Morse



Ἁρμονικός δονητής

Σχ. 3.2. Δυναμική συνάρτησις ἁρμονικοῦ δονητοῦ.

$$U=D(1-e^{-\beta(R-R_e)})^2 \qquad (3.42)$$

ἥτις διά $R \to \infty$ δίδει $U \to D$, ἔνθα D = ἡ ἐνέργεια διαστάσεως. Ἡ συνάρτησις αὐτη καταλήγει εἰς τόν νόμον τοῦ Hooke διά μικράς δονήσεις, ἤτοι

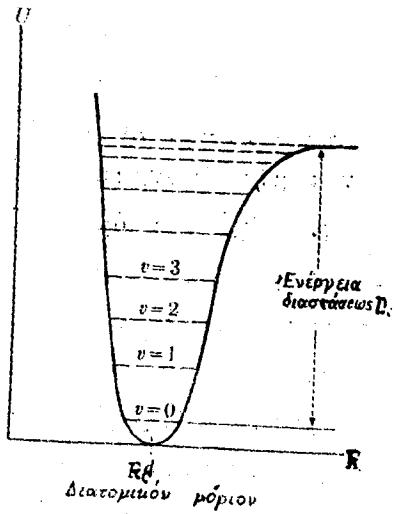
$$U=D(1-e^{-\beta(R-R_e)})^2=D[1-1+\beta(R-R_e)]^2$$

$$=D\beta^2(R-R_e)^2 \qquad (3.43)$$

Οὕτω καταλήγει αὐτη εἰς τήν σχέσιν (3.41) διά μικράς δονήσεις

$$\frac{1}{2}(2D\beta^2)(R-R_e)^2=\frac{1}{2}K(R-R_e)^2 \qquad (3.44).$$

Ἡ δυναμική συνάρτησις τοῦ Morse παρίσταται εἰς τό σχῆμα (3.3.). Παρατηροῦμεν ἐκ τοῦ σχήματος ὅτι διά μεγάλας τιμάς τοῦ κβαντικοῦ ἀριθμοῦ δονήσεως υ, αἱ ἀποστάσεις τῶν διαφόρων σταθμῶν ἐνεργείας δονήσεως ἐλαττοῦνται καί καταλήγουν τελικῶς εἰς συνεχές φάσμα ἀντιστοιχοῦν εἰς τήν μεταφορικήν ἐνέργειαν τῶν θραυσμάτων τοῦ διασπασθέντος δεσμοῦ. Ἡ ἐνέργεια διαστάσεως τοῦ μορίου ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν ἀπόστασιν $D_0$.




Σχ. 3.3. Δυναμική συνάρτησις διατομικοῦ μορίου.

Ἡ συνάρτησις κατανομῆς τῆς ἐνεργείας δονήσεως ἁρμονικοῦ δονητοῦ δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$f_v = \sum_{v=0}^{v=v^*} e^{-(v+\frac{1}{2})h\nu/\kappa T} \qquad (3.45)$$

ἔνθα $v^*$= ἡ τελευταία ἐνεργειακή στάθμη δονήσεως κάτωθεν τῆς διαστάσεως.

Ἡ σχέσις (3.45) γράφεται.

$$f_v = e^{-\frac{1}{2}(h\nu/\kappa T)} \sum_{v=0}^{v=v^*} e^{-vh\nu/\kappa T} \qquad (3.46).$$

Ἀλλά $$\sum_{v=0}^{v=v^*} e^{-vh\nu/\kappa T} = 1+e^{-h\nu/\kappa T}+e^{-2h\nu/\kappa T}+e^{-3h\nu/\kappa T}+\ldots \quad (3.47)$$

ἥτις ἀποτελεῖ γεωμετρικήν σειράν τῆς μορφῆς

$$S=\alpha+\alpha\tau+\alpha\tau^2+\alpha\tau^3\ldots \qquad (3.48)$$

τό ἄθροισμα τῆς ὁποίας εἶναι:

$$S = \frac{\alpha}{1-\tau} \qquad (3.49).$$

Συγκρίνοντες τάς σχέσεις (3.49), (3.48) μέ τήν (3.47) εὑρίσκομεν $\alpha=1$ καί $\tau=e^{-h\nu/KT}$ καί συνεπῶς ἡ (3.47) γράφεται:

$$\sum_{v=0}^{v=v^M} e^{-vh\nu/KT} = f_v^0 = \frac{1}{1-e^{-h\nu/KT}} \qquad (3.50).$$

Ἐπομένως

$$f_v = e^{-\frac{1}{2}h\nu/KT} \frac{1}{1-e^{-h\nu/KT}}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}h\nu/KT} \cdot f_v^0 \qquad (3.51).$$

Εἰς τήν περίπτωσιν πολυατομικῶν μορίων, χρησιμοποιεῖται τό πρότυπον τῶν ἀνεξαρτήτων ἁρμονικῶν δονητῶν, ὅτε δι' ἕν τοιοῦτον σύστημα, ὅπερ ἔχει $3n-5$ ἤ $3n-6$ βαθμούς ἐλευθερίας, ἔχομεν $3n-5$ ἤ $3n-6$ δονητάς καί συνεπῶς

$$f_v^0 = \prod_{i=1}^{i=3n-5(6)} \left(1-e^{-h\nu_i/KT}\right)^{-1} \qquad (3.52).$$

δ) Συνάρτησις κατανομῆς ἠλεκτρονιακῆς ἐνεργείας

Λύτη δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$f_e = \sum_e g_e e^{-E_{el}/KT} \qquad (3.53)$$

ἔνθα τό ἄθροισμα ἀναφέρεται εἰς ὅλας τάς ἐπιτρεπομένας τιμάς τῶν ἠλεκτρονιακῶν σταθμῶν. Ἐπειδή αἱ ἠλεκτρονιακαί στάθμαι ἐνεργείας κεῖνται ἀρκετά ὑπεράνω τῆς βασικῆς τοιαύτης, ἔπεται ὅτι εἰς τάς συνήθεις θερμοκρασίας δέν ἔχομεν ἠλεκτρονιακάς διεγέρσεις ($e^{-E_{el}/KT} \longrightarrow 1$) καί ὡς ἐκ τούτου ἡ (3.53) καθίσταται

$$f_e = \sum_e g_e = g_{el} \qquad (3.54).$$

Εἰς τήν προσέγγισιν ταύτην ὑπάρχουν βεβαίως ἐξαιρέσεις. Διά τά μόρια ἅτινα ἔχουν πολλαπλῆν βασικήν κατάστασιν, ὡς NO, $O_2$, ρίζαι κλπ. ἡ συνάρτησις κατανομῆς πρέπει νά τροποποιηθῇ καθ' ὅσον ἡ πολλαπλῆ βασική κατάστασις τροποποιεῖ ἀντιστοίχως καί τήν συνάρτησιν κατανομῆς τῆς ἐνεργείας περιστροφῆς.

ε) Συνάρτησις κατανομῆς spin πυρῆνος:

Ἡ συνάρτησις αὕτη παρίσταται ὑπό τῆς σχέσεως

$$f_S = \sum_i g_S e^{-E_S/KT}$$
$$= \sum_i (2I+1) e^{-E_S/KT} \qquad (3.55)$$

ἔνθα I = ὁ κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin τοῦ πυρῆνος. Τό στατιστικόν βάρος διά τά διατομικά ἑτεροπυρηνικά μόρια εἶναι $g_S = g_\alpha g_\beta$ καί $g_S = g^2$ διά τά ὁμοιοπυρηνικά τοιαῦτα. Ἐάν ἡ ἐνέργεια $E_S$ θεωρηθῇ ὡς μηδέν εἰς τήν βασικήν κατάστασιν, $E_S = 0$, τότε ἡ σχέσις (3.55) γράφεται

$$f_S = \sum_i g_S \qquad (3.56)$$

3.7. Ὑπολογισμός σταθερᾶς ἰσορροπίας.

Ὁ θεωρητικός ὑπολογισμός τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας μιᾶς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς ἔχει ἰδιαίτερον πρακτικόν ἐνδιαφέρον, καθ' ὅσον ἐπιτρέπει τήν καλυτέραν ἐκλογήν τῆς χρησιμοποιηθησομένης μεθόδου διαχωρισμοῦ ὡς καί τήν προβλεψιν τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς μεθόδου. Ὁ ὑπολογισμός οὗτος ἐκ τῶν συναρτήσεων κατανομῆς, ἁπλοποιεῖται ἐν μέρει, διότι εἷς ἀριθμός ὑπεισερχομένων παραμέτρων ἐκπίπτει, δεδομένου ὅτι αὗται, κατά τήν ἀντικατάστασιν δι' ἑτέρου ἰσοτόπου, πρακτικῶς δέν μεταβάλλονται. Κατά συνέ-

πειαν χρησιμοποιοῦνται μόνον αἱ παράμετροι αἱ σχετιζόμεναι μέ μεταβολάς μάζης καί τῶν ἐξ αὐτῆς ἐξαρτωμένων μεγεθῶν, ὡς ἡ ροπή ἀδρανείας, ἡ συχνότης δονήσεως, ἡ ἐνέργεια μηδενός.

Ἐφ'ὅσον $$f = \sum_i g_i e^{-E_i/KT}$$
$$= g_0 e^{-E_0/KT} + g_1 e^{-E_1/KT} + g_2 e^{-E_2/KT} + \dots . \quad (3.57)$$

ἄρα $$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_V = \frac{E_0}{KT^2} g_0 e^{-E_0/KT} + \frac{E_1}{KT^2} g_1 e^{-E_1/KT} + \frac{E_2}{KT^2} g_2 e^{-E_1/KT}$$

ἤ $$KT^2 \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_V = g_0 E_0 e^{-E_0/KT} + g_1 E_1 e^{-E_1/KT} + g_2 E_2 e^{-E_2/KT} + \quad (3.58)$$

Ἐάν E=ἡ πραγματική ἐσωτερική ἐνέργεια N μορίων καί $E_0$= ἡ ἐσωτερική ἐνέργεια τούτων ὅταν ὅλα τά μόρια εὑρίσκονται εἰς τήν κατωτάτην στάθμην, θά ἔχωμεν:

$$E - E_0 = N_0 E_0 + N_1 E_1 + N_2 E_2 + \dots = \frac{N}{f}\left(g_0 E_0 e^{-E_0/KT} + g_1 E_1 e^{-E_1/KT} + \dots\right) \quad (3.59)$$

καθ'ὅσον $N_i = \frac{N_0}{g_0} g_i e^{-E_i/KT} = \frac{N}{f} g_i e^{-E_i/KT}$

Εἶναι προφανές ὅτι βάσει τῆς (3.58) ἐφ'ὅσον ὁ ἀριθμός N ἀναφέρεται εἰς 1 mole, ἡ ἐξίσωσις (3.59) δύναται νά γραφῆ:

$$E - E_0 = \frac{NKT^2}{f}\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_V = RT^2 \left(\frac{\partial \ln f}{\partial T}\right)_V \quad (3.60)$$

Ὁμοίως ἔχομεν $$S = R \ln\left(\frac{f}{N}\right) + RT\left(\frac{\partial \ln f}{\partial T}\right)_V + R \quad (3.61)$$

Ἐφ'ὅσον $$G = E - TS + pV \quad (3.62)$$

ἄρα $$G = E_0 + RT^2\left(\frac{\partial \ln f}{\partial T}\right)_V - RT \ln\left(\frac{f}{N}\right) - RT^2\left(\frac{\partial \ln f}{\partial T}\right)_V - RT + PV$$
$$= E_0 - RT \ln \frac{f}{N} \quad (3.63)$$

Διά τόν ὑπολογισμόν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας πρέπει νά ἀναφερώμεθα εἰς τάς καταστάσεις ἀναφορᾶς.

Εἰς τήν κατάστασιν ἀναφορᾶς θά ἔχωμεν ἀντιστοίχως

$$G^0 = E_0^0 - RT \ln \frac{f^0}{N} \qquad (3.64)$$

καί ἄρα διά τήν ἀντίδρασιν $A \rightleftarrows B$

$$\Delta G^0 = \Delta E_0^0 - RT \ln \frac{(f^0/N)_{\pi\rho}}{(f^0/N)_{\alpha\nu\tau}} \qquad (3.65).$$

Δεδομένου ὅτι $\Delta G^0 = -RT \ln K$ ἕπεται

$$K = \frac{(f^0/N)_{\pi\rho}}{(f^0/N)_{\alpha\nu\tau}} e^{-\Delta E_0^0/RT} \qquad (3.66).$$

Πρέπει νά σημειωθῇ ὅτι ἡ φύσις τῆς καταστάσεως ἀναφορᾶς δέν καθωρίσθη. Ἐάν ἐπιλεγῇ ὡς κατάστασις ἀναφορᾶς ἡ κατάστασις τοῦ ἰδανικοῦ ἀερίου ὑπό p=1 ατμ., τότε K=Kp, καί ἡ συνάρτησις κατανομῆς τῆς μεταφορικῆς κινήσεως, ἥτις καί μόνον ἐπηρεάζεται, ἀναφέρεται εἰς πίεσιν 1 ατμ. Ἐάν θεωρήσωμεν ἕν mole ἰδανικοῦ ἀερίου εἰς τήν κατάστασιν ἀναφορᾶς (p=1 ατμ.), τότε

$$V = \frac{RT}{p} = RT \qquad (3.67)$$

καί ἡ ἐξίσωσις (3.35) καθίσταται

$$f_t = \frac{(2\pi mKT)^{3/2}}{h^3} V$$

$$= \frac{(2\pi mKT)^{3/2}}{h^3} RT \qquad (3.68).$$

Αἱ ἕτεραι συναρτήσεις κατανομῆς δέν ἐπηρεάζονται ἐκ τῆς ἐκλογῆς τῆς καταστάσεως ἀναφορᾶς.

Θεωρήσωμεν ἤδη τήν ἰσορροπίαν τῆς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς.

$$A^*B + AC \rightleftarrows AB + A^*C \qquad (3.69).$$

Ἡ σταθερά ἰσορροπίας K, κατά τήν σχέσιν (3.66) εἶναι

$$K = \frac{f_{(AB)} \cdot f_{(A^*C)}}{f_{(A^*B)} \cdot f_{(AC)}} e^{-\Delta E_0/RT} \qquad (3.70)$$

ἔνθα ἐτέθη $f = f^c$ καί $\Delta E_c = \Delta E_c^0$ χάριν ἁπλότητος. Ἡ $\Delta E_c$ = ἡ διαφορά ἐνεργείας μηδενός κατά mole.

Αἱ συναρτήσεις κατανομῆς ἀντικαθιστοῦν τάς συγκεντρώσεις ἤ ἐνεργότητας τῆς κλασσικῆς θερμοδυναμικῆς. Ἐκ τῆς προηγουμένης σχέσεως (3.70) προκύπτει ὅτι εἰς τόν ὑπολογισμόν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ὑπεισέρχεται ὁ λόγος τῶν συναρτήσεων κατανομῆς τῶν ἰσοτοπικῶν μορίων καί ὡς ἐκ τούτου εἶναι δυναταί ἁπλοποιήσεις εἰς τάς συναρτήσεις κατανομῆς. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (3.30), ἑκάστη συνάρτησις κατανομῆς εἶναι τό γινόμενον ὅλων τῶν παραγόντων ἐκείνων οἵτινες καθορίζουν τήν ἐνεργειακήν κατάστασιν τοῦ μορίου, ἤτοι

$$\sum_i g_i e^{-E_i/KT} = f = f_t \cdot f_r \cdot f_v \cdot f_e \cdot f_s \qquad (3.30)$$

Ἐπομένως διά τόν ὑπολογισμόν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς, εἶναι ἀπαράίτητον νά χρησιμοποιήσωμεν τάς τιμάς τῶν f τῆς ἐξισώσεως (3.70). Αἱ τιμαί αὗται δίδονται ἐκ φασματοσκοπικῶν μετρήσεων, τουλάχιστον διά τά ἐλαφρά ἰσοτοπικά μόρια. Συγκρίνοντες, διά τήν ἁπλότητα, δύο ἰσοτοπικά μόρια, παρατηροῦμεν ὅτι αἱ σχέσεις πράγματι ἁπλοποιοῦνται σοβαρῶς. Οὕτω παριστάνοντες διά $f'$ καί $f$ τάς συναρτήσεις κατανομῆς τῶν δύο τούτων ἰσοτοπικῶν μορίων, ἔχομεν

$$\frac{f}{f'} = \frac{f_t \cdot f_r \cdot f_v \cdot f_e \cdot f_s}{f_t' \cdot f_r' \cdot f_v' \cdot f_e' \cdot f_s'} \qquad (3.71)$$

Αἱ συναρτήσεις κατανομῆς $f_e'$ καί $f_s'$ εἶναι πρακτικῶς αἱ αὐταί μέ τάς $f_e$ καί $f_s$ καί ἐπομένως ἡ (3.71) γράφεται:

$$\frac{f}{f'} = \frac{f_t \cdot f_r \cdot f_v}{f_t' \cdot f_r' \cdot f_v'} \qquad (3.72)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν ταύτην τάς τιμάς τῶν ἐξισώσεων (3.35), (3.39) καί (3.51) λαμβάνομεν

$$\frac{f}{f'}=\frac{\sigma'}{\sigma}\left(\frac{M}{M'}\right)^{3/2}\left(\frac{I}{I'}\right)\frac{e^{-v/2}}{1-e^{-v}}\,\frac{1-e^{-v'}}{e^{-v'/2}} \qquad (3.73)$$

ἔνθα $M', M$= τά μοριακά βάρη καί $v'=\frac{hv'}{KT}$, $v=\frac{hv}{KT}$. Διά μή εὐθύγραμμα πολυατομικά μόρια, ἡ ἐξίσωσις (3.72), βάσει τῆς σχέσεως (3.40) δύναται νά γραφῆ

$$\frac{f}{f'}=\frac{\sigma'}{\sigma}\left(\frac{M}{M'}\right)^{3/2}\left(\frac{ABC}{A'B'C'}\right)^{1/2}\Pi\left(\frac{e^{-v/2}}{1-e^{-v}}\cdot\frac{1-e^{-v'}}{e^{-v'/2}}\right) \qquad (3.74)$$

ἔνθα $A,B,C,\ A',B',C' = I_A, I_B, I_C,\ I'_A, I'_B, I'_C$ αἱ κύριαι ροπαί ἀδρανείας.

Ἡ συνάρτησις κατανομῆς τῆς ἐνεργείας δονήσεως ἐκφράζεται διά τοῦ γινομένου $\Pi\left(\frac{1}{1-e^{-v}}\right)$ ὅλων τῶν κανονικῶν δονήσεων τοῦ μορίου $(3n-6)$. Ἐκ τῶν σχέσεων τούτων καί τῆς (3.20), προκύπτει ὅτι διά τόν ὑπολογισμόν τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς διατομικῶν μορίων, ἀπαιτεῖται ἡ μᾶζα καί αἱ συχνότητες τῶν ἀνταλλασσομένων ἰσοτοπικῶν μορίων αἴτινες, ὡς ἀνεφέρθη παρέχονται ἐκ φασματοσκοπικῶν δεδομένων. Ἀλλ' εἰς τήν περίπτωσιν πολυατομικῶν μορίων, τοιοῦτος ὑπολογισμός εἶναι δύσκολος καθ' ὅσον ἀπαιτεῖται ἡ γνῶσις τῆς δομῆς τοῦ μορίου. Αἱ δυσκολίαι αὗται, αἴτινες σχετίζονται μέ τήν ἔλλειψιν πειραματικῶν τιμῶν τῶν ροπῶν ἀδρανείας τῶν ἰσοτοπικῶν μορίων, δύνανται νά ἀρθοῦν, ἐν μέρει, διά τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ κανόνος Teller καί Redlich, κατά τόν ὁποῖον

$$\left(\frac{M}{M'}\right)^{3/2}\left(\frac{ABC}{A'B'C'}\right)^{1/2}=\Pi\left(\frac{v}{v'}\right) \qquad (3.75)$$

Βάσει τοῦ κανόνος τούτου, ἡ ἐξίσωσις (3.74) δύναται νά γραφῆ

$$\frac{f}{f'}=\frac{\sigma'}{\sigma}\,\Pi\left(\frac{v}{v'}\,\frac{e^{-v/2}}{1-e^{-v}}\cdot\frac{1-e^{-v'}}{e^{-v'/2}}\right) \qquad (3.76)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης προκύπτει ὅτι: ὁ λόγος τῶν συναρτήσεων κατανομῆς (καί ἄρα ἡ σταθερά ἰσορροπίας) ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ἀριθμῶν συμμετρίας καί τῶν υ-συναρτήσεων, ἤτοι τῆς ἐνεργείας μηδενός $\left(\upsilon=\frac{h\nu}{KT}=\frac{2E_0}{KT}\right)$.
Διά μίαν περαιτέρω ἁπλοποίησιν τῆς σχέσεως (3.75) ἐκινούμεν ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ συχνότης δονήσεως (ἐπομένως καί ἡ διαφορά ἐνεργείας υ) αὐξάνεται μέ ἐλάττωσιν τῆς μάζης (ἐξίσ. 3.13). Ἐπομένως δυνάμεθα νά γράφωμεν

$$\nu' = \nu + \Delta\nu$$
$$\text{καί} \qquad \upsilon' = \upsilon + \Delta\upsilon \qquad (3.77)$$

ἔνθα ν', υ' ἀναφέρονται εἰς τό ἐλαφρότερον ἰσοτοπικόν μόριον καί ν, υ εἰς τό βαρύτερον, εἶναι δέ πάντοτε

$$\Delta\nu > 0 \quad \text{καί} \quad \Delta\upsilon > 0$$

Δι' ὅλα τά μόρια, ἐκτός τοῦ ὑδρογόνου, αἱ σχετικαί μεταβολαί $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ καί $\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}$ εἶναι λίαν μικραί, ἰσχύει δέ $\Delta\upsilon \ll 1$. (τό $\Delta\upsilon$ εἶναι τῆς τάξεως 0,001–0,01).

Ἀντικαθιστῶντες τήν (3.77) εἰς τήν ἐξίσωσιν (3.76) εὑρίσκομεν:

$$\frac{f}{f'} = \frac{\sigma'}{\sigma} \prod \left( \frac{\upsilon}{\upsilon+\Delta\upsilon} e^{\frac{\Delta\upsilon}{2}} \frac{1-e^{-(\upsilon+\Delta\upsilon)}}{1-e^{-\upsilon}} \right) \qquad (3.78)$$

Ἀλλά

$$\frac{\upsilon}{\upsilon+\Delta\upsilon} = \frac{1}{1+\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}} \qquad (3.79)$$

Ἡ ἐξίσωσις (3.79) παριστᾶ γεωμετρικήν σειράν τῆς μορφῆς

$$\frac{1}{1+\delta} = 1-\delta+\delta^2-\delta^3\ldots \qquad (3.80)$$

ἔνθα $\delta = \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}$

Δεδομένου ὅτι $\delta \ll 1$, δυνάμεθα νά παραλείψωμεν τούς ἑπομένους, τῶν δύο πρώτων, ὅρους καί οὕτως ἔχομεν:

$$\frac{1}{1+\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}} = 1-\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon} \qquad (3.81).$$

Ἡ συνάρτησις $e^x$ δύναται νά γραφῇ ὡς σειρά

$$e^x = 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\ldots \qquad (3.82).$$

Ἐφ' ὅσον $x=\frac{\Delta\upsilon}{2} \ll 1$, ἡ $e^{\frac{\Delta\upsilon}{2}}$ γράφεται:

$$e^{\frac{\Delta\upsilon}{2}} = 1+\frac{\Delta\upsilon}{2} \qquad (3.83).$$

Ὁμοίως ὁ λόγος $\frac{1-e^{-(\upsilon+\Delta\upsilon)}}{1-e^{-\upsilon}}$ διά πολλαπλασιασμοῦ καί διαιρέσεως ἐπί $e^{\upsilon}$ καθίσταται:

$$\frac{1-e^{-(\upsilon+\Delta\upsilon)}e^{\upsilon}}{1-e^{-\upsilon}\cdot e^{\upsilon}} = \frac{e^{\upsilon}-e^{-\Delta\upsilon}}{e^{\upsilon}-1} \qquad (3.84).$$

Δεδομένου ὅτι $e^{-x} = 1-\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}\ldots$ (3.85)

ἕπεται ὅτι $e^{-\Delta\upsilon} = 1-\Delta\upsilon+\frac{(\Delta\upsilon)^2}{2!}-\ldots$ (3.86).

Ἐπειδή ὅμως $\Delta\upsilon \ll 1$, ἕπεται:

$$e^{-\Delta\upsilon} = 1-\Delta\upsilon \qquad (3.87).$$

Ἄρα ἡ (3.84) γράφεται:

$$\frac{e^{\upsilon}-1+\Delta\upsilon}{e^{\upsilon}-1} = 1+\frac{\Delta\upsilon}{e^{\upsilon}-1} \qquad (3.88).$$

Διά πολλαπλασιασμοῦ τῶν (3.81) (3.83) καί (3.88) εὑρίσκομεν διά τόν παράγοντα τῆς ἐξισώσεως (3.78)

$$\Gamma=\Pi\left(\frac{\upsilon}{\upsilon+\Delta\upsilon}\,e^{\frac{\Delta\upsilon}{2}}\,\frac{1-e^{-(\upsilon+\Delta\upsilon)}}{1-e^{-\upsilon}}\right)$$

$$=\Pi\left(1-\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}\right)\left(1+\frac{\Delta\upsilon}{2}\right)\left(1+\frac{\Delta\upsilon}{e^{\upsilon}-1}\right) \qquad (3.89).$$

'Επομένως:

$$\ln\Gamma=\Sigma\left[\ln\left(1-\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}\right)+\ln\left(1+\frac{\Delta\upsilon}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{\Delta\upsilon}{e^{\upsilon}-1}\right)\right] \qquad (3.90).$$

'Εφ'όσον $\Delta\upsilon$=μικρόν, ἡ (3.90) γράφεται

$$\ln\Gamma=\Sigma\left(-\frac{\Delta\upsilon}{\upsilon}+\frac{\Delta\upsilon}{2}+\frac{\Delta\upsilon}{e^{\upsilon}-1}\right)$$

$$=\Sigma\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\upsilon}+\frac{1}{e^{\upsilon}-1}\right)\Delta\upsilon$$

$$=\Sigma\,G(\upsilon)\,\Delta\upsilon \qquad (3.91).$$

ἔνθα $G(\upsilon)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\upsilon}+\frac{1}{e^{\upsilon}-1}$

Συνεπῶς $\Gamma=e^{\Sigma G(\upsilon)\Delta\upsilon}\approx 1+\Sigma G(\upsilon)\,\Delta\upsilon$ (3.92)

Βάσει τῶν ἀνωτέρω ἡ (3.76) γράφεται

$$\frac{f}{f'}=\frac{\sigma}{\sigma'}\,e^{\Sigma G(\upsilon)\Delta\upsilon} \qquad (3.93)$$

ἤ

$$\frac{f'}{f}=\frac{\sigma'}{\sigma}\,e^{-\Sigma G(\upsilon)\Delta\upsilon} \qquad (3.94$$

Αἱ τιμαί $G(\upsilon)$ δίδονται εἰς πίνακας (Bigeleisen and Mayer, 1947) καί κεῖνται μεταξύ $0(\upsilon=0)$ καί $0,5(\upsilon=\infty)$. Δι'αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας, $\upsilon\to 0$, ἡ τιμή τοῦ ἐκθετικοῦ παράγοντος εἰς τήν σχέσιν (3.94) τείνει πρός τήν μονάδα. "Αρα, εἰς ἐπαρκῶς ὑψηλήν θερμοκρασίαν

$$\frac{f'}{f}=\frac{\sigma}{\sigma'} \qquad (3.95).$$

'Επομένως ἡ σταθερά ἰσορροπίας λαμβάνει ἓξ ἴαν ὁριακήν

τιμήν καθοριζομένην ἀπό τούς ἀριθμούς συμμετρίας καί ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τήν στατιστικήν κατανομήν τοῦ ἰσοτόπου μεταξύ τῶν μορίων τοῦ συστήματος. Ἐπομένως ἡ σταθερά ἰσορροπίας (3.70) κατόπιν τῶν ἀνωτέρω δύναται νά γραφῆ:

$$K_o = \frac{f_{AB}}{f_{(A^*B)}} : \frac{f_{(AC)}}{f_{(A^*C)}} e^{-\Delta E_o/RT}$$

$$= \left(\frac{f'}{f}\right)_{AB} : \left(\frac{f'}{f}\right)_{AC}$$

$$= \left(\frac{\sigma}{\sigma'}\right)_{AB} : \left(\frac{\sigma}{\sigma'}\right)_{AC} \qquad (3.96)$$

Διά τήν ὁριακήν τιμήν $K=K_o$, ἡ ἀντίδρασις τῆς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς δέν ὁδηγεῖ εἰς διαχωρισμόν τῶν ἰσοτόπων. Οἱ ἀριθμοί συμμετρίας καθορίζουν μόνον τήν διάφορον κατανομήν τοῦ ἰσοτόπου ἐπί μορίων διαφόρου συμμετρίας. Ὡς μέτρον διά τήν δυνατότητα διαχωρισμοῦ εἰς μίαν ἀντίδρασιν ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς, δύναται νά χρησιμοποιηθῆ ὁ λόγος $K/K_c$. Παράδειγματα: α) Θεωρήσωμεν τήν ἰσορροπίαν ἐν ἀερίῳ φάσει,

$$H_2 + D_2 \rightleftarrows 2HD \qquad (3.96\alpha)$$

Ἡ σταθερά ἰσορροπίας ταύτης, κατά τά προηγούμενως ἐκτεθέντα, εἶναι

$$K = \frac{f^2_{(HD)}}{f_{(H_2)} \cdot f_{(D_2)}} e^{-\Delta E_o/KT}$$

$$= \frac{f^2_{t(HD)}}{f_{t(H_2)} f_{t(D_2)}} \cdot \frac{f^2_{\tau(HD)}}{f_{\tau(H_2)} f_{\tau(D_2)}} \cdot \frac{f^2_{\upsilon(HD)}}{f_{\upsilon(H_2)} f_{\upsilon(D_2)}} \cdot \frac{f^2_{e(HD)}}{f_{e(H_2)} f_{e(D_2)}} \cdot \frac{f^2_{s(HD)}}{f_{s(H_2)} f_{s(D_2)}} e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.97)$$

ἔνθα $f_\upsilon = f^c_\upsilon = \frac{1}{1-e^{-\frac{h\nu}{KT}}}$ καί $\Delta E_o = 2E_{o(HD)} - E_{o(H_2)} - E_{o(D_2)}$ κατά μόριον.

Ἡ σχέσις (3.35), ἀναφερομένη εἰς τήν ἐνέργειαν μεταφορᾶς, δίδει

$$\frac{f^2_{(HD)}}{f_{(H_2)}\cdot f_{(D_2)}}(tr)=\left(\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}\,m_D^{1/2}}\right)^3 \qquad (3.98)$$

ἔνθα $m_H$ καί $m_D$= αἱ μάζαι τοῦ $H_2$ καί $D_2$. Ἡ μάζα τοῦ HD= $\frac{m_H+m_D}{2}$.

Ἡ ἐξίσωσις (3.39) δίδει

$$\frac{f^2_{HD}}{f_{(H_2)}\cdot f_{(D_2)}}(rot)=\frac{I^2_{(HD)}}{I_{(H_2)}\cdot I_{(D_2)}}\cdot\frac{\sigma_{(H_2)}\cdot\sigma_{(D_2)}}{\sigma^2_{HD}} \qquad (3.99)$$

Ἡ μορφή τῆς δονητικῆς συναρτήσεως κατανομῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Γενικῶς εἰς τάς συνήθεις θερμοκρασίας ἰσχύει $h\nu \gg KT$ ὅτε ἡ (3.50) δίδει $\frac{1}{1-e^{-h\nu/KT}}=1$, εἰς δέ τάς ὑψηλάς θερμοκρασίας $KT \gg h\nu$ ὅτε

$$\frac{1}{1-e^{-h\nu/KT}}\approx\frac{1}{1-1+\frac{h\nu}{KT}}=\frac{KT}{h\nu}$$

Ἐπομένως ἔχομεν:

$$\frac{f^2_{(HD)}}{f_{(H_2)}\cdot f_{(D_2)}}(vibr.)=1 \text{ διά } h\nu \gg KT \qquad (3.100)$$

καί $$\frac{f^2_{(HD)}}{f_{(H_2)}\cdot f_{(D_2)}}(vibr)=\frac{V_{(H_2)}\cdot V_{(D_2)}}{V^2_{(D_2)}} \text{ διά } KT \gg h\nu \qquad (3.101).$$

Ἐπίσης $\frac{f^2_{e(HD)}}{f_{e(H_2)}\cdot f_{(D_2)}}=1$ ὡς καί $\frac{f^2_{s(HD)}}{f_{s(H_2)}\cdot f_{s(D_2)}}=\frac{(g_H\,g_D)^2}{g^2_H\,g^2_D}=1$ (3.102)

καθ' ὅσον αἱ ἠλεκτρονιακαί καταστάσεις ὡς καί τοῦ spin εἶναι καί διά τά τρία εἴδη αἱ αὐταί.

Ἡ σχέσις ἐπομένως (3.97), βάσει τῶν ἐξισώσεων (3.98) (3.99) (3.100) (3.101) καί (3.102), καθίσταται

$$K=\left(\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}m_D^{1/2}}\right)^3\frac{\sigma_{(H_2)}\cdot\sigma_{(D_2)}}{\sigma^2_{(HD)}}\cdot\frac{I^2_{(HD)}}{I_{(H_2)}\cdot I_{(D_2)}}\cdot e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.103)$$

ἤ $$K=\left(\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}m_D^{1/2}}\right)^3\cdot\frac{\sigma_{(H_2)}\cdot\sigma_{(D_2)}}{\sigma^2_{(HD)}}\cdot\frac{I^2_{(HD)}}{I_{(H_2)}\cdot I_{(D_2)}}\cdot\frac{\nu_{(H_2)}\cdot\nu_{(D_2)}}{\nu^2_{(HD)}}e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.104).$$

Οἱ ἀριθμοί συμμετρίας εἶναι 2 διά τό $H_2$ καί τό $D_2$ καί 1 διά τό HD.

Ἐάν τάς μεταξύ τῶν ἀτόμων τοῦ μορίου δυνάμεις καί ἀποστάσεις θεωρήσωμεν ἀνεξαρτήτους τῆς μάζης, τότε βάσει τῶν ἐξισώσεων (3.13) καί (3.20) δυνάμεθα νά ἐκφράσωμεν τάς συχνότητας καί τάς ροπάς ἀδρανείας συναρτήσει τῆς μάζης: Ἤτοι

$$\frac{I^2_{(HD)}}{I_{(H_2)}\cdot I_{(D_2)}}=\frac{\mu^2_{(HD)}}{\mu_{(H_2)}\cdot\mu_{(D_2)}}=\left(\frac{2m_H^{1/2}\cdot m_D^{1/2}}{m_H+m_D}\right)^2 \qquad (3.105)$$

καί $$\frac{\nu_{H_2}\cdot\nu_{D_2}}{\nu^2_{HD}}=\frac{\mu_{HD}}{\sqrt{\mu_{H_2}}\sqrt{\mu_{D_2}}}=\frac{2m_H^{1/2}\,m_D^{1/2}}{m_H+m_D} \qquad (3.106)$$

Ἑπομένως ἡ (3.103) βάσει τῆς (3.105) καί τῶν ἀριθμῶν συμμετρίας τροποποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$K=4\left(\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}m_D^{1/2}}\right)e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.107).$$

Ὁμοίως ἡ (3.104) καθίσταται, βάσει τῶν (3.105) καί (3.106)

$$K=4e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.108).$$

Ἀλλά $$\Delta E_o=2E_{o(HD)}-E_{o(H_2)}-E_{o(D_2)}$$

$$=\frac{1}{2}h(2\nu_{HD}-\nu_{H_2}-\nu_{D_2}) \qquad (3.109)$$

ἤτις βάσει τῆς σχέσεως (3.13) καθίσταται

$$\Delta E_o=h\nu_{HD}\left[1-\frac{\frac{1}{2}\left(m_H^{1/2}+m_D^{1/2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\,m_H+\frac{1}{2}\,m_D\right)^{1/2}}\right] \qquad (3.110).$$

'Επομένως αί (3.107) καί (3.108) δύνανται νά γραφοῦν

$$K=4\left(\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}m_D}\right)\exp\left\{-\frac{h\nu_{HD}}{KT}\left[1-\frac{\frac{1}{2}\left(m_H^{1/2}+m_D^{1/2}\right)}{\left(\frac{1}{2}m_H+\frac{1}{2}m_D\right)^{1/2}}\right]\right\}$$

διά $KT \ll h\nu$ (3.111)

καί

$$K=4\exp\left\{-\frac{h\nu_{HD}}{KT}\left[1-\frac{\frac{1}{2}\left(m_H^{1/2}+m_D^{1/2}\right)}{\left(\frac{1}{2}m_H+\frac{1}{2}m_D\right)^{1/2}}\right]\right\}$$

διά $KT \gg h\nu$ (3.112).

Θέτοντες εἰς τάς (3.111) καί (3.112) τάς τιμάς $\frac{m_H+m_D}{2m_H^{1/2}m_D^{1/2}}=1,06$ καί $\nu_{HD}=3770\ cm^{-1}$ καταλήγομεν εἰς σχέσιν

$$K = 4\cdot 1,06.e^{-78/T} \qquad (3.113)$$

ἥτις συμφωνεῖ μέ τάς πειραματικῶς εὑρισκομένας τιμάς Κ λίαν ἱκανοποιητικῶς.

'Ο πίναξ (3.4) δίδει μερικάς τιμάς τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ταύτης.

'Εκ τοῦ πίνακος προκύπτει ὅτι εἰς 195°Κ (-78°C), ἤτοι εἰς χαμηλάς θερμοκρασίας, δέον νά ληφθῇ ὑπ'ὄψιν ὅτι ἡ περιστροφή δέν εἶναι πλέον κλασσική. 'Η ἀπόκλισις εἶναι 3% περίπου. 'Ακριβής ὑπολογισμός δίδει διά τήν θερμοκρασίαν 195°Κ, Κ = 2,37. Οὕτως ἡ διαφορά ἐλαττοῦται εἰς τό 1,8%.

ΠΙΝΑΞ 3.4

Τιμαί σταθερᾶς ἰσορροπίας $K=\frac{f_{HD}^2}{f_{H_2}f_{D_2}}$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Θερμοκρασία, °Κ | 195 | 273 | 298 | 383 | 543 | 670 | 741 |
| Κ, πειραματική | 2,92 | 3,24 | 3,28 | 3,50 | 3,65 | 3,8 | 3,7 |
| Κ ὑπολογιζομένη ἐκ τῆς σχέσεως (3.113). | 2,84 | 3,18 | 3,26 | 3,46 | 3,67 | 3,77 | 3,81 |

Παράδειγμα β. Ἰσορροπία

$$DCl_{(g)} + H_{2(g)} \rightleftharpoons HCl_{(g)} + HD_{(g)} \qquad (3.114).$$

Ἡ σταθερά ἰσορροπίας τῆς ἰσοτοπικῆς ταύτης ἀνταλλαγῆς εἶναι:

$$K = \frac{f_{HCl}}{f_{DCl}} \cdot \frac{f_{HD}}{f_{H_2}} e^{-\Delta E_o/KT} \qquad (3.115).$$

Βάσει τῆς ἐξισώσεως (3.76), αὕτη γράφεται

$$K = \frac{f_{HCl}}{f_{DCl}} \frac{f_{HD}}{f_{H_2}} e^{-\Delta E_o/KT}$$

$$= \frac{\sigma_{DCl} \cdot \sigma_{H_2}}{\sigma_{HCl} \cdot \sigma_{HD}} \cdot \frac{\upsilon_{HCl} \cdot \upsilon_{HD}}{\upsilon_{DCl} \cdot \upsilon_{H_2}} e^{-(\upsilon_{HCl} + \upsilon_{HD} - \upsilon_{DCl} - \upsilon_{H_2})/2T} F(\upsilon) \qquad (3.116)$$

ἔνθα

$$F(\upsilon) = \frac{(1-e^{-\upsilon_{DCl}}) \cdot (1-e^{-\upsilon_{H_2}})}{(1-e^{-\upsilon_{HCl}}) \cdot (1-e^{-\upsilon_{HD}})} \qquad (3.117).$$

Ὁ πίναξ (3.5) περιέχει τάς τιμάς υ καί σ. Ἀντικαθιστῶντες τάς τιμάς ταύτας εἰς τήν σχέσιν (3.116), εὑρίσκομεν:

$$K = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 1} \cdot \frac{4298 \cdot 5489}{3082 \cdot 6349} e^{-(4298 + 5489 - 3082 - 6349)/2T} F(\upsilon)$$

$$= 2,417\ e^{178/T} F_{(\upsilon)} \qquad (3.118).$$

ΠΙΝΑΞ 3.5

Μοριακαί σταθεραί.

| | $H_2$ | HD | $D_2$ | HCl | DCl |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 2,016 | 3,023 | 4,029 | 35,99 | 37,00 |
| μ | 0,504 | 0,669 | 1,007 | 0,981 | 1,901 |
| $\bar{\upsilon}_o$ | 4405,3 | 3817,1 | 3118,8 | 2989,0 | 2143,5 |
| υT | 6349 | 5489 | 4485 | 4298 | 3082 |
| σ | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |

Δυνάμεθα νά παραλείψωμεν τό F(υ) καθ'ὅσον διαφέρει ὀλίγον τῆς μονάδος. Αἱ ὑπολογισθεῖσαι τιμαί τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ταύτης καί αἱ εὑρεθεῖσαι φασματοσκοπικῶς συμπίπτουν ἱκανοποιητικώτατα.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| T | 390 | 599 | 876 | 944 |
| $K_{\text{ὑπολ.}}$ | 1,531 | 1,779 | 1,930 | 1,950 |
| $K_{\text{μετρ.}}$ | 1,45 | 1,73 | 1,93 | 1,94 |

Παρατηροῦμεν ὅτι μέ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας ἡ τιμή τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας τείνει πρός τήν τιμήν $K \longrightarrow K_0=2$, ὡς καθορίζεται ἀπό τούς ἀριθμούς συμμετρίας.

Ὁ πίναξ (3.6) δίδει μερικάς ὑπολογισθείσας καί εὑρεθείσας πειραματικῶς τιμάς τῶν σταθερῶν ἰσορροπίας. Ἡ σύμπτωσις μεταξύ τῶν δύο εἶναι ἱκανοποιητική. Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου προκύπτουν αἱ ἑξῆς γενικαί παρατηρήσεις: α) Ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας ἐλαττοῦται μέ αὔξησιν τῆς μάζης. β) Ἐάν ἡ ἰσοτοπική ἀνταλλαγή περιλαμβάνῃ δύο ἰσότοπα εἰς διάφορον κατάστασιν σθένους, τό βαρύτερον ἰσότοπον τείνει νά συγκεντρωθῇ εἰς τήν ἕνωσιν μέ τό μεγαλύτερον σθένος π.χ. $^{37}ClO_3^- + {}^{35}ClO_4^- \rightleftharpoons {}^{35}ClO_3^- + {}^{37}ClO_4^-$. γ) Ἐάν ἡ ἰσοτοπική ἀνταλλαγή περιλαμβάνῃ κατανομήν μεταξύ ὑγρᾶς καί ἀερίου φάσεως, τότε τό βαρύτερον ἰσότοπον τείνει νά συγκεντρωθῇ, συνήθως, εἰς τήν ὑγράν φάσιν. Π.χ. Εἰς τήν ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν

$$HD_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons HDO_{(\ell)} + H_{2(g)} \qquad (3.119)$$

τό δευτέριον συγκεντροῦται εἰς τό $H_2O$. Ὁμοίως εἰς τήν ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν

# ΠΙΝΑΞ 3.6

## Σταθεραί ἰσορροπίας ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς.

| Ἀντιδράσεις ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς | Θερμοκρασία εἰς °C. | $K_{πειρ.}$ | $K_{θεωρ.}$ |
|---|---|---|---|
| $H_2 + D_2 \rightleftharpoons 2\,HD$ | 25 | 3,28 | 3,33 |
| $H_2 + T_2 \rightleftharpoons 2\,HT$ | 25 | 2,5 – 2,9 | 2,56 |
| $H_2O_{(g.)} + D_2O_{(g.)} \rightleftharpoons 2\,HDO_{(g.)}$ | 25 | — | 3,27 |
| $H_2O_{(g.)} + T_2O_{(g.)} \rightleftharpoons 2\,HTO_{(g.)}$ | 25 | — | 3,42 |
| $HD_{(g.)} + H_2O_{(g.)} \rightleftharpoons HDO_{(g.)} + H_{2(g.)}$ | 25 | 3,2 | 3,57 |
| $HT_{(g.)} + H_2O_{(g.)} \rightleftharpoons HTO_{(g.)} + H_{2(g.)}$ | 25 | 6,26 | 6,19 |
| $H_{2(g.)} + DCl_{(g.)} \rightleftharpoons HCl_{(g.)} + HD_{(g.)}$ | 17 | 1,45 | 1,53 |
| $PH_2D_{(g.)} + H_2O_{(g.)} \rightleftharpoons PH_{3(g.)} + HDO_{(g.)}$ | 25 | 1,52 | 1,46 |
| $^{12}CO_2 + {}^{13}CO \rightleftharpoons {}^{13}CO_2 + {}^{12}CO$ | 25 | — | 1,086 |
| $^{12}CO_{3(aq.)}^{2-} + {}^{13}CO_{2(g.)} \rightleftharpoons {}^{13}CO_{3(aq.)}^{2-} + {}^{12}CO_{2(g.)}$ | 0 | 1,017 | 1,016 |
| $^{12}CO_{3(aq.)}^{2-} + {}^{14}CO_{2(g.)} \rightleftharpoons {}^{14}CO_{3(aq.)}^{2-} + {}^{12}CO_{2(g.)}$ | 0 | | 1,024 |
| $H^{12}CN_{(g.)} + {}^{13}CN_{(aq.)}^{-} \rightleftharpoons H^{13}CN_{(g.)} + {}^{12}CN_{(aq.)}^{-}$ | 18 | 1,026 | 1,030 |
| $^{15}NH_{3(g.)} + {}^{14}NH_{4(aq.)}^{+} \rightleftharpoons {}^{14}NH_{3(g.)} + {}^{15}NH_{4(aq.)}^{+}$ | 25 | 1,034 | 1,035 |
| $^{15}NO_2 + {}^{14}NO_3^{-} \rightleftharpoons {}^{14}NO_2 + {}^{15}NO_3^{-}$ | 25 | | 1,09 |
| $\frac{1}{2}C^{16}O_2 + H_2{}^{18}O_{(aq.)} \rightleftharpoons \frac{1}{2}C^{18}O_2 + H_2{}^{16}O_{(aq.)}$ | 0 | 1,046 | 1,044 |
| $^{34}SO_{2(g.)} + H^{32}SO_{3(aq.)}^{-} \rightleftharpoons {}^{32}SO_{2(g.)} + H^{34}SO_3^{-}$ | 25 | | 1,019 |
| $^{36}SO_{2(g.)} + H^{32}SO_{3(aq.)}^{-} \rightleftharpoons {}^{32}SO_{2(g.)} + H^{36}SO_3^{-}$ | 25 | 1,043 | 1,039 |
| $^{37}ClO_4^{-} + {}^{35}ClO_3^{-} \rightleftharpoons {}^{35}ClO_4^{-} + {}^{37}ClO_3^{-}$ | 25 | | 1,035 |
| $^{35}Cl^{37}Cl_{(g.)} + {}^{35}ClO_{3(aq.)}^{-} \rightleftharpoons {}^{35}Cl^{35}Cl_{(g.)} + {}^{37}ClO_3^{-}$ | 25 | — | 1,077 |
| $^{79}Br^{81}Br + {}^{79}BrO_3^{-} \rightleftharpoons {}^{79}Br^{79}Br + {}^{81}BrO_3^{-}$ | 25 | | 1,007 |
| $^{127}J^{129}J + {}^{127}IO_3^{-} \rightleftharpoons {}^{127}J^{127}J + {}^{129}IO_3^{-}$ | 25 | — | 1,0028 |
| $^{127}J^{131}J + {}^{127}IO_3^{-} \rightleftharpoons {}^{127}J^{127}J + {}^{131}IO_3^{-}$ | 25 | | 1,005 |

$$^{15}NH_{3(g)} + {}^{14}NH^{+}_{4(aq)} \rightleftarrows {}^{14}NH_{3(g)} + {}^{15}NH^{+}_{4(aq)} \qquad (3.120)$$

τό βαρύτερον ἰσότοπον $^{15}N$ συγκεντροῦται εἰς τήν ὑγράν φάσιν.

Ἀλλ' εἰς τήν ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν

$$H\,{}^{12}CN_{(s)} + {}^{13}CN^{-}_{(aq)} \rightleftarrows H\,{}^{13}CN_{(s)} + {}^{12}CN^{-}_{(aq)}$$

τό βαρύτερον ἰσότοπον συγκεντροῦται εἰς τήν ἀέριον φάσιν. Διεπιστώθη ἐπίσης ὅτι κατά τήν κρυστάλλωσιν ἐνύδρων ἁλάτων $Na_2SO_4.10H_2O$, $Na_2CO_3.10H_2O$, $CaSO_4.2H_2O$ κλπ. οἱ κρύσταλλοι περιέχουν ὀλιγώτερον $^{18}O$ ἀπό τόν διαλύτην.

## 3.8. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῆς ταχύτητος τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων.

Ἡ ταχύτης μέ τήν ὁποίαν ὁδεύει μία χημική ἀντίδρασις πρός τήν ἰσορροπίαν, δέν εἶναι ἀκριβῶς ἡ ἰδία διά τά ἰσοτοπικά μόρια. Τά ἰσοτοπικά μόρια ἀντιδροῦν, γενικῶς, μέ διάφορον ταχύτητα λόγῳ διαφορῶν εἰς τήν ἐνέργειαν ἐνεργοποιήσεως. Πέραν τούτου, ἡ συχνότης συγκρούσεων εἶναι μικροτέρα διά τά βαρύτερα ἰσοτοπικά μόρια, ὅπερ ἐπηρεάζει τήν σταθεράν ταχύτητος. Ὅλα τά στοιχεῖα, ἐκτός τοῦ ὑδρογόνου, δεικνύουν μικράν κινητικήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν καί ὡς ἐκ τούτου διά τόν καθορισμόν ταύτης πρέπει τό λάθος μετρήσεως εἰς τήν σταθεράν ταχύτητος νά εἶναι σοβαρῶς μικρότερον ἀπό τήν ἐξεταζομένην ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν. Εἰς τήν περίπτωσιν τῆς ἰσορροπίας, βεβαίως, ἡ ταχύτης ἀντιδράσεως ὡς καί ὁ μηχανισμός ἀντιδράσεως οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει. Ἡ ταχύτης ἀνταλλαγῆς ἠλεκτρονίων $Fe(II) \rightleftarrows Fe(III)$ ἐλαττοῦται

κατά τόν παράγοντα 2, όταν ὁ διαλύτης $H_2O$ ἀντικατασταθῆ ὑπό $D_2O$. Τοῦτο ὑποδηλοῖ τήν ἐπίδρασιν τήν ὁποίαν δύνανται νά ἔχουν τά μόρια τοῦ διαλύτου ἐπί τοῦ μηχανισμοῦ τῆς ἀντιδράσεως.

Ἡ θεωρία τῆς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως βασίζεται ἐπί τῆς θεωρίας τῆς μεταβατικῆς καταστάσεως καί ὡς ἐκ τούτου καί πολύπλοκος εἶναι ἀλλά καί μή ἀπολύτως ἱκανοποιητική. Ἀλλά, ἐφ' ὅσον προσδιορίζεται ὁ λόγος τῶν σταθερῶν ταχύτητος τῶν ἰσοτοπικῶν μορίων καί ὄχι ἡ πραγματική τιμή αὐτῶν, παριστᾷ τήν καλλιτέραν ἴσως ἐφαρμογήν τῆς θεωρίας τῆς μεταβατικῆς καταστάσεως.

Ἡ σταθερά ταχύτητος μιᾶς χημικῆς ἀντιδράσεως δίδεται ὑπό τῆς γενικῆς ἐξισώσεως

$$K = Ae^{-E/RT} = Z.Pe^{-E/RT} \qquad (3.120\alpha)$$

ἔνθα E=ἐνέργεια ἐνεργοποιήσεως καί A=παράγων συχνότητος, Z = ἀριθμός συγκρούσεως κατά sec καί P=παράγων πιθανότητος ἤ στερητικός παράγων = κλάσμα τῶν ἐνεργῶν συγκρούσεων. Δι' ἀντικαταστάσεως μορίου τινος δι' ἑνός ἰσοτοπικοῦ μορίου μεταβάλλονται καί τά τρία μεγέθη, κατά διάφορον ὅμως τρόπον.

Τό γεγονός τοῦτο καθιστᾷ δύσκολον τήν μελέτην τῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως. Ὁ ἀριθμός τῶν συγκρούσεων, εἰς τήν μονάδα τῆς συγκεντρώσεως, δύο εἰδῶν μορίων A, B, παρέχεται ὑπό τῆς κινητικῆς θεφρίας τῶν ἀερίων διά τῆς σχέσεως:

$$Z = (\sigma_{AB})^2\sqrt{\frac{8\pi RT}{\mu}} \qquad (3.120\beta)$$

ἔνθα $\mu = \frac{A.B}{A+B}$ = ἀνηγμένη μᾶζα, καί $\sigma_{AB} = (\sigma_A + \sigma_B)/2$.
$\sigma_A, \sigma_B$ = αἱ μοριακαί διάμετροι τῶν A καί B μορίων.

Ἐάν τό μόριον Α ἀντικατασταθῇ ἀπό ἕν ἰσοτοπικόν μόριον Α*, τότε ἡ σχέσις (3.120β) δύναται νά γραφῇ

$$Z^* = (\sigma^*_{AB})^2 \sqrt{\frac{8\pi RT}{\mu^*}} \qquad (3.121)$$

Ὑποθέτοντες τήν αὐτήν διάμετρον διά τά δύο μόρια Α, Α* βάσει τῶν (3.121) καί (3.120β), καταλήγομεν

$$\frac{Z^*}{Z} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu^*}} \qquad (3.122)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὅτι τό μόριον μέ τήν μεγαλυτέραν μᾶζαν ὑφίσταται μικρότερον ἀριθμόν συγκρούσεων.

Εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἣν ἔχομεν $H_2$ καί $D_2$ προκύπτει:

$$\frac{Z_{H_2}}{Z_{D_2}} = \sqrt{2} = 1,41 \qquad (3.123)$$

Θεωροῦντες ὅτι $P_{H_2} = P_{D_2}$ ἤτοι, ὅτι εἶναι ἀνεξάρτητα τῆς μάζης, ἡ ἐξίσωσις (3.120α) γράφεται

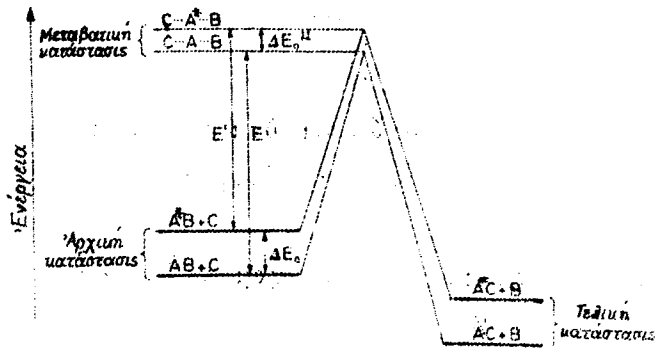
$$\frac{K_H}{K_D} = 1,41\, e^{-(E_H - E_D)/RT}$$
$$= 1,41\, e^{-\Delta E/RT} \qquad (3.124)$$

Ἐάν ἀμφότερα τά μόρια εἶναι μεγάλου βάρους, ὅτε ἡ ἀντικατάστασις ἑνός ἰσοτοπικοῦ μορίου δι' ἄλλου μικράν μόνον ἐπίδρασιν ἔχει ἐπί τῆς μάζης, θά ἔχωμεν $Z^*/Z \approx 1$. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἡ (3.124) δίδει:

$$\frac{K}{K^*} = e^{-(E - E^*)/RT} \qquad (3.125)$$

Ἐκ τῶν δύο ἐξισώσεων (3.124) καί (3.125), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις συνδέεται

κατά κύριον λόγον μέ διαφοράς εἰς τήν ἐνέργειαν ἐνεργοποιήσεως. Ἡ ἐνέργεια ἐνεργοποιήσεως εἶναι ἴση πρός τήν διαφοράν ἐνεργείας τῶν δύο ἐνεργειακῶν καταστάσεων, μεταβατικῆς καί τῆς ἀρχικῆς τοιαύτης. Τοῦτο παρίσταται εἰς τό σχῆμα (3.4).




Σχ. 3.4. Βασική καί μεταβατική κατάστασις διά τάς ἀντιδράσεις
AB+C ⟶ AC+B
A*B+C ⟶ A*C+B

Αἱ βασικαί ἀρχικαί καταστάσεις AB+C καί A*B+C διαφέρουν μεταξύ των κατά $\Delta E_0$, ἤτοι, κατά τήν διαφοράν τῆς ἐνεργείας μηδενός τῶν δύο μορίων AB καί A*B. (Ἐνταῦθα δέν λαμβάνεται ὑπ'ὄψιν ἡ ἀναρμονικότης τῶν δονήσεων). Διά τήν περίπτωσιν π.χ. $AB=D_2$ καί $A^*B=H_2$, ἡ $\Delta E_0$ εὑρίσκεται, βάσει τῆς ἐξισώσεως (3.18).

$$\Delta E_0 = \frac{1}{2} h\nu_0 (1-\rho)$$

$$= E_0 (1-\rho)$$

$$= 1,438\ \bar{\nu}_0 (1-\rho)$$

$$= 1,438.4405,3\left(1-\frac{1}{1,41}\right)$$

$$= 1,85 \text{ Kcal/mole} \qquad (3,126).$$

Εἰς τάς σχέσεις ταύτας $E_0=\frac{1}{2}h\nu_0=\frac{1}{2}h\bar{\nu}_0 c=1,438\bar{\nu}_0$, ἔνθα $\bar{\nu}_0$=εἰς $cm^{-1}$.

Ἡ $E_0$ μετατράπη ἀπό erg εἰς cal/mole.

Παρατηροῦμεν ὅτι τό βαρύτερον μόριον ἔχει μικροτέραν συχνότητα δονήσεως καί κατά συνέπειαν μικροτέραν ἐνέργειαν μηδενός. Τό μέγεθος $\Delta E_0^{\#}$, ἀντιστοιχοῦν εἰς τά ἐνεργά σύμπλοκα τῆς μεταβατικῆς καταστάσεως, θά ἠδύνατο νά προσδιορισθῇ ἐάν ἦτο γνωστή ἡ δομή αὐτοῦ. Τοῦτο δημιουργεῖ καί τήν μεγαλυτέραν δυσκολίαν εἰς τόν ὑπολογισμόν τῆς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως. Δεδομένου ὅμως ὅτι, γενικῶς, οἱ δεσμοί εἰς τό ἐνεργόν σύμπλοκον εἶναι πλέον χαλαροί, ἤτοι ἡ σταθερά δυνάμεως Κ τῆς ἐξισώσεως (3.13) εἶναι μικροτέρα, ἕπεται ὅτι καί ἡ συχνότης δονήσεως εἶναι μικροτέρα καί κατά συνέπειαν καί ἡ διαφορά τῆς ἐνεργείας μηδενός εἰς τήν μεταβατικήν κατάστασιν (A...B...C) καί (A*...B...C) $\Delta E_0^{\#}$ θά εἶναι μικροτέρα. Ἑπομένως

$$\Delta E_0 > \Delta E_0^{\#} \qquad (3,127).$$

Ἡ διαφορά τῆς ἐνεργείας ἐνεργοποιήσεως προκύπτει ἐκ τῶν σχέσεων

$$E + \Delta E_0^{\#} = E^* + \Delta E_0 \qquad (3,128)$$

καί εἶναι

$$\Delta E = E - E^* = \Delta E_0 - \Delta E_0^{\#} \qquad (3,129).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὅτι ἡ μεγίστη διαφορά εἰς τήν ἐνέργειαν ἐνεργοποιήσεως ἐμφανίζεται ὅταν $\Delta E_0^{\#}=0$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τά ἰσοτοπικά ἄτομα εἰς τό ἐνεργόν σύμπλοκον εἶναι λίαν χαλαρῶς συνδεδεμένα. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἔχομεν καί τήν μεγίστην ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν. Ἡ ἐνέργεια ἐνεργοποιήσεως εἶναι τότε ἡ διαφορά τῆς ἐνεργείας μηδενός εἰς τήν ἀρχικήν κατάστασιν, ἤτοι

$$-\Delta E = \Delta E_0 \qquad (3.130).$$

Διά τήν περίπτωσιν τοῦ $H_2$ καί $D_2$, εἶναι κατά ταῦτα, $\Delta E^{-}\cong 1{,}85$ Kcal/mole καί γενικῶς $\Delta E > 0$, δηλαδή ἡ ἐνέργεια ἐνεργοποιήσεως διά τό βαρύτερον ἰσότοπον εἶναι μεγαλυτέρα καί ἐπομένως τοῦτο ἀντιδρᾷ βραδύτερον τοῦ ἐλαφροῦ ἰσοτόπου.

Εἰς τήν περίπτωσιν τῆς διασπάσεως τοῦ HJ,

$$2HJ \longrightarrow H_2+J_2 \quad \text{καί} \quad 2DJ \longrightarrow D_2+J_2$$

εὑρέθη $\Delta E_0=0{,}948$ Kcal/mole. Δεχόμενοι ὅτι $\Delta E_0^{\#}=0$, ἔχομεν $\Delta E=\Delta E_0$ καί συνεπῶς βάσει τῆς ἐξισώσεως (3.120α) εὑρίσκομεν

$$\frac{K_H}{K_D}=2 \text{ εἰς } 700^{\circ}C$$

Ἡ πειραματική τιμή εἶναι 1,5–2.

Θά πρέπη νά τονισθῇ ὅτι, γενικῶς, προκειμένου περί τῶν ἰσοτόπων τοῦ ὑδρογόνου, αἱ σχέσεις μεταξύ τῶν σταθερῶν ταχύτητος δέν εἶναι τόσον ἁπλαῖ, καθ'ὅσον πρέπει νά ληφθοῦν ὑπ'ὄψιν καί αἱ διαφοραί εἰς τήν ἐνέργειαν περιστροφῆς τούτων.

3.9. Θεωρία κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως.

Ἡ θεωρία τῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως ἐπί τῆς ταχύτητος ἀντιδράσεως ἐδόθη ἀρχικῶς ὑπό τοῦ Eyring καί ἐν συνεχείᾳ ὑπό τοῦ Bigeleisen.

Ἡ θεωρία αὕτη σχετίζει τήν σταθεράν ταχύτητος τῆς ἀντιδράσεως μέ τόν σχηματισμόν τοῦ ἐνδιαμέσου συμπλόκου(ἤ ἐνεργοῦ συμπλόκου)εἰς τήν μεταβατικήν κατάστασιν, ὅπερ ὑποτίθεται ὅτι εὑρίσκεται ἐν θερμοδυναμικῇ ἰσορροπίᾳ μετά τῶν ἀντιδρώντων μορίων. Τό σύμπλοκον τοῦτο εἰς τήν μεταβατικήν κατάστασιν ἔχει τήν μεγαλυτέραν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν δύναται νά λάβῃ κατά τήν πορείαν τῆς ἀντιδράσεως τό ὑπ'ὄψιν ἀντιδρῶν σύστημα. Τό σύμπλοκον δύναται νά διασπασθῇ κατά δύο διευθύνσεις. Ἐφ'ὅσον δέ εὑρίσκεται ἐν θερμοδυναμικῇ ἰσορροπίᾳ μετά τῶν ἀντιδρώντων μορίων, ἕπεται ὅτι ἡ συγκέντρωσις τούτου εἶναι δεδομένη. Ἡ ταχύτης ἀντιδράσεως εἶναι ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως τοῦ συμπλόκου $C^{\#}$ καί τῆς ταχύτητος διασπάσεως α'τοῦ. Ἡ συγκέντρωσις ἰσορροπίας $C^{*}$ τῆς ἀντιδράσεως

$$A+B \rightleftharpoons |C|^{*} \longrightarrow \text{προϊόντα}$$

εἶναι $$C^{*}=K^{*}C_A C_B \qquad (3.131)$$

ἔνθα $K^{\#}$=ἡ σταθερά ἰσορροπίας καί C ,C αἱ συγκεντρώσεις τῶν ἀρχικῶν οὐσιῶν. Ἑπομένως ἡ ταχύτης ἀντιδράσεως $KC_A C_B$ εἶναι:

$$KC_A C_B = \frac{1}{\tau} X.K^{\#}C_A C_B. \qquad (3.132)$$

ἔνθα τ=ἡ μέση διάρκεια ζωῆς τοῦ συμπλόκου καί ἄρα $\frac{1}{\tau}$= ἡ συχνότης μεθ'ἧς τό ἐνεργόν σύμπλοκον διαπερᾷ τό φράγμα δυναμικοῦ. Χ=συντελεστής διαπερατότητος=τό ποσοστόν τῶν ἐνεργῶν συμπλόκων τά ὁποῖα διαπερόντα τό φράγμα,διασπῶνται εἰς τά τελικά προϊόντα ἄνευ ἐπιστροφῆς εἰς τήν ἀρχικήν κατάστασιν.

Διά τό σύμπλοκον τοῦτο δέν ὑπάρχει καμμία ἀπ'εὐθείας μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς ἐνεργείας μηδενός, τῆς συχνότητος καί τῆς συναρτήσεως κατανομῆς τῆς ἐνεργείας περιστροφῆς αὐτοῦ. Κατά συνέπειαν ὁ προσδιορισμός τῆς σταθερᾶς ἰσορροπίας διά τῆς στατιστικῆς μεθόδου δέν εἶναι ἀπολύτως σαφής.

Κατά τήν ἐξίσωσιν (3.132) αἱ σταθεραί ταχύτητος ἀντιδράσεως τῶν δύο ἰσοτοπικῶν μορίων A καί A* μετά τοῦ B, πρός σχηματισμόν τῶν δύο συμπλόκων $(AB)^{\#}$ καί $(A^*B)^{\#}$, θά εἶναι

$$K = K^{\#} \cdot X \cdot \tau^{-1} \qquad (3.133)$$

καί

$$K' = K^{\#'} \cdot X' \cdot \tau'^{-1} \qquad (3.134)$$

ἔνθα

$$K^{\#} = \frac{|AB|^{\#}}{|A| \cdot |B|} = \frac{f^{\#}}{f_A f_B} \qquad (3.135)$$

καί

$$K^{\#'} = \frac{|A^*B|^{\#}}{|A^*| \, |B|} = \frac{f^{\#'}}{f'_A f_B} \qquad (3.136)$$

$f^{\#}, f$ = αἱ συναρτήσεις κατανομῆς,

Ἡ μέση διάρκεια ζωῆς τοῦ συμπλόκου εἶναι

$$\tau = \frac{\delta}{\bar{\upsilon}} \qquad (3.137)$$

ἔνθα $\delta$ = ἡ ἀπόστασις ἤτοι τό εὖρος εἰς τό ἀνώτερον μέρος τοῦ φράγματος δυναμικοῦ, σχῆμα (3.5) καί $\bar{\upsilon}$ = ἡ μέση ταχύτης τοῦ ἐνεργοῦ συμπλόκου πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ἀντιδράσεως

$$\bar{\upsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \upsilon e^{\frac{-\mu\upsilon^2}{2KT}} d\upsilon}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\mu\upsilon^2}{2KT}} d\upsilon} = \left(\frac{KT}{2\pi\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (3.138)$$

ἔνθα $\mu$ = ἡ ἀνηγμένη μᾶζα τοῦ συμπλόκου ἴση πρός τήν ἐνέργόν μᾶζαν αὐτοῦ.

Δηλαδή τό ἐνεργόν σύμπλοκον δύναται νά θεωρηθῇ ὡς διάφορον τῶν κανονικῶν μορίων κατά τό γεγονός ὅτι εἷς ἐκ τῶν βαθμῶν ἐλευθερίας δονήσεως ἀντικατεστάθη ὑπό τῆς μεταφορικῆς κινήσεως κατά τήν διεύθυνσιν τῶν συντεταγμένων τῆς

άντιδράσεως. Ἐπομένως βάσει τῶν ἐξισώσεων (3.135)(3.136) καί (3.138) αἱ σχέσεις (3.133) καί (3.134) καθίστανται

$$k=x\cdot\frac{f^{\#}}{f_A\cdot f_B}\left(\frac{KT}{2\pi\mu}\right)^{1/2}\cdot\frac{1}{\delta} \qquad (3.139)$$

καί

$$k'=x'\cdot\frac{f^{\#'}}{f'_A\cdot f'_B}\left(\frac{KT}{2\pi\mu'}\right)^{1/2}\cdot\frac{1}{\delta'} \qquad (3.140)$$

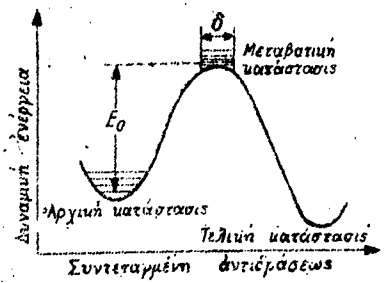
Διά διαιρέσεως τῶν (3.140) καί (3.139) προκύπτει

$$\frac{k'}{k}=\frac{x'}{x}\cdot\frac{f^{\#'}}{f^{\#}}\cdot\frac{f_A}{f'_A}\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2}\cdot\frac{\delta}{\delta'} \qquad (3.141)$$

Διά τά ἰσοτοπικά μόρια $x\approx x'$ καί $\delta\approx\delta'$. Κατά ταῦτα ἡ προηγουμένη σχέσις ἁπλοποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$\frac{k'}{k}=\frac{f^{\#}}{f^{\#}}\cdot\frac{f}{f'}\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2} \qquad (3.142)$$

ἔνθα $f=f_A$ καί $f'=f'_A$




Σχ. 3.5. Σχῆμα δυναμικῆς ἐνεργείας συναρτήσει τῆς συντεταγμένης τῆς ἀντιδράσεως.

Εἰς τήν ἐξίσωσιν ταύτην ὁ πρῶτος καί ὁ δεύτερος παράγων περιστοῦν τάς γνωστάς, ἐκ τοῦ προηγουμένου κεφαλαίου, συναρτήσεις κατανομῆς.

Χρησιμοποιοῦντες τήν ἐξίσωσιν (3.76) , ἡ (3.142) δύναται νά γραφῇ

$$\frac{k'}{k}=\frac{\sigma'}{\sigma}\cdot\frac{\sigma^{\#}}{\sigma^{\#'}}\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2}\prod\left(\frac{\upsilon}{\upsilon'}\cdot\frac{e^{-\upsilon/2}}{1-e^{-\upsilon}}\cdot\frac{1-e^{-\upsilon'}}{e^{-\upsilon'/2}}\right)\prod\left(\frac{\upsilon^{\#'}}{\upsilon^{\#}}\cdot\frac{e^{-\upsilon^{\#'}/2}}{1-e^{-\upsilon^{\#'}}}\cdot\frac{1-e^{-\upsilon^{\#}}}{e^{-\upsilon^{\#}/2}}\right) \qquad (3.143)$$

Βάσει τῆς ἐξισώσεως (3.91) ἡ ἀνωτέρω σχέσις λαμβάνει τήν τελικήν μορφήν

$$\frac{k'}{k}=\frac{\sigma'}{\sigma}\cdot\frac{\sigma^{\#}}{\sigma^{\#'}}\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2}\left(1+\sum G(\upsilon)\Delta\upsilon-\sum G(\upsilon')\Delta\upsilon^{\#}\right) \qquad (3.144)$$

Ὁ ὑπολογισμός τῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως ἐπί τῆς ταχύτητος ἀντιδράσεως βάσει τῆς προηγουμένης σχέσεως εἶναι δύσκολος. Περιοριζόμενοι εἰς τήν ἁπλῆν περίπτω-

σιν, ἤτις συναντᾶται πλειστάκις, καθ'ἣν ὅλοι οἱ ἀρχικοὶ δεσμοὶ δέν μετεβλήθησαν μέ μόνην ἐξαίρεσιν ὅτι εἰς τό ἐνεργόν σύμπλοκον διεσπάσθησαν οἱ δεσμοί ἐκεῖνοι εἰς τούς ὁποίους λαμβάνει χώραν ἡ ἀντίδρασις, τότε ἡ ἀντικατάστασις διά τοῦ ἰσοτοπικοῦ μορίου οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει καί συνεπῶς $f^{*}=f^{*'}$. Ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις (3.144) ἁπλοποιεῖται εἰς τήν

$$\frac{k'}{k}=\frac{\sigma'}{\sigma}\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2}\left(1+\sum G(\upsilon)\Delta\upsilon\right) \qquad (3.145).$$

Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην $k'/k > 1$, ἤτοι ἡ ἀντίδρασις μέ τό ἐλαφρότερον ἰσότοπον ὁδεύει ταχύτερον τῆς ἀντιδράσεως μέ τό βαρύτερον ἰσότοπον. Ἡ προϋπόθεσις τῆς διασπάσεως τῶν δεσμῶν τῆς ἀντιδράσεως εἰς τό ἐνεργόν σύμπλοκον ἔχει τήν αὐτήν ἔννοιαν μέ τό ὅτι ἡ $\Delta E_0^{*}=0$.

Ἐάν $\Delta E_0 < \Delta E_0^{*}$, τότε τό ἐλαφρότερον ἰσότοπον ἀντιδρᾷ βραδύτερον ἀπό τό βαρύ ἰσότοπον. Οὕτω εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἣν λαμβάνουν μέρος εἰς τήν ἀντίδρασιν ἐλεύθερα ἰσότοπα ἄτομα $E_0 \approx E_0^{*}$, ἤτοι $\sum G(\upsilon)\Delta\upsilon=0$ καί εἶναι δυνατόν $k'/k < 1$.

Ὁ πίναξ (3.7) παρέχει τήν μεγίστην κινητικήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν διά διάφορα ἰσοτοπικά μόρια.

ΠΙΝΑΞ 3.7

Μεγίστη κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις, εἰς 25°C.

| Ἰσότοπα | $k_1/k_2$ |
|---|---|
| H/D | 18 |
| H/T | 60 |
| $^{10}B/^{11}B$ | 1,3 |
| $^{12}C/^{13}C$ | 1,25 |
| $^{12}C/^{14}C$ | 1,50 |
| $^{14}N/^{15}N$ | 1,14 |
| $^{16}O/^{18}O$ | 1,19 |
| $^{22}Na/^{23}Na$ | 1,03 |
| $^{31}P/^{32}P$ | 1,02 |
| $^{32}S/^{35}S$ | 1,05 |
| $^{40}Ca/^{45}Ca$ | 1,08 |
| $^{127}J/^{131}J$ | 1,02 |

Εἰς τόν πίνακα τοῦτον παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐλαττοῦται μέ αὔξησιν τῆς μάζης. Κατ' ἀναλογίαν πρός τήν θερμοδυναμικήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν, ἡ κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐλαττοῦται μέ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, καθ' ὅσον ὁ παράγων τῆς ἐλευθέρας ἐνεργείας τείνει πρός τήν μονάδα.

## 3.10. Διαμοριακή καί ἐνδομοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις

Ἡ κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις διακρίνεται εἰς διαμοριακήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν καί εἰς ἐνδομοριακήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν. Εἰς τήν πρώτην περίπτωσιν συγκρίνεται ἡ κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις εἰς δύο διαφορετικά μόρια. Ἐπί παραδείγματι εἰς τήν ἀποκαρβοξυλίωσιν τοῦ μηλονικοῦ ὀξέος ἔχομεν

$$\begin{array}{l} {}^{12}COOH \\ | \\ {}^{12}CH_2 \\ | \\ {}^{12}COOH \end{array} \xrightarrow{k_{12}} {}^{12}CH_3\,{}^{12}COOH + {}^{12}CO_2 \qquad (3.14\alpha)$$

καί

$$\begin{array}{l} {}^{13}COOH \\ | \\ {}^{12}CH_2 \\ | \\ {}^{12}COOH \end{array} \xrightarrow{k_{13}} {}^{12}CH_3\,{}^{12}COOH + {}^{13}CO_2$$

Ἐπομένως ἡ διαμοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις παρέχεται ἐκ τοῦ λόγου $k_{12}/k_{13}$ δι' ἀμφοτέρας τάς ἀντιδράσεις. Αὕτη εἶναι ἡ γενική περίπτωσις ἥτις ἐξητάσθη ἐν τοῖς προηγουμένοις.

Εἰς τήν ἐνδομοριακήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν τά δύο συγκρινόμενα ἰσότοπα εὑρίσκονται ἐντός τοῦ αὐτοῦ μορίου καί ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως $k_{12}/k_{13}$ διά τό αὐτό μόριον. Π.χ.

$$\begin{array}{l} {}^{13}COOH \\ | \\ CH_2 \\ | \\ {}^{12}COOH \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{k_{13}} \\ \xleftarrow{k_{12}} \end{array} \begin{array}{l} {}^{12}CH_3\,{}^{12}COOH + {}^{13}CO_2 \\ {}^{12}CH_3\,{}^{13}COOH + {}^{12}CO_2 \end{array} \qquad (3.147).$$

Ἡ ἐνδομοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις συνοδεύει ὅλας τάς διαμοριακάς ἀντιδράσεις. Διά τήν προηγουμένην ἀντίδρασιν ἡ ἐνδομοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις $k_{12}/k_{13}$ εὑρέθη 1,028. Ἡ ἐνδομοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις, δι' ἐλαφρά ἄτομα, ὑπολογίζεται ἁπλούστερον καθ' ὅσον δύνανται νά παραμεληθοῦν αἱ ἐνέργειαι τοῦ μηδενός, ὅτε ἡ σχέσις (3.145) καθίσταται

$$\frac{k'}{k} = \frac{k_{12}}{k_{13}} = S\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^{1/2} \qquad (3.148)$$

ἔνθα S=ὁ ὁλικός παράγων συμμετρίας.

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θερμοκρασίας καί ὑπολογίζεται εὐκόλως. Ὡς ἐκ τούτου τά πειραματικά ἀποτελέσματα συμπίπτουν καλλίτερον μέ τήν ὑπολογιζομένην ἐνδομοριακήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν. Ἡ ἀνωτέρω σχέσις δέν ἰσχύει διά τήν διαμοριακήν ἀντίδρασιν.

Κατά τήν διάσπασιν τῶν δεσμῶν C–C, C–O, C–N ὁ λόγος

$$\frac{(k_{12}/k_{14})-1}{(k_{12}/k_{13})-1} = \alpha \qquad (3.149)$$

πρέπει νά ἰσοῦται μέ 2. Δηλαδή ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις τοῦ $^{14}C$ θά εἶναι διπλασία τῆς τοῦ $^{13}C$ ὅταν συγκρίνωνται ἀμφότεραι πρός τόν $^{12}C$. Π.χ. διά τάς ἀντιδράσεις

$$\begin{array}{l} {}^{13}COOH \\ | \\ {}^{12}CH_2 \\ | \\ {}^{12}COOH \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{k_{13}} \\ \xrightarrow{k_{12}} \end{array} \begin{array}{l} {}^{13}CO_2 + {}^{12}CH_3\,{}^{12}COOH \\ {}^{12}CO_2 + {}^{12}CH_3\,{}^{13}COOH \end{array}$$

καί $^{14}COOH$ — $^{12}CH_2$ — $^{12}COOH$ $\xrightarrow{k_{14}}$ $^{14}CO_2 + {}^{12}CH_3\,{}^{12}COOH$; $\xrightarrow{k_{12}}$ $^{12}CO_2 + {}^{12}CH_3\,{}^{14}COOH$

εὑρέθη ὅτι $k_{12}/k_{13} = 1,028$ καί $k_{12}/k_{14} = 1,054$. Θέτοντες τάς τιμάς ταύτας εἰς τήν σχέσιν (3.149) εὑρίσκομεν $\alpha \simeq 2$. Ἡ θεωρία προβλέπει $k_{12}/k_{13} = 1,020$ καί $k_{12}/k_{14} = 1,038$. Αἱ ὑπάρχουσαι διαφοραί μεταξύ τῶν πειραματικῶν, γενικῶς, τιμῶν καί τῶν θεωρητικῶν τοιούτων πιθανόν νά ὀφείλωνται εἰς πειραματικά λάθη ἤ εἰς λάθη κατά τήν θεωρητικήν ἐπεξεργασίαν. Ἡ σταθερότης τῶν δεσμῶν C–C ἀκολουθεῖ τήν σειράν $^{14}C-{}^{12}C > {}^{13}C-{}^{12}C > {}^{12}C-{}^{12}C$.

Ἐκ τῶν μετρήσεων τῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως εἶναι δυνατόν πολλάκις νά ἔχωμεν πληροφορίας ἐπί τοῦ μηχανισμοῦ τῆς ἀντιδράσεως.

Εἰς τάς περιπτώσεις καθ' ἄς τό ἰσότοπον νουκλίδιον δέν λαμβάνει μέρος εἰς τήν ἀντίδρασιν, ἡ ἰσοτοπική ἐπίδρασις εἶναι ἤ μηδέν ἤ μικρά. Εἰς τήν τελευταίαν περίπτωσιν ὁμιλεῖ τις περί "δευτερευούσης" ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως. Π.χ. παρετηρήθη διαφορά εἰς τήν ταχύτητα τῶν ἀντιδράσεων ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς, εἰς τάς ἀντιδράσεις

$$RCH_2Cl/{}^*Cl^- \quad \text{καί} \quad RCD_2Cl/{}^*Cl^-$$

ἡ "δευτερεύουσα" ἰσοτοπική ἐπίδρασις γενικῶς εἶναι μικρά.

Ὁ πίναξ (3.8) δίδει μερικάς τιμάς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως.

## ΠΙΝΑΞ 3.8

Κινητική ἰσοτοπική ἐπίδρασις διαφόρων ἀντιδράσεων

| Ἀντίδρασις | Θερμοκρασία εἰς °C | Σχέσις σταθερῶν ταχύτητος | |
|---|---|---|---|
| | | Μετρηθεῖσα | Ὑπολογισθ |
| Ἀποκαρβοξυλίωσις ὀξεικοῦ ὀξέος $CH_3\,{}^{14}COOH \longrightarrow {}^{14}CO_2 + CH_4$ | – | $k_{12}/k_{14}=1,06$ | – |
| Ἀποκαρβοξυλίωσις τοῦ 1,3,5-τριμέθυλο-βενζοϊκοῦ ὀξέος $(CH_3)_3C_6H_2\,{}^{13}COOH \longrightarrow {}^{13}CO_2 + (CH_3)_3C_6H_3$ | 60 | $k_{12}/k_{13}=1,037$ | 1,041 |
| $(CH_3)_3C_6H_2\,{}^{14}COOH \longrightarrow {}^{14}CO_2 + (CH_3)_3C_6H_3$ | 60 | $k_{12}/k_{14}=1,101$ | 1,078 |
| Ἀποκαρβοξυλίωσις τοῦ ὀξαλικοῦ ὀξέος $COOH\,{}^{14}COOH \longrightarrow {}^{14}CO_2 + CO + H_2O$ | 100 | $k_{12}/k_{14}=1,033$ | – |
| Ὑδρόλυσις τοῦ βενζοϊκοῦ αἰθυλεστέρος $C_6H_5\,{}^{14}COOC_2H_5 + OH^- \longrightarrow C_6H_5\,{}^{14}COOH + C_2H_5O^-$ | 20 | $k_{12}/k_{14}=1,16$ | 1,15 |
| Ὑδρόλυσις οὐρίας $NH_2\,{}^{13}CONH_2 + H_2O \longrightarrow 2NH_3 + {}^{13}CO_2$ | 100 | $k_{12}/k_{13}=1,055$ | 1,043 |
| $NH_2\,{}^{14}CONH_2 + H_2O \longrightarrow 2NH_3 + {}^{14}CO_2$ | 100 | $k_{12}/k_{14}=1,10$ | 1,08 |
| Ἀντίδρασις Cannizzaro $2H\,{}^{14}CHO + OH^- \longrightarrow H\,{}^{14}COO^- + {}^{14}CH_3OH$ | 60 | $k_{12}/k_{14}=1,00$ | 1,03 |
| Διάσπασις ἀνθρακονικελίου $Ni({}^{14}CO)_4 \longrightarrow Ni + 4\,{}^{14}CO$ | 30 | $k_{12}/k_{14}=1,022$ | 1,020 |
| Διάσπασις νιτρικοῦ ἀμμωνίου $NH_4N^{18}O_3 \longrightarrow N_2{}^{18}O + 2H_2{}^{18}O$ | 220 | $k_{15}/k_{18}=1,023$ | 1,026 |

Ὑπάρχει εἷς ἀριθμός πρωτολυτικῶν ἀντιδράσεων, αἵτινες λαμβάνουν χώραν διά μεταφορᾶς $H^+$ ἤ $D^+$ ἀπό ἓν μόριον εἰς ἕτερον, εἰς τάς ὁποίας δευτεριωμένα μόρια ἀντιδροῦν ταχύτερον τῶν συνήθων, δηλαδή $K_H/K_D < 1$. Ἡ φαινομενική αὕτη ἀντίδεσις ὡς πρός τήν ἀναμενομένην τιμήν $K_H/K_D > 1$, ἐξηγεῖται ἐκ τοῦ μηχανισμοῦ τῆς ἀντιδράσεως ἥτις λαμβάνει χώραν εἰς δύο στάδια.

$$\alpha) \qquad RH + HA \underset{K_2}{\overset{K_1}{\rightleftharpoons}} RH_2^+ + A^- \qquad (3.150)$$

$$\beta) \qquad RH_2^+ \xrightarrow{K_3} \text{προϊόν} \qquad (3.151).$$

Εἰς τό πρῶτον στάδιον α) μεταφέρεται ἓν πρωτόνιον ἀπό τόν καταλύτην HA εἰς τό ἀντιδρῶν μόριον καί σχηματίζεται τό ἐνδιάμεσον ἰόν $RH_2^+$. Εἰς τό δεύτερον στάδιον β) τό ἀσταθές $RH_2^+$ μεταπίπτει εἰς τό προϊόν ταχέως, ἐνῶ τό πρωτόνιον παραλαμβάνεται ὑπό τοῦ $A^-$ καί ἐπανασχηματίζει τόν καταλύτην HA. Ἡ ταχύτης τῆς ἀντιδράσεώς καθορίζεται ἀπό τήν σχέσιν τῶν $k_2$ καί $k_3$. Ἐάν $k_3 > k_2$, τότε τά σχηματιζόμενα ἰόντα $RH_2^+$ μεταπίπτουν ταχέως εἰς τό τελικόν προϊόν καί ἡ ταχύτης τῆς ἀντιδράσεως, υ, καθορίζεται ἐκ τῆς ταχύτητος σχηματισμοῦ τῶν ἰόντων $RH_2^+$ ἤτοι ἐκ τοῦ σταδίου α). Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἔχομεν:

$$\upsilon = k(HA).(RH) = k'(RH) \qquad (3.152)$$

ἔνθα $k' = k(HA)$. Ἡ συγκέντρωσις τοῦ HA εἶναι σταθερά καθ' ὅσον ὁ καταλύτης διαρκῶς ἀναγεννᾶται εἰς τό στάδιον β). Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην $K_H/K_D > 1$, ἤτοι ἡ δευτεριωμένη ἕνωσις ἀντιδρᾷ βραδύτερον τῆς ὑδρογονούχου ἑνώσεως.

Ἐάν $k_3 < k_2$, τότε μεγάλον μέρος τῶν ἰόντων $RH_2^+$ ἐπανασχηματίζει τήν ἀρχικήν ἕνωσιν, χωρίς νά μετατραπῇ εἰς τό προϊόν βάσει τοῦ σταδίου β). Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἀποκαθίσταται θερμοδυναμική ἰσορροπία κατά τήν ἀν-

τίδρασιν α) ἡ θέσις τῆς ὁποίας δέν ἐπηρεάζεται σοβαρῶς ὑπό τοῦ σταδίου β). Ἡ ταχύτης τῆς ὁλικῆς ἀντιδράσεως καθορίζεται ὑπό τοῦ σταδίου β) ὅπερ εἶναι τό βραδύτερον, ἤτοι

$$\upsilon = k_3(RH_2^+) \qquad (3.153).$$

Ἐκ τῆς ἰσορροπίας ἔχομεν

$$k = \frac{|RH_2^+|\cdot|A^-|}{|RH|\cdot|HA|} \qquad (3.154).$$

Ὁμοίως ὁ καταλύτης ΗΑ ὡς ἀσθενές ὀξύ δίδει

$$k_{HA} = \frac{|H_3O^+|\cdot|A^-|}{|HA|} \qquad (3.155).$$

Ἐκ τῶν (3.154) καί (3.155) προκύπτει

$$|RH_2^+| = \frac{k\,|H_3O^+|\cdot|RH|}{k_{HA}} \qquad (3.156).$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν τιμήν ταύτην εἰς τήν (3.153) εὑρίσκομεν:

$$\upsilon = k_3\frac{k}{k_{HA}}|H_3O^+|\cdot|RH| = k''|RH| \qquad (3.157)$$

ἔνθα $k'' = k_3\frac{k}{k_{HA}}|H_3O^+|$ ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως τῶν ἰόντων ὑδρογόνου. Κατά τήν ἀντικατάστασιν τοῦ $H_2O$ ὑπό $D_2O$, ἐλαττοῦται ἡ $k_3$ ἀλλά ὁ λόγος $k/k_{HA}$ αὐξάνει γενικῶς διότι τό $D_2O$ εἶναι ἀσθενεστέρα βάσις τοῦ $H_2O$ (πίναξ 3.1). Ἡ αὔξησις αὕτη ὑπερβαίνει τήν ἐλάττωσιν τοῦ $k_3$ καθ'ὅσον ἡ σταθερά διαστάσεως τοῦ $H_2O$ εἶναι 5 φοράς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ $D_2O$, ἐνῶ ἡ $k_3$ ἐλαττοῦται κατά 1,5-3. Ἡ σχέσις $k/k_{HA}$ εἶναι ἡ σταθερά ἰσορροπίας τῆς ἀντιδράσεως $RH + H_3O^+ \rightleftharpoons RH_2^+ + H_2O$. Ἐκ τούτων καταφαίνεται ὅτι ἡ δευτεριωμένη ἕνωσις, εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην, ἀντιδρᾷ ταχύτερον ἀπό τήν ὑδρογονοῦχον ἕνωσιν, δηλαδή $k_H/k_D < 1$. Τοῦτο βεβαίως δέν ἀποτελεῖ τόν γενικόν κανόνα, καθ'ὅσον ὑπάρχουν ἐξαιρέσεις προερχόμεναι ἀπό τόν μηχανι-

σμόν τῆς ἀντιδράσεως, ὡς π.χ. ἡ ὕπαρξις δύο ἐνδιαμέσων σταδίων, ἢ ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι αἱ τιμαί $k_2$ καί $k_3$ εἶναι τῆς αὐτῆς τάξεως μεγέθους. Πάντως ἡ ταχύτης τῶν πρωτολυτικῶν ἀντιδράσεων ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ διαλύτου. Δυνάμεθα νά ἔχωμεν, κατά τά ἀνωτέρω ἕν κριτήριον τοῦ μηχανισμοῦ τῶν πρωτολυτικῶν ἀντιδράσεων. Ὅταν $k_H/k_D > 1$, ἡ ἀντίδρασις δέν καταλύεται ὑπό τῶν ὀξέων, ἐν τῇ στενῇ ἐννοίᾳ τῆς λέξεως, ἀλλά ὑπό τῶν ὀξέων γενικῶς, δηλαδή διά τῶν οὐσιῶν ἐκείνων αἵτινες εἶναι εἰς θέσιν νά δώσουν ἕν πρωτόνιον εἰς τό μόριον RH. Τοῦτο φαίνεται καί ἐκ τοῦ ὅτι ἡ σταθερά $k'$ εἶναι ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως τοῦ καταλύτου HA. Ἐάν ἀντιθέτως $k_H/k_D < 1$, ἡ ἀντίδρασις καταλύεται ὑπό ὀξέων ἢ βάσεων ὑπό τήν παλαιάν ἔννοιαν, ἤτοι μόνον ὑπό $H^+$, (ἢ $OH^-$, (εἰδική κατάλυσις). Τοῦτο καταφαίνεται καί ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ σταθερά ταχύτητος $k''$ εἶναι ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως τῶν $H_3O^+$ καί ὄχι τῆς συγκεντρώσεως HA.

Πάντα τ'ἀνωτέρω ἰσχύουν καί διά τήν κατάλυσιν ὑπό βάσεων.

## 3.11. Προσδιορισμός τῆς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως ἐκ πειραματικῶν δεδομένων.

Διά τόν πειραματικόν προσδιορισμόν τῆς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως μετρεῖται ἡ μεταβολή τῆς ἰσοτοπικῆς συνθέσεως τῶν προϊόντων (ἢ τοῦ μή ἀντιδρῶντος μίγματος), κατά τήν διεξαγωγήν τῆς ἀντιδράσεως, μέχρι σημείου τινός. Τό τελευταῖον τοῦτο εἶναι ἀπαραίτητον καθ'ὅσον ἐάν ἀφεθῇ νά περατωθῇ ἡ ἀντίδρασις, τότε ἡ κατανομή τῶν ἰσοτόπων τοῦ μίγματος καθορίζεται ἐκ τοῦ

θερμοδυναμικοῦ παράγοντος διαχωρισμοῦ καί τῆς σχέσεως τῶν μαζῶν, τά ὁποῖα δέν σχετίζονται μέ τήν ταχύτητα τῆς ἀντιδράσεως. Ἔστω αἱ μή ἀντιστρεπταί ἀντιδράσεις

$$\begin{aligned} AB + C &\longrightarrow P \\ A^*B + C &\longrightarrow P^* \end{aligned} \qquad (3.158).$$

Διά ταύτας ἰσχύει

$$-\frac{d(AB)}{dt} = k|AB|\cdot|C| \quad \text{καί} \quad -\frac{d(A^*B)}{dt} = k^*(A^*B)(C) \qquad (3.159)$$

ὅτε $$\frac{d(AB)}{d(A^*B)} = \frac{k}{k^*}\,\frac{|AB|}{|A^*B|} \qquad (3.160)$$

ἤ $$d\ln|AB| = \alpha\, d\ln|A^*B| \qquad (3.161)$$

ἔνθα: $\alpha = \frac{k}{k^*}$ = ὁ λόγος τῶν σταθερῶν ταχύτητος τῶν δύο ἰσοτόπων, τά ὁποῖα χαρακτηρίζουν τήν ἰσοτοπικήν ἐπίδρασιν. Ἐάν $|AB|+|A^*B| = C_0$ εἰς τήν ἀρχήν τῆς ἀντιδράσεως ($t=0$) καί $|AB|+|A^*B| = C$ εἰς χρόνον $t$, τότε, ἐάν $x_0$ καί $x$ ἀποτελοῦν τό κλάσμα τοῦ $A^*$ εἰς τούς ἀντιστοίχους χρόνους, θά ἔχωμεν κατά τήν ὁλοκλήρωσιν ἀπό $t=0$ ἕως $t=t$,

$$\ln\frac{C(1-x)}{C_0(1-x_0)} = \alpha\,\ln\frac{Cx}{C_0x_0} \qquad (3.162)$$

διότι $AB = C(1-x)$ καί $A^*B = Cx$.

Θέτοντες $$\frac{C_0-C}{C_0} = S \qquad (3.163)$$

ἡ ἐξίσωσις (3.162) μετασχηματίζεται εἰς

$$-\frac{\alpha-1}{\alpha}\ln(1-S) + \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1-x}{1-x_0} = \ln\frac{x}{x_0} \qquad (3.164).$$

Ἐάν $x_0 \ll 1$, ὡς π.χ. κατά τήν χρησιμοποίησιν ραδιενεργῶν δεικτῶν, τότε ἡ σχέσις (3.164) ἁπλοποιεῖται εἰς

$$-\frac{\alpha-1}{\alpha} = \frac{\ln x/x_0}{\ln(1-S)} \qquad (3.165).$$

Αἱ δύο τελευταῖαι σχέσεις ἐπιτρέπουν τόν προσδιορισμόν τοῦ $\alpha = k/k^*$ ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς συνθέσεως (ἀπό $x_0$ εἰς $x$)

κατά τήν διεξαγωγήν τής άντιδράσεως μέχρι τού κλάσματος S.

## 3.12. Άντιδράσεις ίσοτοπικής άνταλλαγής.

Είς προηγούμενον κεφάλαιον έξητάσθη ή ίσοτοπική άνταλλαγή έν συσχετισμῷ μέ τήν ίσοτοπικήν έπίδρασιν. Ή κινητική μελέτη τῶν άντιδράσεων ίσοτοπικής άνταλλαγής είς τό παρόν κεφάλαιον, άντιθέτως, δέν λαμβάνει ύπ' όψιν τήν ίσοτοπικήν έπίδρασιν. Θεωρήσωμεν τήν όμογενῆ άντίδρασιν τής ίσοτοπικής άνταλλαγής

$$AX + BX^* \rightleftharpoons AX^* + BX \qquad (3.166)$$

ένθα X*= ραδιενεργόν ίσότοπον τού X μετά τού όποίου άνταλλάσσεται.

Ή κινητική παρακολούθησις τῶν άντιδράσεων ίσοτοπικής άνταλλαγής έχει τό ίδιαίτερον χαρακτηριστικόν ότι δέν λαμβάνει χώραν χημική μεταβολή είς τό σύστημα. Τό ΔΗ μιᾶς τοιαύτης άντιδράσεως είναι περίπου μηδέν ($\Delta H \approx 0$), έφ' όσον ή άρχική καί τελική κατάστασις είναι περίπου ή αύτή. Ή έντροπία όμως τού συστήματος είς τήν ίσορροπίαν, όταν δηλαδή όλα τά ίσότοπα έχουν κατανεμηθῆ όμοιομόρφως μεταξύ τῶν άντιδρώντων, είναι μεγαλυτέρα τής έντροπίας τού άρχικού συστήματος. Συνεπῶς ή αύξησις τής έντροπίας κατά τήν πορείαν τής άντιδράσεως τής ίσοτοπικής άνταλλαγής είναι ή έντροπία μίξεως, ή δέ μεταβολή τής έλευθέρας ένθαλπίας είναι $\Delta G = -T\Delta S$. Ή ένέργεια ένεργοποιήσεως δύναται νά είναι είς πολλάς περιπτώσεις σημαντική. Ή κινητική μελέτη τῶν άντιδράσεων ίσοτοπικής άνταλλαγής έχει ίδιαιτέραν άξίαν είς τήν έξήγησιν τού μηχανισμού τῶν άντιδράσεων, τήν δια-

πίστωσιν τῆς ἰσοτιμίας ὁμοίων ἀτόμων εἰς τό μόριον καί τόν προσδιορισμόν ἑτέρων κινητικῶν παραμέτρων.

Ἐπί παραδείγματι διεπιστώθη ὅτι εἰς τήν ἕνωσιν $(C_6H_5)_2J_2$ μόνον ἕν ἄτομον J ὑφίσταται ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν ἐντός ἀλκοολικοῦ διαλύματος. Τοῦτο ἀκριβῶς εἰσάγει τήν ἔννοιαν τῆς μή ἰσοτιμίας τῶν ὁμοίων ἀτόμων εἰς τό μόριον. Πέραν τῶν ἀνωτέρω αἱ ἀντιδράσεις αὗται δύνανται νά χρησιμοποιηθοῦν καί διά τήν ἐπισήμανσιν τῶν ἑνώσεων. Αἱ ἀντιδράσεις ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς διαιροῦνται εἰς τάς ὁμογενεῖς καί εἰς τάς ἑτερογενεῖς ἀντιδράσεις. Ἐνταῦθα θέλουσιν ἐξετασθῆ μόνον αἱ ὁμογενεῖς ἀντιδράσεις. Αἱ ἑτερογενεῖς ἀντιδράσεις θά ἐξετασθοῦν εἰς ἕτερον κεφάλαιον ἐν συνδυασμῷ μέ φαινόμενα διαχύσεως.

Ἔστωσαν αἱ συγκεντρώσεις

$$|AX| + |AX^*| = a$$
$$|BX| + |BX^*| = b$$

$$|AX^*| = x \qquad |AX| = a - x \qquad (3.167)$$
$$|BX^*| = y \qquad |BX| = b - y$$

Ἔστω R ἡ ταχύτης τῆς ἀντιδράσεως ἀνταλλαγῆς (ὅλων τῶν ἀτόμων X, εἴτε ὁμοίων εἴτε ἰσοτόπων), ἐκφραζομένη εἰς γραμμομόρια κατά λίτρον καί δευτερόλεπτα. Εἶναι δηλαδή ἡ R ἡ ταχύτης τῆς ἀντιδράσεως ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς ὅλων τῶν ἀτόμων X μεταξύ τῶν μορίων AX καί BX κατά τόν χρόνον τῆς δυναμικῆς ἰσορροπίας. Ἡ R ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς τάξεως τῆς ἀντιδράσεως καί εἶναι συνάρτησις τῶν ὁλικῶν συγκεντρώσεων τῶν AX+AX* καί BX+BX*, ὡς καί τῆς θερμοκρασίας, ἤτοι γενικῶς

$$R = k \cdot c^{\alpha} c^{\beta} \ldots \qquad (3.168)$$

ἔνθα k = ἡ σταθερά ταχύτητος τῆς ἀνταλλαγῆς.

'Ως ἀνεφέρθη προηγουμένως, ὑποτίθεται ὅτι εἰς τήν ἀντίδρασιν δέν ὑπάρχει ἰσοτοπική ἐπίδρασις. Τοῦτο, βεβαίως, δέν εἶναι ἀληθές ἀλλά, μέ ἐξαίρεσιν τά ἰσότοπα τοῦ ὑδρογόνου, τό σφάλμα εἶναι μικρόν.

'Η ταχύτης μεθ'ἧς αὐξάνεται ἡ συγκέντρωσις τοῦ $AX^*(dx/dt)$ ἰσοῦται μέ τήν ταχύτητα σχηματισμοῦ τούτου μεῖον τήν ταχύτητα ἐλαττώσεως (λόγῳ ἀνταλλαγῆς) αὐτοῦ. 'Η ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ $AX^*$ εἶναι ἀνάλογος τοῦ κλάσματος τοῦ X εἰς τό $BX^*$ ὅπερ εἶναι ραδιενεργόν καί τοῦ κλάσματος X εἰς τό AX ὅπερ δέν εἶναι ραδιενεργόν, ἤτοι ἀνάλογος τῶν $\frac{|BX^*|}{|BX|+|BX^*|}$ καί $\frac{|AX|}{|AX|+|AX^*|}$. 'Ομοίως ἡ ταχύτης μεθ'ἧς ἐλαττοῦται ἡ συγκέντρωσις τοῦ $AX^*$ εἶναι ἀνάλογος τοῦ κλάσματος τοῦ X εἰς τό $AX^*$ ὅπερ εἶναι ραδιενεργόν καί τοῦ κλάσματος τοῦ X εἰς τό BX ὅπερ δέν εἶναι ραδιενεργόν, ἤτοι ἀνάλογος τῶν $\frac{|AX^*|}{|AX|+|AX^*|}$ καί $\frac{|BX|}{|BX|+|BX^*|}$ ἤτοι τῆς ἀντιθέτου πρός τόν σχηματισμόν τοῦ $AX^*$ ἀντιδράσεως. Κατά συνέπειαν

$$\frac{dx}{dt} = R\left[\left(\frac{a-x}{a}\right)\cdot\left(\frac{y}{b}\right) - \left(\frac{x}{a}\right)\left(\frac{b-y}{b}\right)\right] =$$

$$= R\left[\frac{(a-x)y - x(b-y)}{ab}\right]$$

$$= R\left(\frac{y}{b} - \frac{x}{a}\right) \qquad (3.169).$$

Δηλαδή ἡ ταχύτης αὐξήσεως τῆς συγκεντρώσεως τοῦ $AX^*$ εἶναι ἀνάλογος τῆς διαφορᾶς τῆς εἰδικῆς ραδιενεργείας (ραδιενέργεια κατά mole ἤ gr τοῦ X) μεταξύ τῶν δύο οὐσιῶν. Εἰς $t=\infty$, $x=x_\infty$ καί $y=y_\infty$. 'Η ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῶν ραδιενεργῶν ἀτόμων ἀπαιτεῖ ὅπως

$$x+y = x_\infty+y_\infty \qquad (3.170).$$

'Εφ'όσον, λόγῳ ραδιενεργοῦ διασπάσεως, ὁ ἀριθμός τῶν ραδιενεργῶν ἀτόμων ἐλαττοῦται, πρέπει νά γίνεται, εἰς τήν ἐξίσωσιν 3.170, σχετική διόρθωσις εἰς τήν συγκέντρωσίν αὐτῶν.

'Η ἰσοτοπική ἀνταλλαγή συμπληροῦται ὅταν $\frac{dx}{dt}=0$, ὅτε ἐκ τῆς σχέσεως (3.169) προκύπτει

$$\frac{y_\infty}{b}=\frac{x_\infty}{b} \qquad (3.171).$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ ἀνταλλαγή συμπληροῦται ὅταν αἱ δύο εἰδικαί ραδιενέργειαι καταστοῦν ἴσαι.

'Εκ τῶν ἐξισώσεων (3.170) καί (3.171) προκύπτει

$$y=x_\infty+\frac{bx_\infty}{a}-x \qquad (3.172).$$

'Αντικαθιστῶντες τήν τιμήν ταύτην εἰς τήν ἐξίσωσιν (3.169) λαμβάνομεν:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{R}{ab}\left[(a+b)(x_\infty-x)\right] \qquad (3.173)$$

ἤ

$$\frac{dx}{(x_\infty-x)}=\frac{R(a+b)}{ab}\,dt \qquad (3.174).$$

Δι'ὁλοκληρώσεως λαμβάνομεν

$$-\ln(x_\infty-x)=\frac{R(a+b)}{ab}\,t+C \qquad (3.175).$$

Διά $t=0$, $x=x_0$ καί ἄρα

$$C=-\ln(x_\infty-x_0) \qquad (3.176).$$

"Αρα ἡ (3.175) καθίσταται

$$-\ln\frac{(x_\infty-x)}{(x_\infty-x_0)}=R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.177)$$

'Η (3.177) δύναται νά γραφῇ

$$\ln\frac{(x_\infty-x-x_0+x_0)}{x_\infty-x_0}=-R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.178)$$

ἤ
$$\ln\frac{[(x_\infty-x_0)-(x-x_0)]}{x_\infty-x_0}=-R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.179)$$

ἤ
$$\ln\left[1-\frac{(x-x_0)}{(x_\infty-x_0)}\right]=-R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.180).$$

Εἰς τήν τυπικήν περίπτωσιν τῆς χρησιμοποιήσεως ραδιενεργῶν δεικτῶν, $x_0=0$ καί ἡ σχέσις (3.180) γράφεται

$$\ln\left(1-\frac{x}{x_\infty}\right)=-R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.181)$$

Θέτοντες
$$\frac{x-x_0}{x_\infty-x_0}=\lambda \qquad (3.182)$$

ἡ (3.180) μετασχηματίζεται εἰς τήν σχέσιν

$$\ln(1-\lambda)=-R\left(\frac{a+b}{ab}\right)t \qquad (3.183).$$

Εἰς τήν σχέσιν ταύτην τό $(1-\lambda)$ παριστᾷ τό κλάσμα ὅπερ δέν ὑπέστη ἀνταλλαγήν μέχρι τοῦ χρόνου t. Τό λ παριστᾷ τό κλάσμα ὅπερ ὑπέστη ἀνταλλαγήν.
Τά R, a, b εἶναι σταθερά εἰς ἕν δεδομένον πείραμα. Ἡ σχέσις (3.183) ἀποτελεῖ μίαν ἔκφρασιν ἀντιδράσεως πρώτης τάξεως, μολονότι οὐδεμία προϋπόθεσις ἐγένετο ὡς πρός τήν τάξιν τῆς ἀντιδράσεως ταύτης τῆς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς. Ἡ σχέσις αὕτη ἰσχύει ἀνεξαρτήτως τῆς τάξεως τῆς ἀντιδράσεως.

Ἐάν παραστήσωμεν εἰς διάγρ. τόν $\log(1-\lambda)$ ἔναντι τοῦ t λαμβάνομεν εὐθεῖαν ἐκ τῆς κλίσεως τῆς ὁποίας δύναται νά προσδιορισθῇ τό R. Σχῆμα (3.6). Ἐκ τῆς καμπύλης ταύτης λαμβάνομεν τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τῆς ἀντιδράσεως ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς διά $\lambda=\frac{1}{2}$, ὅτε ἡ (3.183) δίδει

$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{R}\left(\frac{ab}{a+b}\right) \qquad (3.184)$$

Ἐάν ἡ ἀντίδρασις ἀνταλλαγῆς εἶναι δευτέρας τάξεως, τότε βάσει τῆς σχέσεως (3.163) ἔχομεν

$$R = k_2 \, a.b \qquad (3.185)$$

καί ἐπομένως ἡ σχέσις (3.183) καθίσταται

$$-\ln(1-\lambda) = k_2 (a+b)\, t \qquad (3.186)$$

Ἐφ' ὅσον a, b (ἀλικαί συγκεντρώσεις) εἶναι γνωσταί ἐπεται ὅτι ἡ $k_2$ ὑπολογίζεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης. Συνεπῶς ἡ σταθερά ταχύτητος εἰς μίαν ἀντίδρασιν δευτέρας τάξεως, βάσει τῶν σχέσεων (3.184) καί (3.185) εἶναι

$$k_2 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{1}{(a+b)} \qquad (3.187).$$

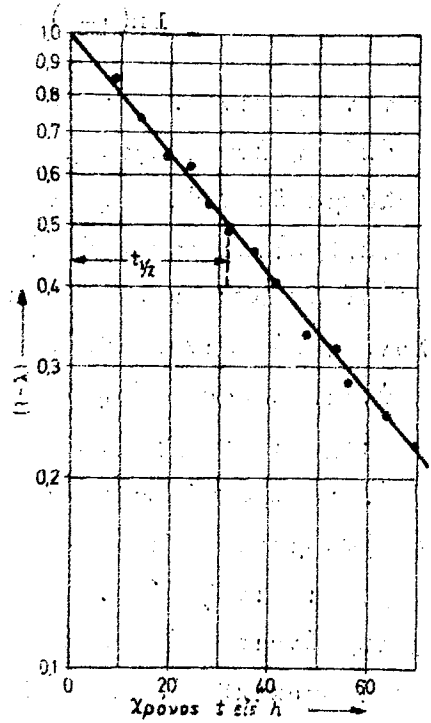
Διά μίαν ἀντίδρασιν πρώτης τάξεως ἡ σταθερά ταχύτητος $k_1$ εἶναι ἀντιστοίχως

$$k_1 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \left(\frac{b}{a+b}\right) \qquad (3.188)$$

Ἐάν ἡ σταθερά ταχύτητος μετρηθῇ εἰς διαφόρους θερμοκρασίας δυνάμεθα νά προσδιορίσωμεν τήν ἐνέργειαν ἐνεργοποιήσεως, E, διά τήν δεδομένην ἰσοτοπικήν ἀντίδρασιν ἐκ τῆς σχέσεως

$$k = \Lambda e^{-E/RT} \qquad (3.120\alpha)$$

Ὁ πίναξ (3.9) δίδει μερικάς τιμάς τῆς R καί k διά τήν ἀντίδρασιν ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς:




Σχ. 3.6. Ἀντίδρασις ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς συναρτήσει τοῦ χρόνου.

ΠΙΝΑΞ 3.9

Κινητική ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς τοῦ Sn μεταξύ $SnCl_2$ καί $SnCl_4$ εἰς αἰθανόλην

| t, °C | Συγκέντρωσις $Sn^2$ mole/lit | Συγκέντρωσις $Sn^{4+}$ mole/lit | $t_{1/2}$ h | R.$10^4$ mole/lit.h | k mole/lit.h |
|---|---|---|---|---|---|
| 25,1 | 0,0263 | 0,0283 | 57 | 1,66 | 0,222 |
| 25,1 | 0,0430 | 0,0460 | 37 | 4,17 | 0,211 |
| 25,1 | 0,0566 | 0,0767 | 24 | 9,53 | 0,217 |
| 29,4 | 0,0213 | 0,0225 | 42 | 1,80 | 0,377 |
| 29,4 | 0,0416 | 0,0419 | 22 | 6,57 | 0,377 |
| 29,4 | 0,0630 | 0,0629 | 15 | 14,6 | 0,367 |
| 35,5 | 0,0213 | 0,0225 | 10 | 3,99 | 0,833 |
| 35,5 | 0,0416 | 0,0419 | 9,9 | 14,4 | 0,838 |
| 35,5 | 0,0630 | 0,0831 | 5,6 | 44,4 | 0,847 |
| 35,5 | 0,0975 | 0,0936 | 4,4 | 75,3 | 0,825 |
| 42,2 | 0,0223 | 0,0411 | 5,6 | 17,9 | 1,95 |
| 42,2 | 0,0630 | 0,0629 | 2,9 | 75,1 | 1,90 |
| 42,2 | 0,0701 | 0,0331 | 3,4 | 50,4 | 1,89 |
| 42,2 | 0,0701 | 0,0331 | 3,4 | 50,4 | 1,89 |
| 42,2 | 0,0812 | 0,1913 | 1,3 | 30,3 | 1,95 |
| 42,2 | 0,0812 | 0,1913 | 1,3 | 30,3 | 1,95 |

$$SnCl_2 + \overset{*}{Sn}Cl_4 \rightleftharpoons \overset{*}{Sn}Cl_2 + SnCl_4$$

Ἡ Κ τῆς ἀντιδράσεως ταύτης εἶναι

$$K = \frac{0,693}{t_{1/2}} \cdot \frac{1}{[SnCl_2] + [SnCl_4]}$$

Ἡ κινητική τῆς ἀντιδράσεως ἀνταλλαγῆς ἐξητάσθη εἰς πολλά καί διάφορα συστήματα καί ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων διεπιστώθησαν οἱ μηχανισμοί τούς ὁποίους τώρα ἀκολουθοῦν. Ἡ σημασία αὐτῶν τόσον εἰς τήν ὀργανικήν ὅσον καί τήν ἀνόργανον χημείαν εἶναι μεγάλη. Εὑρέθη π.χ. ὅτι ἡ ἰσοτοπική ἀνταλλαγή μεταξύ ἀλογονιδίων καί ἰόντων ἀλογό-

νων ἀκολουθεῖ ἕν ἐκ τῶν δύο μηχανισμῶν, SN1 καί SN2. Θεωρήσωμεν τήν ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν

$$RX + \overset{*}{X}^{-} \rightleftharpoons RX^{*} + X^{-} \qquad (3.189).$$

Κατά τόν μηχανισμόν SN1 ἔχομεν ἀρχικῶς ἕν βραδύ στάδιον διασπάσεως

$$RX \longrightarrow R^{+} + X^{-} \qquad (3.190)$$

καί μετά ταῦτα μίαν ταχεῖαν ἐπανασύνδεσιν

$$R^{+} + \overset{*}{X}^{-} \longrightarrow RX^{*} \qquad (3.191)$$

Κατά τόν μηχανισμόν SN2, σχηματίζεται βραδέως ἕν ἐνδιάμεσον σύμπλοκον ὅπερ διασπᾶται εἰς τά προϊόντα τῆς ἀνταλλαγῆς

$$RX + \overset{*}{X}^{-} \longrightarrow [X \ldots R \ldots \overset{*}{X}]^{-} \longrightarrow R\overset{*}{X} + X^{-} \qquad (3.192).$$

Οἱ δύο μηχανισμοί διακρίνονται ἐκ τῆς κινητικῆς αὐτῶν. Εἰς τόν μηχανισμόν SN1 τό $\overset{*}{X}^{-}$ λαμβάνει μέρος εἰς τήν ἀντίδρασιν κατά τό δεύτερον καί ταχύ στάδιον, ὅπερ γενικῶς δέν ἐπηρεάζει τήν ταχύτητα, καί κατά συνέπειαν ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως RX ἤτοι

$$V_1 = k_1 |RX| \qquad (3.193).$$

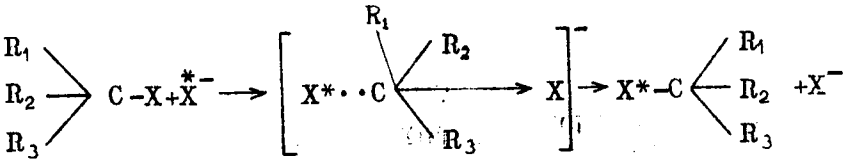
Κατά τόν μηχανισμόν SN2 λαμβάνουν μέρος εἰς τό πρῶτον βραδύ στάδιον ἀμφότερα τά συστατικά, ἤτοι

$$V_2 = k_2 |RX| |X^{-}| \qquad (3.194).$$

Οὕτω εἰς τήν ἀντίδρασιν ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς

$$\left.\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}\right\rangle C\text{-}X + \overset{*}{X}^{-}$$

εὑρέθη ὅτι ἀκολουθεῖται ὁ μηχανισμός SN2.



Ἐάν ὁ ἄνθραξ εἶναι ἀσύμμετρος ἡ ἀνταλλαγὴ συνοδεύεται ὑπό ἀναστροφῆς καί ἡ ταχύτης ρακεμοποιήσεως εἶναι ἴση πρός τήν ταχύτητα τῆς ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς. Ἐν συμφωνίᾳ πρός τά ἀνωτέρω, εὑρέθη ὅτι αἱ ταχύτητες ἀνταλλαγῆς ὀκτυλοϊωδιδίου, α-φαινύλ-αἰθυλοβρωμιδίου κλπ. συμφωνοῦν μέ τήν ταχύτητα ρακεμοποιήσεως. Ἡ πιθανότης σχηματισμοῦ τοῦ ἐνδιαμέσου συμπλόκου κατά τόν SN2-μηχανισμόν, ἀναμένεται νά ἐλαττοῦται μέ αὔξησιν τῆς παρεμποδίσεως τῆς προσερχομένης ἐκ τοῦ ὀργανικοῦ μορίου. Οὕτω διά τήν ἰσοτοπικήν ἀνταλλαγήν $RI+I^{*-} \rightleftarrows RI^{*}+I^{-}$, ἐντός ἀλκοόλης, εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης ἐλαττοῦται κατά τήν σειράν $CH_3 > C_2H_5 > C_3H_7 > C_4H_9$.

## 4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΕΠΙ ΤΗΣ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΥ ΔΙΑΣΠΑΣΕΩΣ

### 4.1. Νόμος ραδιενεργοῦ διασπάσεως.

Ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἰδιότης τοῦ πυρῆνος καί κατά συνέπειαν δέν ἐπηρεάζεται ἀπό τήν χημικήν καί φυσικήν κατάστασιν τῆς οὐσίας, τήν πίεσιν, τήν θερμοκρασίαν ὡς καί ἀπό τήν παρουσίαν ἄλλων πυρήνων (ὑπάρχουν μικραί ἐξαιρέσεις εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἥν ἡ ραδιενεργός διάσπασις διαλαμβάνει ἀντίδρασιν τοῦ πυρῆνος μετά τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων). Ἡ πιθανότης ὅτι ὁ πυρήν θά διασπασθῇ ἐντός ὡρισμένου χρόνου δέν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἡλικίας τοῦ ἀτόμου οὔτε ἐκ τῆς προϊστορίας αὐτοῦ.

Γενικῶς ἕν σύστημα εἶναι σταθερόν ἐναντι ἄλλου ἐάν ἡ μάζα ἠρεμίας αὐτοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς μάζης ἠρεμίας τοῦ ἑτέρου συστήματος. Ἡ διαφορά μάζης εἶναι μέτρον τῆς σταθερότητος ἑνός συστήματος ἐναντι ἑνός ἄλλου. Κατά συνέπειαν εἰς πυρήν ὅστις εἶναι ἀσταθής, ὑπό τήν ἀνωτέρω ἔννοιαν, τείνει νά μεταπέσῃ εἰς ἕτερον πυρῆνα σταθερώτερον. Τοῦτο καθίσταται σαφές διά τοῦ ἑξῆς παραδείγματος. Θεωρήσωμεν τόν πυρῆνα $^{22}_{11}$Να. Ἡ μάζα αὐτοῦ εἶναι 21,994435 a.m.u. Ἡ μάζα 11p καί 11n εἶναι 22,18139726 α.m.u ἥτις εἶναι μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ $^{22}$Να κατά 0,187 a.m.u ἤ 174 MeV. Ἄρα τό $^{22}$Να δέν δύναται νά διασπασθῇ αὐθορμήτως εἰς 11p καί 11n διότι πρέπει νά προσδώσωμεν ἔξωθεν ἐνέργειαν 174 MeV. Ἐάν τό $^{22}$Να ὑφίστατο α-ραδιενεργόν διάσπασιν θά ἔδιδεν $^{4}$He καί $^{18}$F, τῶν ὁποίων ἡ μάζα εἶναι 22,0035535 α.m.u ἥτις εἶναι

μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ $^{22}$Να κατά 0,009118 α.m.u ἤ 8,49 MeV. Ἐπομένως αὐθόρμητος α-ραδιενεργός διάσπασις τοῦ $^{22}$Να δέν εἶναι δυνατή. Ἡ μάζα τοῦ $^{22}_{10}$Νe εἶναι 21,9913845 α.m.u ἤτις εἶναι μικροτέρα τῆς μάζης τοῦ $^{22}$Να. Ἄρα τό $^{22}$Να δύναται νά μεταπέση εἰς $^{22}$Νe διά δύο μάλιστα μηχανισμῶν ($\beta^+$-διάσπασις, καί σύλληψις $e^-$).

Συγκρίνοντες τήν ραδιενεργόν διάσπασιν μέ τάς χημικάς ἀντιδράσεις, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἁπλουστέρα καθ'ὅσον ἀκολουθεῖ κινητικῶς ἕναμόνον νόμον. Ἡ ταχύτης τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων, ὅπερ εἰς τήν γλῶσσαν τῆς χημικῆς κινητικῆς σημαίνει ὅτι ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἀντίδρασις πρώτης τάξεως, ἤτοι

$$-\frac{dN}{dt}=\lambda N \qquad (4.1)$$

ἔνθα λ=σταθερά τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως καί N= ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t. Αἱ διαστάσεις τῆς σταθερᾶς αὐτῆς εἶναι ἀντιστρόφου χρόνου. Ἡ λ εἶναι χαρακτηριστική τοῦ εἴδους τῶν πυρήνων καί τοῦ τρόπου τῆς διασπάσεως. Δι'ὁλοκληρώσεως τῆς (4.1) λαμβάνομεν

$$\int -\frac{dN}{N}=\int \lambda dt \qquad (4.2)$$

ἤ
$$-\ln N=\lambda t + C \qquad (4.3)$$

Διά t=0, $N=N_0$ καί ἡ (4.3) καθίσταται

$$-\ln N=\lambda t-\ln N_0 \qquad (4.4)$$

ἤ
$$N=N_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.5).$$

Ἡ ἐκθετική αὕτη σχέσις ἀποτελεῖ τόν βασικόν νόμον τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Εἰς τήν σχέσιν ταύτην N εἶναι

ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t καί $N_0$ εἶναι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς t=0.

Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ, ἤτοι ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα διασπασθῇ τό ἥμισυ τῶν πυρήνων $\left(N=\frac{N_0}{2}\right)$ παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$t_{1/2}=\frac{1n2}{\lambda}=\frac{0,69315}{\lambda} \qquad (4.6).$$

Μολονότι ἕν δεδομένον ραδιενεργόν διασπᾶται μέ καθωρισμένον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ, εἷς πυρήν ἤ καλλίτερον ἕκαστος πυρήν τοῦ ραδιενεργοῦ δύναται νά διασπασθῇ εἰς οἱονδήποτε χρόνον, ἀπό χρόνον μηδέν ἕως ἄπειρον χρόνον. Ἐάν $N_0$ εἶναι ὁ ἀρχικός ἀριθμός τῶν πυρήνων, μετά χρόνον t θά ἔχωμεν $N_{(t)}$ ἐπιζήσαντες πυρῆνας $N_t=N_0e^{-\lambda t}$. Εἰς τό χρονικόν διάστημα μεταξύ t καί t+dt ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων ἐλαττοῦται κατά dN. Ἤτοι, βάσει τῆς σχέσεως (4.1) θά ἔχωμεν

$$\begin{aligned} dN&=-\lambda N dt \\ &=-\lambda N_0 e^{-\lambda t}dt \end{aligned} \qquad (4.7).$$

Ὁ ἀριθμός ἑπομένως τῶν πυρήνων οἵτινες ἔζησαν ἐπί χρόνον t καί διεσπάσθησαν εἰς τό χρονικόν διάστημα dt εἶναι $\lambda N_0e^{-\lambda t}dt$. Ὁ χρόνος μέσης ζωῆς εὑρίσκεται διά πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ τούτου ἐπί t, ὁλοκληρώσεως ἀπό χρόνον μηδέν ἕως ἄπειρον καί διά διαιρέσεως διά τοῦ ἀρχικοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων $N_0$, ἤτοι

$$\tau=\frac{1}{N_0}\int_0^\infty \lambda t N_0 e^{-\lambda t}dt=\int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t}dt \qquad (4.8).$$

Ἐκτελοῦντες τήν ὁλοκλήρωσιν εὑρίσκομεν

$$\begin{aligned} \tau&=\frac{1}{\lambda}\left[\left[-\lambda t e^{-\lambda t}\right]_0^\infty-\left[e^{-\lambda t}\right]_0^\infty\right]. \\ &=-\left[\frac{\lambda t+1}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty=\frac{1}{\lambda} \end{aligned} \qquad (4.9).$$

θέτοντες τήν τιμήν $\tau=\frac{1}{\lambda}$ εἰς τήν σχέσιν (4.5) εὑρίσκομεν $N=N_0\frac{1}{e}$. Δηλαδή ὁ μέσος χρόνος ζωῆς εἶναι ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ὁ ἀριθμός τῶν ἀρχικῶν πυρήνων ἑνός ραδιενεργοῦ ἐλαττωθῇ εἰς τό $\frac{1}{e}$ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς ἤτοι εἰς τό 36,7%. Ἡ μεταξύ τῶν $t_{1/2}$ καί τ σχέσις εἶναι

$$\tau=\frac{1}{\lambda}=\frac{t_{1/2}}{0,693}=1,45t_{1/2} \qquad (4.10).$$

Ἡ σχέσις (4.5) ἐν συνδιασμῷ μέ τήν (4.6) δίδει

$$N=N_0e^{-\ell n2(t/t_{1/2})}$$

$$=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \qquad (4.11).$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων μετά χρόνον $t=1t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό $\frac{N_0}{2}$, μετά χρόνον $t=7\ t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό 1/128 $N_0$, ἤτοι ἀπομένει ὀλιγώτερον τοῦ 1%, καί διά χρόνον $t=10\ t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό $\frac{1N_0}{1024}$, ἤτοι εἰς τό 1o/oo τοῦ ἀρχικοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων. Τό γεγονός ὅτι μετά χρόνον 10 $t_{1/2}$ ἡ ραδιενέργεια ἑνός ραδιενεργοῦ ἐλαττοῦται εἰς τό 1/1000 τῆς ἀρχικῆς τιμῆς ἀποτελεῖ καί μίαν διέξοδον ἀπαλλαγῆς τῶν χρησιμοποιηθέντων, εἰς ἕν σύνηθες ραδιοχημικόν ἐργαστήριον, ραδιενεργῶν διαλυμάτων. Ἐάν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ αὐτῶν εἶναι σχετικῶς μικρός, τά χρησιμοποιηθέντα διαλύματα ἀφίενται ἐπί χρόνον περίπου 10 $t_{1/2}$ ὅτε ἡ ραδιενέργεια ἐλαττοῦται εἰς τό 1/1000 οὕτως ὥστε μετά ταῦτα νά δύνανται ν'ἀποχυθοῦν ἄνευ κινδύνου.

Ἐξετάζοντες τήν σχέσιν (4.5) παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη δίδει ἕν, ἀνεξάρτητον τῶν συνθηκῶν, ὡρολόγιον. Θεωρήσωμεν ὡς παράδειγμα τόν προσδιορισμόν τῆς ἡλικίας κατά

τήν μέθοδον τοῦ $^{14}C$ . Ὁ $^{14}C$ ἔχει χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ 5730 ἔτη. Ἡ ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ $^{14}C$ εἰς τήν ἀτμόσφαιραν εἶναι κατά τήν διάρκειαν τῶν ἐτῶν σταθερά. Ὁ ἄνθραξ οὗτος διά τῆς ὁμοιώσεως ἀπορροφᾶται καί κατανέμεται ἐξ ἴσου ἐφ' ὅλων τῶν ζώντων ὀργανισμῶν. Ἐάν ὁ ὀργανισμός ἀποθάνῃ, παύει τό φαινόμενον τῆς ὁμοιώσεως καί ὁ εὑρισκόμενος $^{14}C$, κατά τήν στιγμήν τοῦ θανάτου τοῦ ὀργανισμοῦ, ἐντός αὐτοῦ παραμένει ἀποκλεισμένος ἐκ τῆς ἀτμοσφαίρας. Κατά συνέπειαν οἱαδήποτε ἐλάττωσις τῆς ραδιενεργείας τοῦ $^{14}C$ εἰς τόν ὀργανισμόν τοῦτον θά ὀφείλεται εἰς τήν ραδιενεργόν μόνον διάσπασιν τοῦ $^{14}C$. Ἡ ραδιενέργεια ($N_0$) τοῦ ὀργανισμοῦ, λόγῳ $^{14}C$, κατά τήν στιγμήν τοῦ θανάτου τοῦ ὀργανισμοῦ, εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν εἰς $^{14}C$ ραδιενέργειαν ἑνός ζῶντος σήμερον ὀργανισμοῦ. Ἄρα συγκρίνοντες τήν ραδιενέργειαν εἰς $^{14}C$, ἑνός ἀποθανόντος καί ἑνός ζῶντος ὀργανισμοῦ δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ἡλικίαν τοῦ πρώτου. Πχ. μέτρησις τῆς ραδιενεργείας εἰς $^{14}C$ ἑνός τεταριχευμένου πτώματος ἔδωσε τιμήν 58% τῆς ραδιενεργείας ἑνός ζῶντος ὀργανισμοῦ. Βάσει τῆς σχέσεως (4.11) ἔχομεν

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} = 0,58$$

ἄρα

$$t = t_{1/2}\,\frac{\log 0,58}{\log 0,5} \simeq 4.500 \text{ ἔτη}$$

Ἐπομένως ὁ θάνατος ἐπῆλθε πρό 4.500 περίπου ἐτῶν. Ὁμοίως ἡ ἐξίσωσις (4.5) ἐπιτρέπει τόν κατ' ἐκτίμησιν ὑπολογισμόν τῆς ἡλικίας τῆς γῆς. Τό $^{238}U$ ἔχει χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2} = 4,5.10^9$ ἔτη, ἐνῶ τό $^{235}U$ ἔχει $t_{1/2} = 7,1.10^8$ ἔτη. Ἡ περιεκτικότης αὐτῶν εἰς τό φυσικόν οὐρά-

νιον εἶναι: 99,28% $^{238}U$ καί 0,7196% $^{235}U$. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἀρχική περιεκτικότης αὐτῶν ἦτο ἴση καί ὅτι δέν ἔλαβεν χώραν φυσικός ἤ χημικός διαχωρισμός, τότε ἡ διαφορά εἰς τήν περιεκτικότητα σήμερον ὀφείλεται εἰς τόν διάφορον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.5) ἔχομεν

$$^{235}N = {}^{235}N_0 \, e^{-\lambda_{235} t} \qquad (4.12)$$

καί $$^{238}N = {}^{238}N_0 \, e^{-\lambda_{238} t}$$

Ἐπί τῇ προϋποθέσει ὅτι $^{235}N_0 = {}^{238}N_0$, καταλήγομεν

$$e^{-\lambda_{238} t} : e^{-\lambda_{235} t} = \frac{^{238}N}{^{235}N} = \frac{99,28}{0,7196} \approx 138$$

Ἑπομένως $-(\lambda_{238} - \lambda_{235})\, t = 2,3 \log 138 = 4,91$

Ἐφ' ὅσον ὅμως εἶναι $\lambda_{238} = \frac{0,693}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{4,5.10^9} = 1,54.10^{-10}$ ἔτη$^{-1}$

καί $\lambda_{235} = \frac{0,692}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{7,1.10^8} = 0,7610^{-10}$ ἔτη$^{-1}$

ἄρα $$t = \frac{4,91}{8,22.10^{-10}} \approx 6.10^9 \text{ ἔτη}$$

Ὁ ὑπολογισμός οὗτος δίδει, διά τήν ἡλικίαν τῆς γῆς, περίπου 6 δισεκατομμύρια ἔτη, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι ἀρχικῶς τό $^{238}U$ καί $^{235}U$ εὑρίσκοντο εἰς ἴσας ἀναλογίας. Εἶναι λογικόν νά ὑποθέσωμεν ὅτι ἐφ' ὅσον τό $^{235}U$ εἶναι νουκλίδιον τύπου α–π ἐνῶ τό $^{238}U$ εἶναι τύπου α–α, ἡ ἀρχική συγκέντρωσις τοῦ $^{235}U$ δέν ἦτο μεγαλυτέρα τοῦ $^{238}U$ καί ἑπομένως τά $6.10^9$ ἔτη παριστοῦν τό ἀνώτερον ὅριον τῆς ἡλικίας τῆς γῆς. Εἶναι ἐπίσης ἐνδιαφέρον νά τονισθῇ ὅτι εὑρέθη ἡ αὐτή σχέσις τῶν ἰσοτόπων τοῦ U εἰς μελετη-

δέντας μετεωρίτας. Τοῦτο σημαίνει ὅτι οἱ μετεωρῖται ἔχουν τήν αὐτήν ἡλικίαν μετά τῆς γῆς.

## 4.2. Ρυθμός προύσεων.

Εἶναι προφανές ὅτι ἡ ταχύτης διασπάσεως ἑνός ραδιενεργοῦ εἶναι ταυτόσημος μέ τήν ραδιενέργειαν αὐτοῦ, Α, καί συνεπῶς δυνάμεθα νά ἀντικαταστήσωμεν τήν σχέσιν (4.5) διά τῆς σχέσεως:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.13)$$

ἥτις δεικνύει ὅτι ἡ ραδιενέργεια μιᾶς πηγῆς ἐλαττοῦται ἐκθετικῶς μετά τοῦ χρόνου. Κατ'ἀντιστοιχίαν πρός τήν σχέσιν (4.12) θά ἔχωμεν

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \qquad (4.14).$$

Εἰς τήν πρᾶξιν δέν μετρῶμεν ἀπ'εὐθείας τόν ἀριθμόν τῶν ἀτόμων Ν,ἀλλά μίαν ποσότητα ἀνάλογον αὐτῆς ἥτις ἀποτελεῖ τόν ρυθμόν προύσεων τῆς ραδιενεργοῦ πηγῆς.
Μέ ἄλλους λόγους ὁ ρυθμός προύσεων, ὁ μετρούμενος ὑπό τινος συσκευῆς, καί ἡ ραδιενέργεια τῆς πηγῆς, συνδέονται διά τῆς σχέσεως

$$I = nA \qquad (4.15)$$

ἔνθα I= ὁ ρυθμός προύσεων, A = ἡ ραδιενέργεια τῆς πηγῆς καί n = ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀπαριθμητοῦ. Ἡ τιμή τοῦ n εἶναι προφανές ὅτι ἐξαρτᾶται ἐκ πολλῶν παραγόντων ὡς τό εἶδος τῆς ἀκτινοβολίας,ἐνέργειαν αὐτῆς, τό εἶδος τοῦ ἀπαριθμητοῦ, τήν γεωμετρικήν διάταξιν, τήν αὐτοαπορρόφησιν τῆς ἀκτινοβολίας εἰς τό δεῖγμα καί τήν ὀπισθοσκέδασιν αὐτῆς. Ἡ ἀπόδοσις n δίδει τό ποσοστόν τῶν διασπάσεων ὅπερ μετρεῖται ὑπό τοῦ ἀπαριθμητοῦ καί εἶναι συνήθης $0,01 < n < 1$. Κατά τήν μέτρησιν τῆς ραδιενεργείας ἑνός

δείγματος μετρεῖται ὑπό τοῦ ἀπαριθμητοῦ καί ἡ ραδιενέργεια τοῦ ὑποστρώματος, ἤτοι

$$I' = nA+u \qquad (4.16).$$

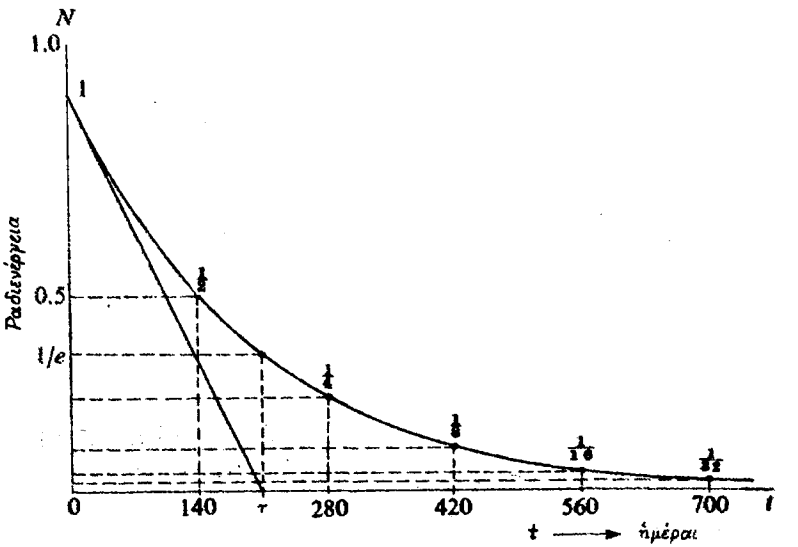
Εἰς τήν ραδιοχημείαν σύνήθως λαμβάνονται σχετικαί μετρήσεις διά τοῦ αὐτοῦ ὀργάνου ὑπό τῆς αὐτῆς συνθήκης οὕτως ὥστε ἡ τιμή τοῦ n παραμένει σταθερά.

Ἐκ τῆς (4.15) προκύπτει ὅτι, διά n=σταθερόν, ἡ σχέσις (4.13) δύναται νά γραφῇ

$$I = I_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.17).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (4.1) προκύπτει ὅτι ἐάν τό ραδιενεργόν διασπᾶται μέ τήν ἀρχικήν ταχύτητα $\lambda N_0$, θά ἐξαφανισθῇ εἰς χρόνον $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

Θέτοντες εἰς διάγραμμα I=f(t) ἤ A=f(t) λαμβάνομεν ἐκθετικήν καμπύλην ἡ ἐφαπτομένη τῆς ὁποίας εἰς t=0 τέμνει τόν ἄξονα t εἰς χρόνον τ. Σχῆμα 4.1. Θέτοντες ἀν-



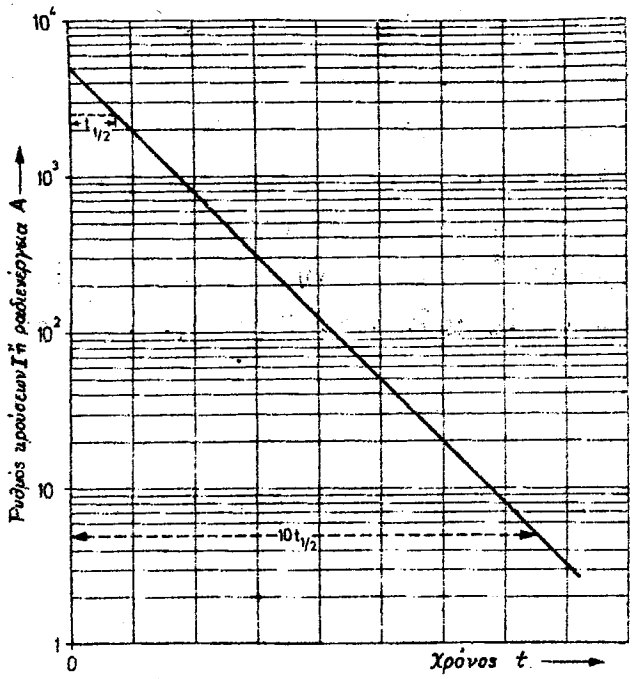

Σχ. 4.1. Ραδιενεργός διάσπασις νουκλιδίου.

τιθέτως εἰς διάγραμμα, βάσει τῶν σχέσεων (4.13) καί (4,17) log I=f(t) καί log A=f(t) λαμβάνομεν εὐθεῖαν

$$\log A = \log A_o - \frac{\lambda t}{2,3} \qquad (4.18)$$

ἡ κλίσις τῆς ὁποίας δίδει $-\lambda/2,3$.

Συνήθως ἡ γραφική παράστασις γίνεται ἐπί ἡμιλογαριθμικοῦ χάρτου ὅτε ἐκ ταύτης εὑρίσκεται ἀπ'εὐθείας ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2}$, ὡς δείκνυται εἰς τό σχῆμα(4.2).



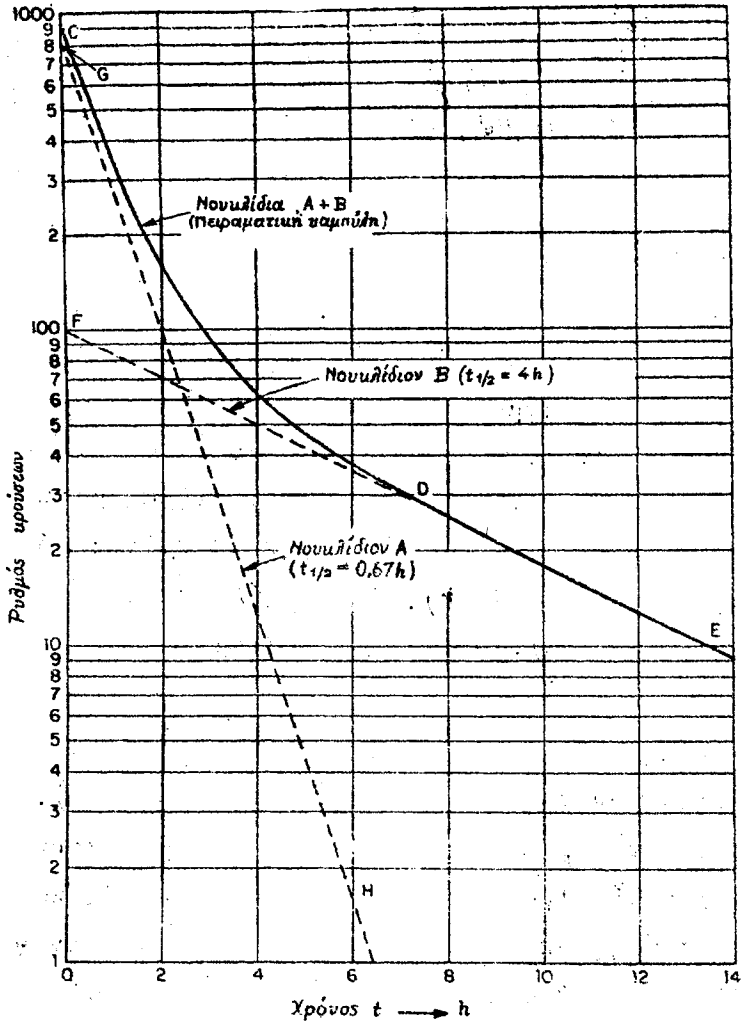

Σχ. 4.2. Ραδιενέργεια A(ἤ ρυθμός προύσεων I) συναρτήσει τοῦ χρόνου.

## 4.3. Μίγμα ραδιενεργῶν ἀνεξαρτήτων νουκλιδίων.

Ἐάν, ὡς συμβαίνει πολλάκις, παρίστανται εἰς τό δεῖγμα καί ἕτερα ραδιενεργά νουκλίδια, τότε ἕκαστον νουκλίδιον εἰς τό δεῖγμα διασπᾶται μέ τήν χαρακτηριστικήν αὐτοῦ ταχύτητα καί ἑπομένως ἡ μετρουμένη ραδιενέργεια θά εἶναι

$$I=I_1+I_2+\cdots=n_1\lambda_1 A_1+n_2\lambda_2 A_2+\cdots=n_1\lambda_1 N_1+n_2\lambda_2 N_2+\cdots \quad (4.19)$$

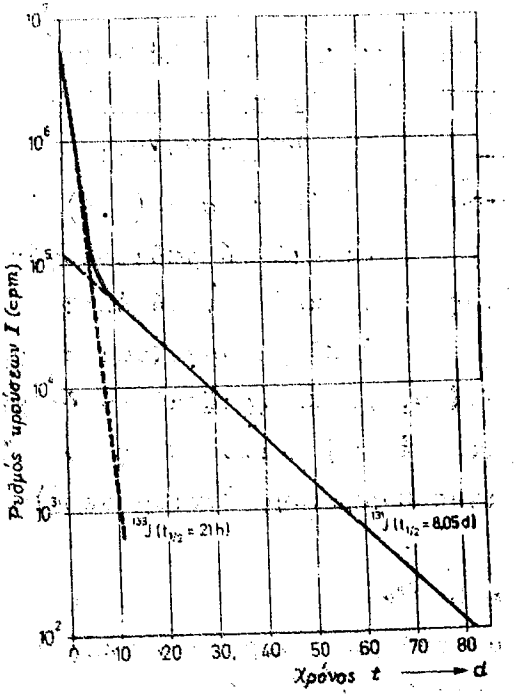
Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ εἰς τό διάγραμμα $\log I=f(t)$ δέν λαμβάνομεν πλέον εὐθεῖαν. Τό σχῆμα (4.3) δεικνύει τήν περίπτωσιν μίγματος δύο διαφόρων νουκλιδίων. Ἐάν οἱ χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ διαφέρουν ἐπαρκῶς, τότε τό βραχύβιον νουκλίδιον (A) διασπᾶται πλήρως μετά πάροδον ὡρισμένου χρόνου καί εἰς τό μίγμα παραμένει μόνον τό μακρόβιον νουκλίδιον (B). Ἡ καμπύλη καθίσταται τότε εὐθεῖα (τμῆμα DE). Ἐάν προεκτείνωμεν τήν DE μέχρι $t=0$ λαμβάνομεν τήν εὐθεῖαν FE ἥτις δίδει τήν $I_2=f(t)$. Ἐκ τῆς καμπύλης FE δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου (B). Ἐάν ἀφαιρέσωμεν τό $I_B$ ἀπό τόν συνολικόν ρυθμόν προύσεων I, λαμβάνομεν τήν $I_A=f(t)$ ἥτις δίδεται ὑπό τῆς καμπύλης GH. Ἐκ ταύτης ὑπολογίζομεν τό $t_{1/2}$ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου (A). Τά σημεῖα F καί G παριστοῦν τάς προύσεις τῶν νουκλιδίων (A) καί (B) εἰς χρόνον μηδέν. Ἡ γραφική αὕτη παράστασις δύναται νά ἐπεκταθῇ εἰς οἱονδήποτε ἀριθμόν συστατικῶν τοῦ μίγματος, ἀλλά ἡ ἀνάπτυξις τῆς καμπύλης καθίσταται πρακτικῶς ἀδύνατος διά περισσότερα τῶν 3 νουκλιδίων, ἐκτός ἐάν οἱ χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ διαφέρουν οὐσιωδῶς. Ἐάν βεβαίως οἱ χρόνοι ὑποδι-




Σχ. 4.3. Ἀνάλυσις καμπύλης μίγματος ραδιενεργῶν νουκλιδίων.

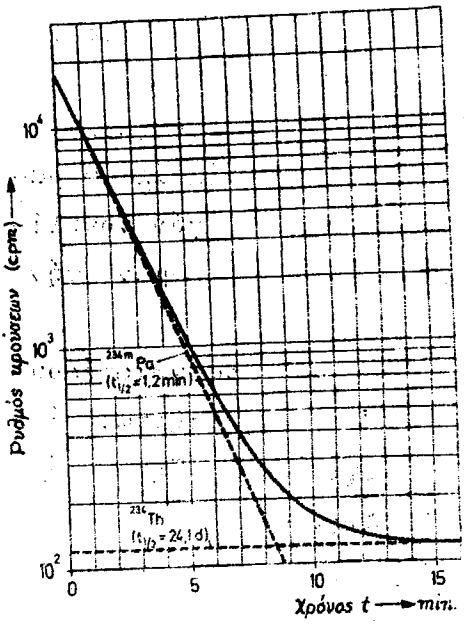
πλασιασμοῦ τοῦ μίγματος εἶναι περίπου οἱ αὐτοί, τότε ἡ μέθοδος αὕτη δέν δύναται νά χρησιμοποιηθῇ. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ χρησιμοποιοῦμεν ἀπαριθμητικήν διάταξιν

ήτις επιτρέπει τήν διάκρισιν μεταξύ αύτῶν, ή καταφεύγομεν εἰς τόν χημικόν διαχωρισμόν αύτῶν. Ἡ ἐμφάνισις εὐθείας γραμμῆς εἰς διαγράμματα $\log I = f(t)$, ἀποτελεῖ ἀπόδειξιν ὅτι τό ὑπό μέτρησιν δεῖγμα εἶναι ραδιοχημικῶς καθαρόν, ἤτοι ὅτι δέν περιέχει πρόσμιξιν ἐξ ἄλλου ραδιενεργοῦ νουκλιδίου. Ἐάν π.χ. τό ραδιενεργόν νουκλίδιον $^{131}J$ περιέχῃ πρόσμιξιν $^{133}J$, τότε λαμβάνομεν τήν καμπύλην τοῦ σχήματος (4.4). Ἡ πρόσμιξις ἐκ τοῦ βραχυβιωτέρου $^{133}J$ ἐμφανίζεται εἰς τήν ἀρχήν τῆς καμπύλης. Εἰς τό σχῆμα (4.5) ἡ πρόσμιξις ἐκ τοῦ μακροβιωτέρου νουκλιδίου $^{234}Th$, εἰς τό $^{234m}Pa$, ἐμφανίζεται εἰς τό τέλος τῆς καμπύλης. Προκειμένου περί λίαν μακροβίων νουκλιδίων, τό διάγραμμα $\log I = f(t)$ δέν δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν προσδιορισμόν τοῦ $t_{1/2}$ (ἤ λ), καθ' ὅσον κατά τό διάστημα τῆς παρατηρήσεως δέν ἐμφανίζεται διαφορά εἰς τόν ἀριθμόν ἀπουσέων.




Σχ. 4.4. Πρόσμιξις δι' ἑνός βραχυβίου νουκλιδίου.

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ, ἐάν ἡ ραδιενεργός οὐσία εὑρίσκεται εἰς ποσότητα δυναμένην νά ζυγισθῇ, τότε ἐκ τῆς σχέσεως (βάρος οὐσίας)x(ἀριθμός Loschmidt) : M(μορι-




Σχ. 4.5. Πρόσμιξις δι'ένός μακροβίου νουκλιδίου.

ακόν βάρος, γνωστόν), εύρίσκομεν τόν άριθμόν τῶν πυρήνων N τοῦ νουκλιδίου. Έάν, έπί πλέον, μετρήσωμεν τόν άριθμόν τῶν διασπωμένων πυρήνων κατά μονάδα χρόνου $\left(\frac{dN}{dt}\right)$, τότε έκ τῆς σχέσεως (4.1) εύρίσκομεν τό λ.

## 4.4. Σχηματισμός καί διάσπασις τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος.

Ή σχέσις (4.5) ίσχύει διά τό ραδιενεργόν νουκλίδιον τό όποῖον δέν άναδημιουργεῖται συγχρόνως έκ τινος άλλου νουκλιδίου, χαρακτηριζομένου ώς μητρικοῦ. Έάν όμως προέρχεται έκ τῆς διασπάσεως ένός άλλου (μητρικοῦ) Α (ή έκ τινος πυρηνικῆς άντιδράσεως) κατά τό σχῆμα

$$A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C \qquad (4.20)$$

τότε ή ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου Β, χαρακτηριζομένου ώς θυγατρικοῦ τοῦ Α, θά εἶναι ἴση μέ τήν ταχύτητα διασπάσεως τοῦ μητρικοῦ Α. Ταυτοχρόνως όμως τό θυγατρικόν Β διασπᾶται μέ τήν ἰδίαν αὐτοῦ ταχύτητα, παρεχομένην ὑπό τῆς σχέσεως (4.1). Έπομένως ή καθαρά ταχύτης αὐξήσεως τοῦ θυγατρικοῦ θά εἶναι ή διαφορά τῶν δύο ταχυτήτων, (ταχύτης σχηματισμοῦ−ταχύτης διασπάσεως), ήτοι

$$\frac{dN_B}{dt} = -\frac{dN_A}{dt} - \lambda_B N_B = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \qquad (4.21)$$

ἔνθα $N_A$=ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ μητρικοῦ Α. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.5) ἔχομεν

$$N_A = N_A^0 e^{-\lambda_A t} \qquad (4.22)$$

καί ἐπομένως ἡ (4.21) καθίσταται

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_B \qquad (4.23).$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη πρέπει νά λυθῇ ὡς πρός $N_B$, ἤτοι τόν ἀριθμόν, κατά τόν χρόνον t, τῶν πυρήνων τοῦ νουκλιδίου Β. Ἡ λύσις θά εἶναι τῆς μορφῆς

$$N_B = Ue^{-\lambda_B t} \qquad (4.24)$$

ἔνθα U = μία συνάρτησις τοῦ t.

Ἐκ ταύτης προκύπτει

$$\frac{dN_B}{dt} = -U\lambda_B e^{-\lambda_B t} + e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} \qquad (4.25).$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν (4.24) καί (4.25) εἰς τήν (4.23) λαμβάνομεν

$$-U\lambda_B e^{-\lambda_B t} + e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B U e^{-\lambda_B t}$$

ἤ

$$e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} \qquad (4.26).$$

Δι' ὁλοκληρώσεως ταύτης λαμβάνομεν

$$U = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 \, e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} + C \qquad (4.27).$$

Ἡ σχέσις αὕτη μετά τῆς (4.24) δίδει

$$N_B = Ue^{-\lambda_B t} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 \, e^{-\lambda_A t} + Ce^{-\lambda_B t} \qquad (4.28)$$

διά t=0, $N_B = N_B^0$ καί ἄρα

$$N_B^0 = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 + C \qquad (4.29).$$

'Επομένως ἡ (4.28) τροποποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_A t} + N_B^o e^{-\lambda_B t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_B t}$$

$$= \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) + N_B^o e^{-\lambda_B t} \qquad (4.30).$$

Εἰς τήν ἐξίσωσιν ταύτην $e^{-\lambda_A t}$ περιγράφει τόν σχηματισμόν τοῦ θυγατρικοῦ Β ἐκ τοῦ μητρικοῦ Α, $e^{-\lambda_B t}$ περιγράφει τήν διάσπασιν τοῦ θυγατρικοῦ Β. 'Ο τελευταῖος ὅρος περιγράφει τήν συνεισφοράν τῶν θυγατρικῶν πυρήνων Β, ἐάν παρίστανται ταῦτα ἀρχικῶς. $N_B^o$ παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t=0. 'Εάν $N_B^o = 0$, τότε καί $N_B^o e^{-\lambda_B t} = 0$. 'Επομένως τήν πραγματικήν αὔξησιν τῶν θυγατρικῶν πυρήνων δίδει ὁ πρῶτος μόνον ὅρος, ἤτοι

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \qquad (4.31).$$

'Η (4.31) δύναται νά γραφῇ·

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_A t} \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right]$$

$$= \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right] \qquad (4.32).$$

## 4.5. Μόνιμος ραδιενεργός 'ισορροπία

'Υπάρχουν, μεταξύ τοῦ μητρικοῦ καί τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, ὡρισμέναι σχέσεις αἵτινες εἶναι μεγάλης σπουδαιότητος. Πρόκειται περί τῶν καταστάσεων ἰσορροπίας, κατά τήν ἀποκατάστασιν τῶν ὁποίων ἡ μεταξύ τοῦ μητρικοῦ καί θυγατρικοῦ σχέσις ραδιενεργείας ἤ ποσότητος καθίσταται ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου.

'Η πρώτη ἐκ τῶν εἰδῶν ἰσορροπίας λαμβάνει χώραν ὅταν

$\lambda_B \gg \lambda_A$, ήτοι όταν $t^B_{1/2} \ll t^A_{1/2}$. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην τό μητρικόν εἶναι πολύ μακροβιώτερον τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου καί ἐπομένως ἡ διάσπασις τοῦ μητρικοῦ εἶναι ἀμελητέα ἐναντι τῆς διασπάσεως τοῦ θυγατρικοῦ.

Βάσει τῶν ἀνωτέρω ($\lambda_B \gg \lambda_A$), ἡ ἐξίσωσις (4,32) ἁπλοποιεῖται εἰς

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A (1 - e^{-\lambda_B t}) \qquad (4.33).$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δίδει τήν ποσότητα τοῦ θυγατρικοῦ ἥτις ἐδημιουργήθη εἰς χρόνον t. Διά $t=0$, $N_B=0$, ἥτις ἀπετέλει τήν ἀρχικήν προϋπόθεσιν διά τήν χρησιμοποίησιν τῆς σχέσεως (4.32) ἀντί τῆς (4.30). Διά χρόνον t ἐπαρκῶς μεγάλον, τό $e^{-\lambda_B t}$ καθίσταται λίαν μικρόν καί ὡς ἐκ τούτου παραλείπεται. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἐξίσωσις (4.33) καθίσταται:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{t^B_{1/2}}{t^A_{1/2}} \qquad (4.34).$$

Ἐπομένως θά εἶναι

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B \qquad (4.35).$$

Ἡ σχέσις αὕτη δηλοῖ ὅτι

$$A_A = A_B \qquad (4.36).$$

Δηλαδή ἡ ραδιενέργεια τοῦ μητρικοῦ εἶναι ἴση μέ τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου. Ἡ κατάστασις αὕτη καθ'ἥν αἱ δύο ραδιενέργεια εἶναι ἴσαι ἤ, ὅπερ τό αὐτό, ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου B οἱ ὁποῖοι διασπῶνται εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν σχηματιζομένων πυρήνων τοῦ νουκλιδίου B, χαρακτηρίζεται ὡς μόνιμος ἰσορροπία. Εἰς τήν κατάστασιν ἰσορροπίας ὁ λόγος τῆς ποσότητος τῶν νουκλιδίων παραμένει σταθερός. Ἡ ποσότης τοῦ ἐν ἰσορροπίᾳ θυγατρικοῦ νουκλιδίου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ

λόγου τῶν χρόνων ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ καί τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, ἀλλά καί ἐκ τῆς ποσότητος τοῦ μητρικοῦ νουκλιδίου. Τοῦτο καθίσταται σαφές ἐκ τῆς σχέσεως (4.34).

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.33) προκύπτει ὅτι ὁ χρόνος ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου καί ὄχι τοῦ μητρικοῦ. Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (4.33)

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{t^B_{1/2}}$$

καταλήγομεν εἰς τήν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t^B_{1/2}}\right] \qquad (4.37)$$

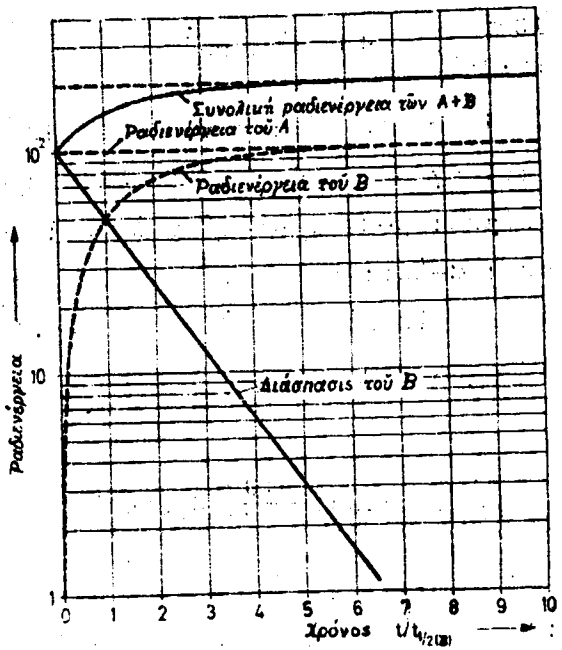
ἐκ τῆς ὁποίας καταφαίνεται ὅτι διά $t \approx 10 t^B_{1/2}$ ἀποκαθίσταται ἡ μόνιμος ἰσορροπία τῆς ἐξισώσεως (4.34).

Τό σχῆμα 4.6 ἀποδίδει τήν περίπτωσιν τῆς μονίμου ἰσορροπίας. Ἡ ραδιενέργεια $A_A = \lambda_A N^0_A = \lambda_A N_A$ εἰς τήν ἰσορροπίαν εἶναι ἴση μέ τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ $A_B$. Ἡ συνολική ραδιενέργεια εἶναι διπλασία ($A = A_A + A_B$). Ἰδιαιτέρως πρέπει νά τονισθῆ ὅτι μετά πάροδον πολλοῦ χρόνου, ὅλα τά μέλη μιᾶς σειρᾶς ραδιενεργῶν νουκλιδίων, προερχομένων ἐκ τοῦ λίαν μακροβίου μητρικοῦ, θά φθάσουν εἰς τήν κατάστασιν ἰσορροπίας, ὅτε θά ἰσχύῃ, κατ' ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (4.35),

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B = \lambda_C N_C = \ldots \qquad (4.38)$$

Ἡ ἁπλῆ αὕτη σχέσις εἶναι ἰδιαιτέρου πρακτικοῦ ἐνδιαφέροντος. Π.χ. εἰς τήν σειράν τοῦ $^{238}U$

$$^{238}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}Th \xrightarrow{\beta} {}^{234m}Pa \xrightarrow{\beta} {}^{234}U \xrightarrow{\alpha} {}^{230}Th \xrightarrow{\alpha} {}^{226}Ra \xrightarrow{\alpha} \longrightarrow {}^{222}Rn \text{ κλπ.} \qquad (4.39)$$




Σχ. 4.6. Μόνιμος ραδιενεργός ἰσορροπία. Συνολική καί ἐπί μέρους ραδιενέργεια συναρτήσει τοῦ χρόνου.

μολονότι πολλά νουκλίδια τῆς σειρᾶς ἔχουν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ μεγαλύτερον προηγουμένου τινός, ἐν τούτοις, ἤτοι ἐν συγκρίσει πρός τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $^{238}U$, εἶναι λίαν μικρός καί ἄρα εἰς τεμάχιον $^{238}U$ εἰς τό ὁποῖον ἀποκατεστάθη ἡ ἰσορροπία, ὅλα τά μέλη τῆς σειρᾶς θά εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ. Δυνάμεθα ἑπομένως νά ὑπολογίσωμεν τήν ποσότητα τοῦ $^{226}Ra$ ὅπερ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μετά 1 gr $^{238}U$, βάσει τῆς σχέσεως (4.34).

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} = \frac{t_{1/2}(Ra)}{t_{1/2}(U)} \qquad (4.34)$$

ἤ

$$N_{Ra} = N_U \frac{t_{1/2}(Ra)}{t_{1/2}(U)}$$

Ἀλλά $N_U = \frac{1}{238}\, 6,02.10^{23}$, $t_{1/2}(Ra) = 1622y$ καί

$t_{1/2}(U) = 4,5.10^9 y$, καί $N_{Ra} = \frac{X gr.\, Ra}{226}\, 6,02.10^{23}$

Ἄρα $$\frac{X_{(Ra)}}{226}\, 6,02.10^{23} = \frac{1}{238}\, \frac{1622}{4,5.10^9}\, 6,02.10^{23}$$

ἤ $$X_{(Ra)} = \frac{226}{238} \cdot \frac{1622}{4,5.10^9} \approx 3,4 10^{-7} \text{grRα/grU}$$

Δηλαδή ἐν ἰσορροπίᾳ πρός 1 gr $^{238}U$ εὑρίσκονται $3,4.10^{-7}$grRα. Ἐάν ἐξετάσωμεν τήν ραδιενεργόν σειράν τῆς (4.39) παρατηροῦμεν ὅτι τό $^{234m}Pa$ ἐκπέμπει β–ἀκτινοβολίαν ὡς καί τό $^{234}Th$, ἐνῶ τό $^{238}U$ ἐκπέμπει α–ἀκτινοβολίαν.

Κατά τήν μόνιμον ἰσορροπίαν, ἰσχύει ἡ σχέσις (4.38) καί ἐπομένως εἰς 1 mgr $^{238}U$ θά ἔχωμεν

$$\lambda_{Pa} N_{Pa} = \lambda_U N_U$$

$$= \frac{0,693}{4,5.10^9.365.24.60,60} \cdot \frac{10^{-3}}{238} 6,02 10^{23}$$

$$= 12,3 \text{ dps}$$

Ἐπομένως ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{234m}Pa$, $A=\lambda_{Pa} N_{Pa}$ εἶναι 12,3 διασπάσεις κατά δευτερόλεπτον ἤ 0,33 nCi (1 nCi=37 dps). Ἐάν λοιπόν ζυγίσωμεν 1 $mg_T$ $^{238}U$, θά ἔχωμεν ἓν παρασκεύασμα ὅπερ ἐκπέμπει $12,3 \times 60 \approx 740$ $\beta^-$–σωμάτια κατά λεπτόν. Ἡ ἐνέργεια τῶν $\beta^-$–σωματίων τοῦ $^{234m}Pa$ εἶναι 2,29 MeV, ἥτις εἶναι ἐπαρκής διά τήν εὔκολον μέτρησιν. Ἐάν θέσωμεν ἐπί τοῦ παρασκευάσματος λεπτόν φύλλον Al, παρεμποδίζομεν τήν δίοδον τῆς ἀσθενοῦς β–ἀκτινοβολίας τοῦ $^{234}Th$(0,191 MeV) ὡς καί τῆς α–ἀκτινοβολίας τοῦ $^{238}U$ (ὡς καί τοῦ $^{235}U$ καί $^{234}U$ ἅτινα περιέχονται εἰς λίαν μικράς ποσότητας εἰς τό φυσικόν U). Τό παρασκεύασμα τοῦτο δύναται πλέον νά χρησιμοποιηθῇ ὡς παρασκεύασμα ἀναφορᾶς διά τόν προσδιορισμόν τῆς ἀποδόσεως τοῦ ἀπαριθμητοῦ βάσει τῆς σχέσεως (4,15). Ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{234m}Pa$ εἶναι ἡ ἀπόλυτος ραδιενέργεια A.

Μία πρακτική χρησιμοποίησις τῆς ραδιενεργοῦ μονίμου ἰσορροπίας εἶναι ἡ χρησιμοποίησις τοῦ $^{90}Sr$ διά τήν μέτρησιν τοῦ πάχους ὑλικοῦ. Ἡ πηγή $^{90}Sr$ συνδυάζει δύο

ἀντιθέτους ἰδιότητας. Μεγάλον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ καί μεγάλην ἐνέργειαν. Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως τά μεγάλης ἐνεργείας (2,27 MeV) β-σωμάτια δέν προέρχονται ἐκ τοῦ $^{90}Sr$, τό ὁποῖον ἐκπέμπει β-σωμάτια ἐνεργείας μόνον 0,546 MeV, ἀλλ' ἐκ τοῦ θυγατρικοῦ $^{90}Y$, ὅπερ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μέ τό $^{90}Sr$. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $^{90}Sr$ εἶναι $t_{1/2}=28,1$ ἔτη, ἐνῶ τοῦ $^{90}Y$ εἶναι $t_{1/2}=64$ h. Δηλαδή τό βραχύβιον $^{90}Y$ δίδει τά μεγάλης ἐνεργείας β-σωμάτια, ἐνῶ τό μακρόβιον $^{90}Sr$ ἀποτελεῖ τήν σταθεράν πηγήν τοῦ $^{90}Y$.

Εἰς τά ραδιοχημικά ἐργαστήρια συχνάκις χρησιμοποιεῖται ἐπίσης ἡ ἄμελξις, ἐκ τινος μητρικοῦ μακροβίου διαλύματος, ἑνός βραχυβίου θυγατρικοῦ, ὡς π.χ. τοῦ $^{90}Y$ ἐκ τοῦ $^{90}Sr$, τοῦ $^{234}Th$ ἐκ τοῦ $^{238}U$ κλπ.

## 4.6. Μονάς ραδιενεργείας.

Καθ' ὅμοιον πρός τόν προηγουμένως ἀναφερθέντα τρόπον, ἡ ποσότης τοῦ $^{222}Rn$ ἐν ἰσορροπίᾳ μέ 1 gr Ra εὑρίσκεται ὅτι εἶναι (διά $t_{1/2}\,Rn = 3,825$ d)

$$X_{Rn} = \frac{222}{226}\ \frac{3,825}{1622.365} \approx 6,53.10^{-6}\,grRn/grRa$$

Ἡ ποσότης αὕτη τοῦ ραδονίου ἤτις εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μέ ἕν γραμμάριον ραδίου ὡρίσθη ἀρχικῶς ὡς μονάς "Curie".

Βάσει τῆς σχέσεως (4.1) θά ἔχωμεν διά τήν περίπτωσιν τοῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ πρός 1 gr Ra, ραδονίου

$$\frac{-dN}{dt} = \lambda N$$

$$= \frac{1n2}{t_{1/2}} \cdot N_{Rn}$$

$$= \frac{0,693}{3,825.24.60.60}\ \frac{6,53.10^{-6}}{222}\ 6,02.10^{23}$$

$= 3,7.10^{10}$ διασπάσεις/δευτερόλ. (4.40)

Ἐνῶ λοιπόν ἀρχικῶς ἐλήφθη ἡ ραδιενέργεια ἑνός γραμμαρίου ραδίου ὡς ἡ μονάς Curie, καθιερώθη ἀργότερον, παρά τάς παρατηρηθείσας μικράς ἀποκλίσεις, νά θεωρῆται γενικῶς ὡς μονάς Curie ἡ ποσότης οἱουδήποτε ραδιενεργοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς $3,7.10^{10}$ διασπάσεις κατά δευτερόλεπτον,

ἤτοι 1 Curie (1 Ci)= $3,7.10^{10}$ διασπάσεις/δευτερ. (4.41),

1 mCi ἀντιστοιχεῖ ἐπομένως εἰς $3,7.10^{7}$ dps/διασπάσεις / δευτερόλεπτον, καί 1 μCi ἀντιστοιχεῖ εἰς $3,7.10^{4}$ dps.

Εἰς τά συνήθη ραδιοχημικά ἐργαστήρια αἱ χρησιμοποιούμεναι ραδιενέργειαι, διά πειράματα, εἶναι συνήθως τῆς τάξεως 1mCi–1μCi. Παρασκευάσματα εἰς τήν περιοχήν τοῦ mCi θεωροῦνται ὡς μέσης ραδιενεργείας καί πρέπει νά λαμβάνωνται εἰδικά μέτρα προφυλάξεως. Ἡ σχέσις μεταξύ ραδιενεργείας A καί ποσότητος τοῦ ραδιενεργοῦ παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως

$$m = \frac{N}{N_L} M = \frac{A}{1n2} t_{1/2} \frac{M}{N_L} \qquad (4.42)$$

ἔνθα m=ἡ ποσότης τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου

N=ἀριθμός τῶν ραδιενεργῶν ἀτόμων

M=AB τοῦ νουκλιδίου καί

$N_L$=ὁ ἀριθμός Loschmidt.

Ἡ σχέσις αὕτη προκύπτει ὡς ἑξῆς:

$$-\frac{dN}{dt} = A = \lambda N$$

Ἀλλά $N = \frac{m}{M} N_L$ καί $\lambda = \frac{1n2}{t_{1/2}}$

Ἐκ τούτων εὑρίσκομεν τήν ἐξίσωσιν (4.42)

Οὕτω 1mCi $^{14}C$ ἀντιστοιχεῖ εἰς $0,224.10^{-3}$ gr. Βάσει τῆς

ἐξισώσεως (4.42) ἔχομεν:

$$m=\frac{3,7.10^{7}}{0,693}\ \frac{5730.365.24.60.60.14}{6,02.10^{23}}=0,224.10^{-3}gr$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{14}C)=5730y=5730.365.24.60.60$ sec καί $A=1mCi=$
$=3,7.10^{7}dps$

Ὁμοίως $1mCi$ $^{11}C$ ἀντιστοιχεῖ εἰς $1,2.10^{-11}gr$.

Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.42) ἔχομεν:

$$m=\frac{3,7.10^{7}}{0,693}\ 20,3.60.\ \frac{11}{6,02.10^{23}}=1,2.10^{-12}gr$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{11}C)=20,3$ min$=20,3.60$ sec.

Κατά τόν αὐτόν τρόπον εὑρίσκομεν ὅτι $1mCi$ $^{32}P$ (μέ $t_{1/2}=$ $14,3$ d) ἀντιστοιχεῖ εἰς $3,5.10^{-9}$ gr.

Ἡ ραδιενέργεια κατά μονάδα βάρους ἤ ὄγκου χαρακτηρίζεται ὡς εἰδική ραδιενέργεια

$$A_s=\frac{A}{m}\left[\frac{Ci}{gr}\right] \qquad (4.43)$$

ἤ $$A_s=\frac{A}{V}\left[\frac{Ci}{ml}\right] \qquad (4.44)$$

Ἡ εἰδική ραδιενέργεια χαρακτηρίζει τήν συγκέντρωσιν τοῦ ραδιενεργοῦ εἰς τό δεῖγμα.

Ἐπί παραδείγματι, ἔστω διάλυμα 2 gr NaBr εἰς 10 ml $H_2O$, ραδιενεργείας 4mCi. Εἰς τό διάλυμα τοῦτο περιέχονται 1,54 gr Br (ραδιενεργοῦ καί μή). Συνεπῶς ἡ εἰδική ραδιενέργεια εἶναι 0,4 mCi κατά ml διαλύματος ἤ 4:1,54= 2,6 mCi κατά gr Br.

Εἰς τήν βιβλιογραφίαν συναντᾶται καί ἡ μονάς Rutherford (1 rd). Αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς $10^{6}$ dps.

Ἡ μεταξύ μονάδος Curie καί Rutherford σχέσις εἶναι

$$1\ mCi = 37\ rd \qquad (4.45)$$

## 4.7. Μεταβατική ραδιενεργός ισορροπία.

Ἐπανερχόμενοι εἰς τήν ἐξίσωσιν (4.31), παρατηροῦμεν ὅτι ἐάν εἶναι ἁπλῶς $\lambda_B > \lambda_A$, ἤτοι $t^B_{1/2} < t^A_{1/2}$, ὅτε δέν δυνάμεθα πλέον νά ἀγνοήσωμεν τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ νουκλιδίου, δυνάμεθα ἐφ'ὅσον $\lambda_B > \lambda_A$, νά παραλείψωμεν, διά μεγάλον t, τό $e^{-\lambda_B t}$ ὡς μικρόν ἔναντι τοῦ $e^{-\lambda_A t}$.
Ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις (4.31) ἁπλοποιεῖται εἰς

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N^o_A e^{-\lambda_A t} \qquad (4.46).$$

Ἡ (4.46) βάσει τῆς (4.5) γράφεται

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \qquad (4.47).$$

Πολλαπλασιάζοντες τήν (4.47) ἐπί $\lambda_B$ λαμβάνομεν

$$\lambda_B N_B = \lambda_A N_A \cdot \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \qquad (4.48)$$

ἤτοι

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{t^A_{1/2}}{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}} \qquad (4.49).$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ λόγος τῆς ραδιενεργείας θυγατρικοῦ καί μητρικοῦ εἶναι σταθερός. Ὅταν φθάσωμεν εἰς τήν κατάστασιν ταύτην (ὅτε $e^{-\lambda_B t} \to 0$), ἔχομεν τήν καλουμένην μεταβατικήν ἰσορροπίαν. Ἡ ἀποκατάστασις τῆς μεταβατικῆς ἰσορροπίας, βάσει τῆς ἐξισώσεως (4,32),

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right] \qquad (4,32)$$

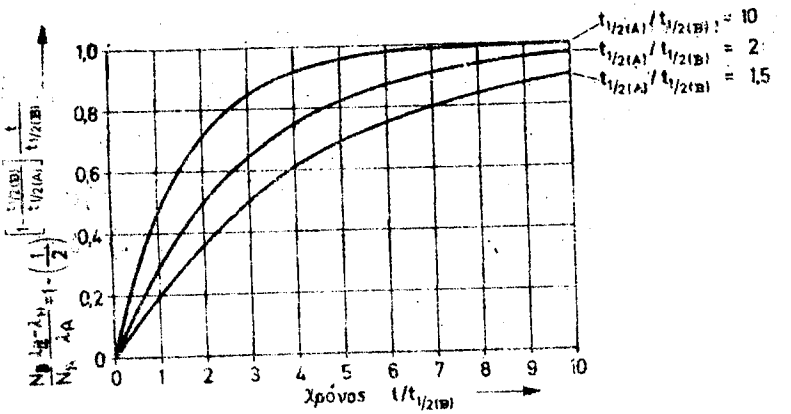
ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς διαφορᾶς $\lambda_B - \lambda_A$. Συνεπῶς, ἐάν ἡ διαφορά μεταξύ τῶν $\lambda_A$ καί $\lambda_B$ εἶναι μικρά, ἀπαιτεῖται μεγαλύτερος χρόνος διά τήν ἀποκατάστασιν τῆς μεταβατικῆς ἰσορροπίας. Θέτοντες εἰς σχέσιν (4.32) ἀντί $\lambda_A, \lambda_B$ τούς χρόνους ὑπο-

διπλασιασμοῦ καταλήγομεν εἰς τήν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{t \left( \frac{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}}{t^A_{1/2} t^B_{1/2}} \right)} \right] \qquad (4.50)$$

Ἄρα ἰσορροπία θά ἀποκατασταθῆ μετά χρόνον $t \geq 10 \left( \frac{t^A_{1/2} t^B_{1/2}}{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}} \right)$

Τό σχῆμα (4.7) ἀποδίδει τόν χρόνον ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας διά διαφόρους σχέσεις $t^A_{1/2} / t^B_{1/2}$.




Σχ. 4.7. Ἀποκατάστασις ραδιενεργοῦ ἰσορροπίας συναρτήσει τοῦ χρόνου.

Μετά τήν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας ἡ ὁλική ραδιενέργεια ὡς καί ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ ἐλαττοῦνται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ, καθ' ὅσον τά θυγατρικά ἄτομα διασπῶνται κατά τήν βραχύβιον ταύτην ἰσορροπίαν μεθ' ἧς σχηματίζονται.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.49) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ, ὅταν ἔχῃ ἀποκατασταθῆ ἡ ἰσορροπία, εἶναι πάντοτε μεγαλυτέρα τῆς ραδιενεργείας τοῦ μητρικοῦ. Ἐπί παραδείγματι κατά τήν μεταβατικήν ἰσορροπίαν μεταξύ $^{140}$Βα καί $^{140}$Εα, ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{140}$Λα διά I(Βα)=1600 cpm, θά εἶναι

$$I(La) = 1600 \cdot \frac{\frac{\ln 2}{1,66}}{\frac{\ln 2}{1,66} - \frac{\ln 2}{12,8}}$$

$$= 1600 . 1,41$$

$$= 1826 \text{ cpm}$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{140}La) = 1,66$ d καὶ $t_{1/2}(^{140}Ba) = 12,8$ d. Ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀπαριθμητοῦ θεωρεῖται ἡ αὐτή.

Τό σχῆμα (4.8) ἀποδίδει μίαν μεταβατικήν ἰσορροπίαν διά $t^A_{1/2}/t^B_{1/2} = 5$.

Ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ συναρτήσει τοῦ χρόνου t παρέχεται, βάσει τῆς σχέσεως (4.31) ὑπό τῆς ἐξισώσεως

$$A_B = \lambda_B N_B = \frac{\lambda_A . \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} N^o_A (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \qquad (4.51).$$

Ἡ ραδιενέργεια αὐτη τοῦ θυγατρικοῦ διέρχεται δι' ἑνός μεγίστου, εἰς χρόνον $t = t'_m$ ὅπερ εὑρίσκεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.51):

$$\frac{dA_B}{dt} = \frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} N^o_A (-\lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_B e^{-\lambda_B t}) = 0 \qquad (4.52)$$

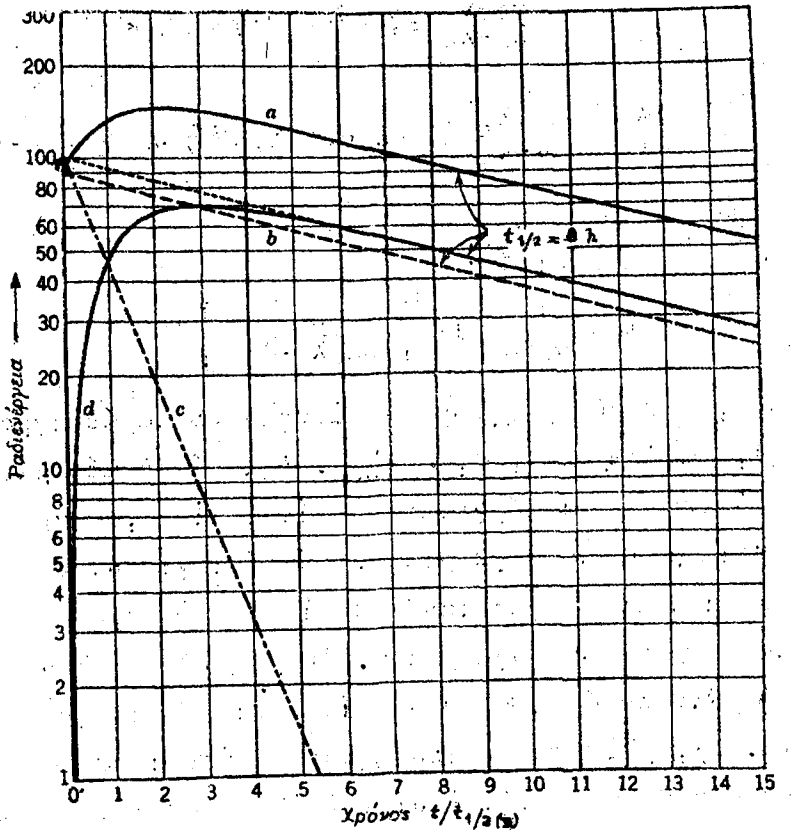
διά $t = t'_m$.

ἤτοι $$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = e^{(\lambda_B - \lambda_A) t'_m} \qquad (4.53)$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι

$$t'_m = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \qquad (4.54).$$

Ἐπί παραδείγματι διά τήν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ εἶναι πέντε φοράς μεγαλύτερος τοῦ θυγατρικοῦ, ἤτοι $\lambda_B = 5\lambda_A$, ἡ σχέσις (4.54) δίδει




Σχ. 4.3. Μεταβατική ἰσορροπία
α=ὁλική ραδιενέργεια-b=ραδιενέργεια μητρικοῦ
c=διάσπασις θυγατρικοῦ, d=αὔξησις ραδιενεργείας θυγατρικοῦ ἐντός τοῦ μητρικοῦ.

$$t'_m = \frac{5}{4}\,\frac{1n5}{\lambda_B} = 2,88\ t^B_{1/2}$$

Ἐπομένως τό μέγιστον εἰς τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ Β θά λάβῃ χώραν εἰς 2,88 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ.

Τό μέγιστον εἰς τήν ὁλικήν ραδιενέργειαν εὑρίσκεται καθ'ὅμοιον τρόπον. Δεδομένου ὅτι

$$A_{o\lambda}=A_B+A_A$$

$$=\frac{\lambda_A\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\,N_A^o\left(e^{-\lambda_A t}-e^{-\lambda_B t}\right)+\lambda_A N_A^o e^{-\lambda_A t} \qquad (4.55)$$

ἔπεται ὅτι $\frac{dA_{o\lambda}}{dt}=\frac{\lambda_A.\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}N_A^o\left(-\lambda_A e^{-\lambda_A t}+\lambda_B e^{-\lambda_B t}\right)-\lambda_A^2 N_A^o\ e^{-\lambda_A t}=0$ (4.56)

διά $t = t_m$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι

$$t_m=\frac{1}{\lambda_B-\lambda_A}\,\ln\left[\frac{\lambda_B^2}{2\lambda_A\lambda_B-\lambda_A^2}\right] \qquad (4.57).$$

Ἐπομένως, διά τό προηγουμένως ἀναφερθέν παράδειγμα ($\lambda_B=5\lambda_A$), θά ἔχωμεν $t_m=1,84\ t^B_{1/2}$. Δηλαδή τό μέν μέγιστον εἰς τήν ὁλικήν ραδιενέργειαν θά εἶναι εἰς 1,84 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ, τό δέ μέγιστον εἰς τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ θά εἶναι εἰς 2,38 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ. Ἡ μεταβατική ἰσορροπία διά τό ὡς ἄνω παράδειγμα ἀποκαθίσταται βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.50), μετά 10 περίπου χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ, μετά τήν ὁποίαν ἡ ὁλική ραδιενέργεια ὡς καί ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ ἐλαττοῦνται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ.

## 4.8. Βραχύβιον μητρικόν νουκλίδιον.

Μία τρίτη περίπτωσις εἶναι ὅταν τό μητρικόν νουκλίδιον ἔχῃ χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ μικρότερον τοῦ θυγατρικοῦ, ἤτοι ὅταν τό μητρικόν νουκλίδιον εἶναι πλέον βραχύβιον τοῦ θυγατρικοῦ ($\lambda_A > \lambda_B$, $t^B_{1/2} > t^A_{1/2}$). Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην δέν ἀποκαθίσταται ἰσορροπία. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἀρχικῶς δέν ὑπῆρχε θυγατρικόν ($N_B^o=0$), ἡ ὁλική ραδιενέργεια $A_{o\lambda}$ παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (4.55),

μέ τήν διαφοράν ὅτι ὁ ὅρος $\lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t}$ τῆς σχέσεως ταύτης ὅστις παριστᾷ τήν ραδιενέργειαν τοῦ μητρικοῦ, καθίσταται ἐντός βραχέος χρόνου ἀμελητέος. Δηλαδή τό μητρικόν νουκλίδιον διασπᾶται ἐνωρίτερον τοῦ θυγατρικοῦ. Ἐπομένως μετά τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ, τό θυγατρικόν Β βέν δημιουργεῖται πλέον ἐκ τοῦ Α, ἀλλα διασπαται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ αὐτοῦ (Β). Ἐκ τῆς σχέσεως (4.51) ἤ (4.32) ἔχομεν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_A^0 e^{-\lambda_B t} (1 - e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}) \qquad (4.58)$$

Ἐφ'ὅσον μέ τήν πάροδον τοῦ χρόνου ὁ ὅρος $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$ καθίσταται ἀμελητέος ($e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} \ll 1$), θά ἔχωμεν

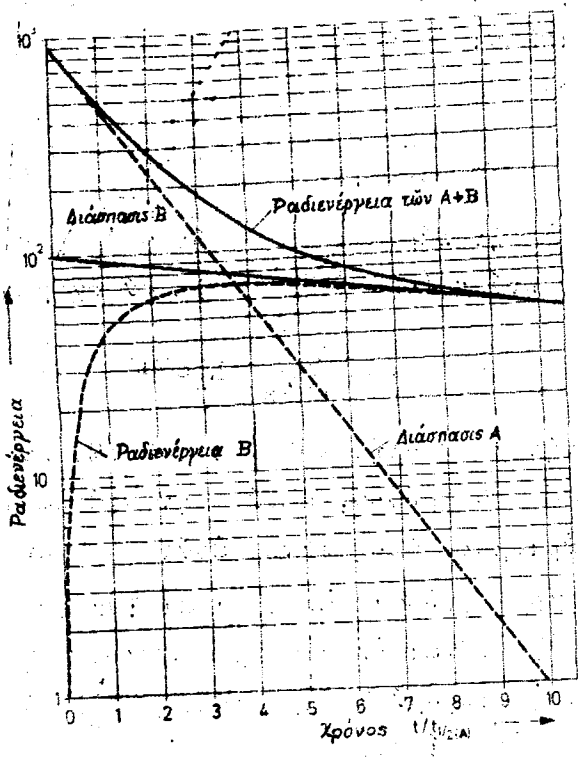
$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_A^0 e^{-\lambda_B t} \qquad (4.59)$$

ἤτις δίδει τήν μεταβολήν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων τοῦ θυγατρικοῦ μετά τοῦ χρόνου, μετά τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ. Ὁ ἀριθμός οὗτος εἶναι ἀνάλογος τοῦ $N_A^0$. Εἶναι σαφές ὅτι ὁ χρόνος, ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ἰσχύῃ ἡ ἐξίσωσις (4.59), ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὅρου $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$ τῆς ἐξισώσεως (4.58). Ἐάν ἡ διαφορά $\lambda_A - \lambda_B$ εἶναι μεγάλη, ὁ χρόνος οὗτος εἶναι μικρός καί ἀντιστρόφως. Ἑπομένως, μετά τινα ραδιοχημικόν διαχωρισμόν, πρέπει ν'ἀναμένωμεν ἐπί τινα χρόνον διά νά παρατηρήσωμεν τήν διάσπασιν τοῦ μακροβιωτέρου θυγατρικοῦ. Ἐάν π.χ. ἀρκεσθῶμεν εἰς τήν σχέσιν $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} = 0,01$, τότε ὁ χρόνος οὗτος t θά εἶναι

$$t = \frac{\log 100}{\log 2} \frac{t_{1/2}^A \cdot t_{1/2}^B}{t_{1/2}^B - t_{1/2}^A}$$

Οὕτω διά τήν περίπτωσιν τοῦ διαγράμματος (4.9) ἔνθα $t_{1/2}^A = 0,8$ καί $t_{1/2}^B = 8,0h$, προκύπτει $t \approx 6h$.

Τό μέγιστον τῆς ραδιενεργείας τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, $t'_m$, παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (4.54). Ἡ ἐξίσωσις (4.57) δέν ἰσχύει εἰς τήν ἐξεταζομένην ταύτην περίπτωσιν τῆς μή ἰσορροπίας. Μία τυπική καμπύλη δι' ἕν τοιοῦτον σύστημα παρίσταται εἰς τό σχῆμα (4.9).




Σχ. 4.9. Μή ἰσορροπία. Βραχύβιον μητρικόν.

Παρατηροῦμεν ὅτι τό $t'_m$ διά τήν καμπύλην ταύτην, εἰς ἥν $t^B_{1/2}$=8h, παρατηρεῖται εἰς χρόνον $0,368\, t^B_{1/2}$ h, ἤτοι 2,95 h. Ἐκ τῆς (4.59) προκύπτει ὅτι ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ B, μετά τήν διάσπασίν του μητρικοῦ εἶναι

$$A_B=\lambda_B N_B=\frac{\lambda_A\cdot\lambda_B}{\lambda_A-\lambda_B}\,N^o_A e^{-\lambda_B t} \qquad (4.60)$$

Θεωροῦντες ἤδη ὅτι $\lambda_A \gg \lambda_B$, διά προεκτάσεως εἰς χρόνον t=0, λαμβάνομεν

$$A_B = \lambda_B N_A^0 \qquad (4.61)$$

ἀντί τῆς τιμῆς μηδέν. Ἡ φαινομένη αὕτη ραδιενέργεια ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι ἡ ταχεῖα διάσπασις τῶν $N_A^0$ ἀτόμων δημιουργεῖ ἀμέσως ἄτομα $N_B$, οὕτως ὥστε νά ἐμφανίζηται, ὅτι ἡ $N_A^c$ ἔχει τήν τιμήν τῆς προεκτάσεως τῆς $N_B$ διά χρόνον t=0. Ἡ σχέσις μεταξύ τῆς φαινομένης ραδιενεργείας, τῆς λαμβανομένης ἐκ προεκτάσεως εἰς t=0, $\lambda_B N_A^0$, πρός τήν ἀρχικήν ραδιενέργειαν $\lambda_A N_A^0$, δίδει τόν λόγον τῶν χρόνων ὑποδιπλασιασμοῦ

$$\frac{\lambda_B N_A^0}{\lambda_A N_A^0} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{t^A_{1/2}}{t^B_{1/2}} \qquad (4.62).$$

Ἀπόκλισις ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑποδηλοῖ μή κανονικότητα τοῦ ληφθέντος διαγράμματος.

## 4.9. Διαδοχικαί ραδιενεργοί διασπάσεις.

Ἐάν ἡ ραδιενεργός διάσπασις τοῦ θυγατρικοῦ ὁδηγῇ εἰς ἕτερον ραδιενεργόν C, ἡ διαφορά τῆς χρονικῆς αὐξήσεως καί διασπάσεως αὐτοῦ δίδει τήν χρονικήν μεταβολήν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων τοῦ νουκλιδίου C, ἤτοι

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \qquad (4.63).$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐξισώσεως (4.21), ἀλλ ἡ λύσις αὐτῆς εἶναι πλέον ἐπίπονος καθ'ὅσον ἡ $N_2$ εἶναι πλέον πολύπλοκος συνάρτησις ἐν σχέσει πρός τήν $N_1$.

Κατ'ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (4.63) θά ἔχωμεν καί διά τό νυοστόν μέλος τῆς ραδιενεργοῦ σειρᾶς,

$$\frac{dN_n}{dt}=\lambda_{n-1}\,N_{n-1}-\lambda_n N_n \qquad (4.64).$$

'Ο Bateman έδωσεν τήν γενικήν λύσιν εἰς τήν περίπτωσιν ραδιενεργοῦ ἀλύσου ἐκ n-μελῶν, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι ἀρχικῶς (t=0) παρευρίσκετο μόνον τό μητρικόν νουκλίδιον, ἤτοι $N_2^o=N_3^o=\ldots=N_n^o=0$, καί $N_1^o\neq 0$.

'Η λύσις αὐτη εἶναι:

$$N_n=C_1 e^{-\lambda_1 t}+C_2 e^{-\lambda_2 t}+\ldots+C_n e^{-\lambda_n t} \qquad (4.65)$$

ἔνθα

$$C_1=\frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{(n-1)}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_n-\lambda_1)}N_1^o$$

$$C_2=\frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{(n-1)}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_n-\lambda_2)}N_1^o \qquad (4.66)$$

κ.λ.π.

'Επί παραδείγματι διά τήν ἄλυσον ἐκ 3 μελῶν

$$1\longrightarrow 2\longrightarrow 3 \qquad (4.67)$$

θά ἔχωμεν:

$$N_3=C_1 e^{-\lambda_1 t}+C_2 e^{-\lambda_2 t}+C_3 e^{-\lambda_3 t} \qquad (4.68)$$

ἔνθα

$$C_1=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}N_1^o$$

$$C_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}N_1^o$$

$$C_3=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}N_1^o$$

'Επομένως ἡ (4.68) γράφεται:

$$N_3=N_1^o\left[\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_2 t}+\right.$$
$$\left.+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}e^{-\lambda_3 t}\right] \qquad (4.69)$$

Ἐάν τό τελευταῖον εἶναι σταθερόν, ἤτοι ἐάν $\lambda_3=0$, ἡ (4.69) ἁπλοποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$N_3=N_1^o\left[\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)\cdot(-\lambda_1)}\,e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)\cdot(-\lambda_2)}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}\,e^{-o}\right]$$

$$=N_1^o\left[-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\,e^{-\lambda_2 t}+1\right] \qquad (4.70).$$

Ἀλλά $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}=\dfrac{\lambda_2-\lambda_1+\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}=1+\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}$

καί ἄρα ἡ (4.70) καθίσταται

$$N_3=N_1^o\left[-e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\,e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\,e^{-\lambda_2 t}+1\right]$$

$$=N_1^o\left[1-e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)\right]$$

$$=N_1^o-N_1^o\,e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^o\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad (4.71).$$

Ἡ σχέσις (4.71) δηλοῖ ὅτι

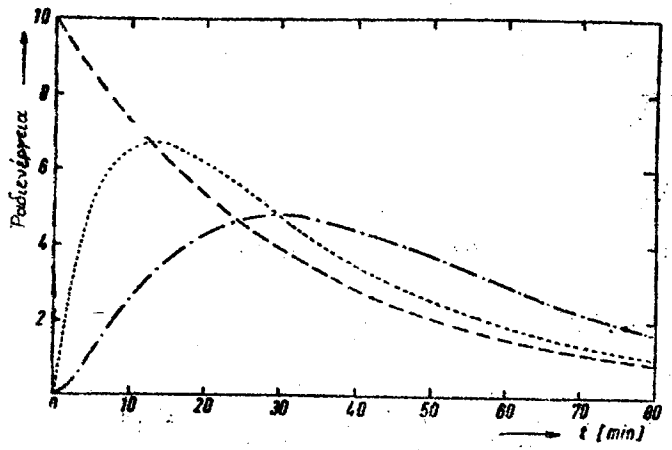
$$N_3=N_1^o-N_1-N_2=N_1^o-(N_1+N_2) \qquad (4.72)$$

ἤτοι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου 3, ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν τῶν ὑπαρχόντων ἀτόμων τῶν νουκλιδίων 1 καί 2 ἀπό τόν ἀρχικόν ἀριθμόν τοῦ 1. Τοῦτο εἶναι προφανές διότι, ἐφ' ὅσον δέν ἔχομεν ἀπώλειαν ἀτόμων, πρέπει εἰς οἱανδήποτε χρονικήν στιγμήν νά ἰσχύῃ

$$N_1^o=N_1+N_2+N_3$$

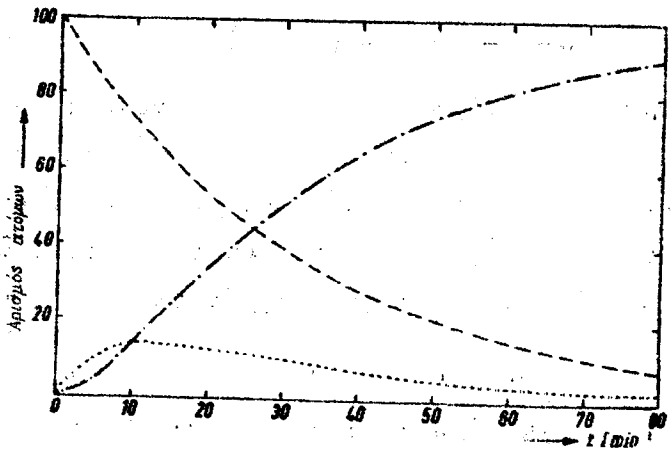
Τό σχῆμα (4.10) ἀποδίδει τήν σχέσιν (4.69). Τό ἀρχικόν νουκλίδιον μέ $t_{1/2}=22$ min διασπᾶται εἰς τό θυγατρικόν

μέ $t_{1/2}$=4,5 min καί τοῦτο εἰς τό τρίτον ραδιενεργόν (ἐγγονός) μέ $t_{1/2}$=10 min. Ἀρχικῶς $N_2^0=N_3^0=0$.




Σχ. 4.10. Σχέσις ραδιενεργείας -χρόνου δι'ἄλυσον 3 μελῶν.

Ἐάν τό τρίτον ραδιενεργόν εἶναι σταθερόν, τότε ἡ σχέσις (4.70) ἀποδίδεται εἰς τό σχῆμα (4.11). Παρατηροῦ-

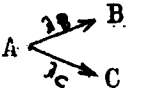



Σχ. 4.11. Σχέσις ἀτόμων-χρόνου δι'ἄλυσον 3 μελῶν ἔνθα τό τελικόν προϊόν εἶναι σταθερόν.

μεν ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου συνεχῶς αὐξάνει. Εἰς οἱονδήποτε χρόνον t πρέπει τό ἄθροισμα τῶν ἀτόμων τῶν τριῶν νουκλιδίων νά εἶναι ἴσον πρός $N_0^0$.

## 4.10. Διακλαδιζομένη ραδιενεργός διάσπασις.

Εἶναι δυνατόν ἕν ραδιενεργόν νουκλίδιον νά ὑφίσταται διάσπασιν κατά δύο τρόπους ὡς δεικνύεται κατωτέρω




Τοιαῦται διασπάσεις ἀπαντῶνται κυρίως εἰς ραδιενεργά νουκλίδια τύπου π–π ὡς $^{40}_{19}K$, $^{64}_{29}Cu$ $^{130}_{55}Cs$ κλπ. ὡς καί εἰς τάς ραδιενεργούς σειράς τοῦ U καί Th. Τό νουκλίδιον B σχηματίζεται μέ ταχύτητα $\lambda_B N_A$, ἀλλά τό Λ διασπᾶται μέ ταχύτητα $(\lambda_B+\lambda_C)N_A$.

Ἤτοι
$$\frac{-dN_A}{dt}=(\lambda_B+\lambda_C)N_A$$
$$=\lambda_A N_A$$

Ἐπομένως δι' ὁλοκληρώσεως λαμβάνομεν

$$N_A=N_A^0 e^{-(\lambda_B+\lambda_C)t}$$

καί
$$t_{1/2}=\frac{1n2}{\lambda_B+\lambda_C}.$$

Γενικῶς δέ, θά ἔχωμεν

$$\lambda_{\text{ὁλικόν}}=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\ldots\lambda_n \qquad (4.73).$$

Οἱ μερικοί χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ συνδέονται πρός τάς μερικάς σταθεράς διασπάσεως διά τῆς γνωστῆς σχέσεως

$$t_{1/2\,(n)}=\frac{1n2}{\lambda_n} \qquad (4.74).$$

Τό κλάσμα τῆς διασπάσεως, ἥτις λαμβάνει χώραν κατά δεδομένον τρόπον, θά εἶναι

$$X_n = \frac{\lambda_n}{\lambda_{\text{ὁλικόν}}} \qquad (4.75)$$

Ἐπί παραδείγματι τό $^{130}_{55}Cs$ διασπᾶται μέ ὁλικόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2(\text{ὁλικόν})} = 30$ min, δι' ἐκπομπῆς $\beta^+$-σωματίων καί $\beta^-$-σωματίων ὑπό τήν ἀναλογίαν 27,5 $\beta^+$ καί 1$\beta^-$. Ἑπομένως

$$\lambda_{(\text{ὁλικόν})} = \frac{1n2}{30.60} = 3,85.10^{-4}\ \text{sec}^{-1}$$

Ἐφ' ὅσον τό κλάσμα τῆς $\beta^-$-διασπάσεως εἶναι $\frac{1}{28,5}$

ἄρα $$X_{\beta^-} = \frac{1}{28,5} = \frac{\lambda_{\beta^-}}{\lambda_{(\text{ὁλικόν})}} = \frac{\lambda_{\beta^-}}{3,85.10^{-4}}$$

ἤ $$\lambda_{\beta^-} = \frac{3,85.10^{-4}}{28,5} = 1,35.10^{-5}\ \text{sec}^{-1}$$

Κατά συνέπειαν τό $t_{1/2}$ τῆς $\beta^-$-διασπάσεως εἶναι

$$t_{1/2(\beta^-)} = \frac{1n2}{\lambda_{\beta^-}} = \frac{0,693}{1,35.10^{-5}} = 14,3\text{h}$$

Πρέπει νά σημειωθῆ ὅτι οἱ μερικοί χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ ἔχουν τυπικήν μόνον σημασίαν καθ' ὅσον ἔχομεν μόνον ἕναν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τόν ὁλικόν ὅστις ἐξορισμοῦ σχετίζεται μέ τήν ὁλικήν ταχύτητα διασπάσεως, ἀνεξαρτήτως τοῦ μηχανισμοῦ διασπάσεως.

## 5. ΠΥΡΗΝΙΚΑΙ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ

### 5.1. Γενικά.

Ὑπό τόν ὅρον "πυρηνική ἀντίδρασις" νοεῖται γενικῶς ἡ ἀντίδρασις ἑνός νουκλεονίου, πυρῆνος ἤ φωτονίου μεθ' ἑνός πυρῆνας πρός σχηματισμόν ἑτέρου ἤ ἑτέρων πυρήνων. Εἰς τόν ὁρισμόν ταῦτον περιλαμβάνεται καί ἡ σχάσις. Τό γενικόν σχῆμα μιᾶς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως εἶναι, κατ'ἀντιστοιχίαν πρός τάς χημικάς ἀντιδράσεις,

$$A+x \longrightarrow B+y \qquad (5.1)$$

ἔνθα A=ὁ ἀρχικός πυρήν, x=τό βλῆμα, B=ὁ σχηματιζόμενος πυρήν καί y=ἐξερχόμενον σωμάτιον ἤ σωμάτια ἤ φωτόνια.

Ἡ ραδιενεργός διάσπασις ἀποτελεῖ αὐθόρμητον πυρηνικήν ἀντίδρασιν μή ἐπηρεαζομένην ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν συνθηκῶν. Τό σχῆμα ταύτης δύναται νά παρασταθῇ ὡς κάτωθι,

$$A \longrightarrow B+y \qquad (5.2).$$

Εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἐπίσης περιλαμβάνεται καί ἡ σκέδασις. Κατά τήν σύγκρουσιν, γενικῶς, ἑνός σωματίου μετά τοῦ πυρῆνος δύναται νά λάβῃ χώραν σκέδασις, ἐλαστική ἤ μή ἐλαστική, ἤ ἀντίδρασις.

Κατά τήν ἐλαστικήν σκέδασιν, λόγῳ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως ὁρμῆς καί ἐνεργείας, τό σωμάτιον ἀποδίδει μικρόν μέρος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας αὐτοῦ εἰς τόν πυρῆνα, ἀλλ' ἡ ὁλική κινητική ἐνέργεια παραμένει ἡ αὐτή πρό καί μετά τήν κρούσιν. Τό σχῆμα τῆς ἀντιδράσεως ἐλαστικῆς σκεδάσεως

εἶναι $$A+x \longrightarrow A+x \qquad (5.3).$$

Ἐπομένως εἰς τήν ἐλαστικήν σκέδασιν δυνάμεθα νά εἴπωμεν ὅτι τά προϊόντα εἶναι τά αὐτά μέ τά ἀντιδρῶντα.

Εἰς τήν μή ἐλαστικήν σκέδασιν ὁ πυρήν μεταπίπτει εἰς διηγερμένην κατάστασιν διά μεταβιβάσεως εἰς τοῦτον μέρους τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ σωματίου. Τό σχῆμα τῆς μή ἐλαστικῆς σκεδάσεως, κατά ταῦτα, εἶναι:

$$A+x \longrightarrow A^*+x \qquad (5.4).$$

Ἐκ τῆς διηγερμένης καταστάσεως ὁ πυρήν μεταπίπτει εἰς τήν βασικήν κατάστασιν δι' ἐκπομπῆς γ-ἀκτινοβολίας. Ἡ μέτρησις τῆς διαφορᾶς ἐνεργείας ΔΕ εἰς μίαν μή ἐλαστικήν σκέδασιν ἐπιτρέπει τόν καθορισμόν τοῦ ἐνεργειακοῦ διαγράμματος τοῦ νουκλιδίου Α. Διά τόν λόγον τοῦτον ἔχουν ἰδιαιτέραν σημασίαν εἰς τήν πυρηνικήν φυσικήν. Εἰς τήν Χημείαν δέν ἔχουν πρός τό παρόν ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον καί ὡς ἐκ τούτου δέν ἐξετάζονται ἐνταῦθα.

Μέ ἐξαίρεσιν τήν περίπτωσιν τῆς σκεδάσεως, δυνάμεθα νά εἴπωμεν ὅτι ἡ κυρία διαφορά μεταξύ πυρηνικῶν καί χημικῶν ἀντιδράσεων εἶναι ὅτι εἰς μέν χημικάς ἀντιδράσεις ἔχομεν διατήρησιν τοῦ εἴδους τοῦ ἀτόμου ἤ ἀτόμων τῶν στοιχείων, εἰς δέ τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις δημιουργοῦνται ἕτερα νουκλίδια (ἰσότοπα ἤ μή ἰσότοπα).

Πέραν τούτου, εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις εἶναι δυνατή ἡ παρακολούθησις ὀλίγων σωματίων ἤ πυρήνων, ἐνῶ εἰς τάς χημικάς ἀντιδράσεις ἡ χημική παρακολούθησις ἀναφέρεται εἰς ζυγισίμους ποσότητας, ἤτοι εἰς λίαν μεγάλον ἀριθμόν ἀτόμων ἤ μορίων. Ὡς ἐκ τούτου τά χρησιμοποιούμενα μεγέθη εἰς τάς χημικάς ἀντιδράσεις ἀναφέρονται συνήθως κατά γραμμάριον ἤ γραμμομόριον, ἐνῶ εἰς τάς πυρηνικάς ἀν-

τιδράσεις κατά ἄτομον.

Εἰς ἀμφοτέρας τάς ἀντιδράσεις ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς καί ἐνεργείας, ἀλλ'ἡ κλῖμαξ τῶν ἐνεργειῶν εἶναι λίαν διάφορος.

Εἰς τάς χημικάς ἀντιδράσεις αἱ μεταβολαί ἐνεργείας (ΔΗ, ΔU) προέρχονται ἀπό σχηματισμούς ἤ θραύσεις δεσμῶν ἤ ἀνακατανομήν εἰς τήν ἠλεκτρονιακήν ἀπεικόνισιν καί εἶναι τῆς τάξεως μερικῶν eV, ἐνῶ εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἡ συναλλασσομένη ἐνέργεια προέρχεται ἀπό ἐνδοπυρηνικούς μετασχηματισμούς, ἀντιστοιχοῦντας εἰς τάς μεταξύ τῶν νουκλεονίων πυρηνικάς δυνάμεις, τῆς τάξεως μερικῶν MeV.

Ἡ μελέτη τῶν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων ἤρχισεν ἀπό τοῦ 1919 ὅτε ὁ Rutherford διεπίστωσεν ὅτι κατά τόν βομβαρδισμόν τοῦ ἀζώτου διά α-σωματίων ἐσχηματίζετο πρωτόνιον. Τοῦτο ὡδήγησεν εἰς τό συμπέρασμα ὅτι λαμβάνει χώραν ἀντίδρασις μεταξύ ἀζώτου καί α-σωματίων κατά τό σχῆμα

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H \qquad (5.5)$$

Τό γενικόν σχῆμα μιᾶς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως (5.1) ἤτοι

$$A + x \longrightarrow B + y$$

ἀλλ'ἐπί τό συντομώτερον γράφομεν :

$$A(x,y)B \qquad (5.6)$$

ἔνθα ἐντός τῆς παρενθέσεως μεταξύ τοῦ ἀρχικοῦ πυρῆνος A καί τοῦ τελικοῦ B τίθενται πρῶτον τό βλῆμα x καί κατόπιν τό ἐξερχόμενον σωμάτιόν ἤ σωμάτια ἤ πυρήν, χωριζόμενα διά κόμματος. Οὕτω ἡ πρώτη πυρηνική ἀντίδρασις γράφεται

$$^{14}_{7}N(\alpha,p)\,^{17}_{8}O \qquad (5.7)$$

## 5.2. Τύποι πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

Τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν, καθ'ἥν μέρος ἤ ὅλα τά προϊόντα εἶναι διάφορα τῶν ἀντιδρώντων, χαρακτηρίζομεν ὡς πυρηνικήν ἀντίδρασιν μετατροπῆς ἤ συνήθως ὡς πυρηνικήν ἀντίδρασιν. Εἰδικῶς ἐάν τό βλῆμα εἶναι γ-ἀκτινοβολία, τότε ἡ ἀντίδρασις χαρακτηρίζεται ὡς φωτοπυρηνική ἀντίδρασις π.χ.

$$D(\gamma,n)P \qquad (5.8).$$

Ἐάν τό δημιουργούμενον κατά τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν σωμάτιον εἶναι γ-ἀκτινοβολία, τότε ἡ ἀντίδρασις χαρακτηρίζεται ὡς ραδιενεργός σύλληψις.

Μία ἀπ'εὐθείας πυρηνική ἀντίδρασις, καθ'ἥν τό βλῆμα (οὐχί ἁπλοῦν νουκλεόνιον) διασπᾶται οὕτως ὥστε μέρος αὐτοῦ νά συλληφθῇ ὑπό τοῦ πυρῆνος-στόχου ἐνῶ τό ὑπόλοιπον μέρος αὐτοῦ συνεχίζει τόν δρόμον αὐτοῦ, χαρακτηρίζεται ὡς ἀντίδρασις stripping. Τοιαῦται εἶναι συνήθως αἱ ἀντιδράσεις μέ δευτερόνια. Ἡ ἀντίθετος ἀντίδρασις, ἤτοι ἡ ἀντίδρασις καθ' ἥν ἕν νουκλεόνιον τοῦ πυρῆνος-στόχου συλλαμβάνεται ὑπό τοῦ προσπίπτοντος βλήματος καλεῖται pick - up ἀντίδρασις.

Ἐάν ἡ ἐνέργεια τοῦ προσπίπτοντος σωματίου εἶναι λίαν μεγάλη, π.χ. τῆς τάξεως 100 MeV καί ἄνω, ἐξέρχονται τοῦ πυρῆνος ἀρκετά νουκλεόνια εἴτε ὡς ἐλεύθερα εἴτε ὡς ἐλαφροί πυρῆνες. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἀντίδρασις χαρακτηρίζεται ὡς spallation. Π.χ. κατά τήν ἐπίδρασιν νετρονίων ἐνεργείας 370 MeV ἐπί $^{63}Cu$, ἐκπέμπονται 2 α-σωμάτια, ἕν πρωτόνιον καί 6 νετρόνια ἤτοι

$$^{63}_{29}Cu(n,\ 2\alpha P 6n)^{49}_{24}Cr \qquad (5.9).$$

'Εάν κατά τήν πυρηνικήν άντίδρασιν ὁ πυρήν διασπᾶται εἰς δύο κύρια τμήματα συγκρισίμου μάζης, τότε ἡ άντίδρασις χαρακτηρίζεται ὡς σχάσις. Κατά τήν σχάσιν ἐκπέμπονται καί ἕτερα σωμάτια ὡς νετρόνια κλπ.

Κατά τήν ἐπίδρασιν πρωτονίων 1 BeV ἐπί Bi παράγονται νουκλίδια ὡς $^{18}_{9}F$, $^{24}_{11}N$, $^{32}_{15}P$ κλπ. Δηλαδή εἰς τοιαύτας άντιδράσεις ὁ πυρήν (κυρίως μέ $Z > 70$) διασπᾶται εἰς ἐλαφρά καί βαρέα θραύσματα ἐξ ὧν τά βαρέα ἔχουν μᾶζαν μικροτέραν τῆς τῶν προϊόντων σχάσεως. Αἱ άντιδράσεις αὗται χαρακτηρίζονται ὡς fragmentation.

'Η ἀπόδοσις γενικῶς τῶν πυρηνικῶν άντιδράσεων εἶναι πολύ μικροτέρα τῆς ἀποδόσεως τῶν χημικῶν άντιδράσεων καί τοῦτο διά δύο λόγους.

Λόγῳ τοῦ μικροῦ μεγέθους τοῦ πυρῆνος ἔναντι τοῦ ἀτόμου (διάμετρος πυρῆνος $\sim 10^{-12}$ cm, διάμετρος ἀτόμου $\sim 10^{-8}$ cm) μειοῦται σημαντικῶς ἡ πιθανότης συγκρούσεως τοῦ βλήματος μετά τοῦ στόχου. Εἰς τήν περίπτωσιν βραδέων νετρονίων, τό άντιστοιχοῦν μῆκος κύματος εἶναι τῆς τάξεως $10^{-8}$ cm καί τότε ἡ ἀπόδοσις τῆς άντιστοίχου πυρηνικῆς άντιδράσεως εἶναι ὑπεράνω τῆς συνήθους τιμῆς τῶν πυρηνικῶν άντιδράσεων.

'Ο δεύτερος λόγος εἶναι ἡ ὕπαρξις τοῦ φράγματος Coulomb διά τά φορτισμένα σωμάτια. Τό ὕψος τοῦ φράγματος τούτου εἶναι

$$U = \frac{Zze^2}{R} \qquad (5.10)$$

ἔνθα $Ze$= τό φορτίον τοῦ πυρῆνος, $ze$=τό φορτίον τοῦ βλήματος καί R=τό ἄθροισμα τῶν άκτίνων $R_x + R_A$ τοῦ βλήματος καί στόχου. 'Εκ τῆς σχέσεως (5.10) προκύπτει ὅτι, τό ὕψος τοῦ φράγματος Coulomb εἶναι τόσον μεγαλύτερον ὅσον

μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ πυρῆνος. Θέτοντες $R_x = r_0 A_x^{1/3}$ καί $R_A = r_0 A_A^{1/3}$ εἰς τήν (5.10) ἔχομεν:

$$U = \frac{Zze^2}{r_0 (A_x^{1/3} + A_A^{1/3})}$$

$$= \frac{(4,8.10^{-10})^2}{1,4.10^{-13}.1,6.10^{-6}} \cdot \frac{Zz}{A_x^{1/3} + A_A^{1/3}} \text{ MeV} \quad (5.11)$$

ἔνθα $r_0 = 1,4.10^{-13}$ cm καί $1,6.10^{-6}$ erg=1 MeV.

Ἐκ τῆς προσεγγιστικῆς ταύτης σχέσεως προκύπτει ὅτι, διά τό p, ὡς βλῆμα, καί διά τά βαρέα στοιχεῖα Th, U, ὡς στόχον, τό ὕψος τοῦ φράγματος δυναμικοῦ εἶναι περίπου 12 MeV καί διπλάσιον διά τά α-σωμάτια. Διά τήν ἀντίδρασιν ἑνός $^{12}C$ καί $^{238}U$ τό ὕψος τοῦ φράγματος εἶναι περίπου 130 MeV. Μεταξύ δύο πυρήνων U τό ὕψος τοῦ φράγματος ὑπολογίζεται εἰς 700 MeV, ἀλλά λόγῳ τῶν ἀποκλίσεων ἐκ τοῦ ὡς ἄνω τύπου, εἰς τόν ὁποῖον τό φορτίον θεωρεῖται σημειακόν, ὑπολογίζεται ἀκριβέστερον εἰς 1500 MeV.

Εἰς τάς χημικάς ἀντιδράσεις, ἡ ἐνέργεια ἐνεργοποιήσεως παρέχεται συνήθως δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τό ἐργαστήριον δέν δυνάμεθα νά ἐπιτύχωμεν τόσον ὑψηλάς θερμοκρασίας διά νά ὑπερβῶμεν τό φράγμα δυναμικοῦ. Κατά τήν κινητικήν θεωρίαν μεταξύ τῆς μέσης κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων καί τῆς θερμοκρασίας, ἰσχύει ἡ σχέσις

$$\bar{E}_{\kappa\iota\nu.} = \frac{1}{2} m\bar{v}^2 = \frac{3}{2} KT \quad (5.12).$$

Ἄρα

$$T = \frac{2\,\bar{E}_{\kappa\iota\nu.}}{3K}$$

$$\approx \frac{\bar{E}_{\kappa\iota\nu.}}{1,38.10^{-16}}$$

$$\approx 0,72.10^{16}\left(\frac{\text{grad}}{\text{erg}}\right) 1,6.10^{-12}\left(\frac{\text{erg}}{\text{eV}}\right)\bar{E}_{\text{κιν.}}$$

$$= 1,16.10^{4}\ \bar{E}_{\text{κιν}}\ \text{grad/eV} \qquad (5.13).$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς κινητικήν ἐνέργειαν 1 MeV θερμοκρασία εἶναι περίπου 10 δισεκατομμύρια βαθμοί. Τοιαῦται θερμοκρασίαι ὑπάρχουν εἰς τούς ἀστέρας, ἔνθα λαμβάνουν χώραν αἱ καλούμεναι θερμοπυρηνικαί ἀντιδράσεις, αἵτινες ἀποτελοῦν τήν πηγήν ἐνεργείας τούτων. Αἱ ἐπιτευχθεῖσαι εἰς τήν συσκευήν Zeta τοῦ Harwell θερμοκρασίαι ὑπολογίζονται εἰς $5.10^{6}$ βαθμούς διά περίοδον 2–5 msec.

Διά τήν ἐπίτευξιν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων χρησιμοποιοῦνται ἐπιταχυνταί.

Εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις μέ σωμάτια οὐχί μεγάλων ἐνεργειῶν ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων πρό καί μετά τήν ἀντίδρασιν παραμένει, κεχωρισμένως, σταθερός. π.χ. Ἔστω ἡ πρώτη πυρηνική ἀντίδρασις, ἡ ἐπιτευχθεῖσα τῇ βοηθείᾳ ἐπιταχυντοῦ ὑπό τῶν Cockroft καί Walton

$$^{7}_{3}\text{Li}(\text{p}\ \alpha)\alpha \qquad (5.14).$$

Εἰς τήν ἀντίδρασιν ταύτην ἔχομεν 4p καί 4n πρό καί μετά τήν ἀντίδρασιν.

Εἰς τάς ἀντιδράσεις ὅμως εἰς τάς ὁποίας λαμβάνουν μέρος καί μεσόνια, ὁ μαζικός ἀριθμός, ὡς καί τό ὁλικόν φορτίον, παραμένει σταθερός ἀλλ' ὁ ἀριθμός πρωτονίων καί νετρονίων κεχωρισμένως μεταβάλλεται. Οὕτω εἰς τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν

$$^{63}_{29}\text{Cu}(\text{p},\ \text{p}\pi^{+})^{63}_{28}\text{Ni} \qquad (5.15)$$

τό ὁλικόν φορτίον εἶναι 30 πρό καί μετά τήν ἀντίδρασιν. Ὁ μαζικός ἀριθμός παραμένει ὁμοίως σταθερός 63, διότι τό μεσόνιον δέν εἶναι νουκλεόνιον, ἀλλ' ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων εἶναι 30 πρό τῆς ἀντιδράσεως καί 29 μετά τήν ἀντίδρασιν.

Ὁμοίως ὁ ἀριθμός νετρονίων ηὐξήθη ἀπό 34 εἰς 35.

## 5.3. Ἰσοζύγιον μάζης καί ἐνεργείας εἰς πυρηνικάς ἀντιδράσεις.

Κατ' ἀντιστοιχίαν πρός τό ΔΗ τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων, χαρακτηρίζομεν τήν συναλλασσομένην ἐνέργειαν διά τῆς ποσότητος Q, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν μεταβολήν τῆς ὁλικῆς μάζης ἀντιδρώντων καί προϊόντων κατά τήν πορείαν τῆς ἀντιδράσεως.

Εἰς τήν γενικήν περίπτωσιν μιᾶς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως γράφομεν

$$A+x \longrightarrow B+y+Q \qquad (5.16)$$

Διά $Q > 0$ ἔχομεν ἐξωενέργειακήν ἀντίδρασιν καί διά $Q < 0$ ἔχομεν ἐνδοενεργειακήν ἀντίδρασιν.

Εἰς τήν πρώτην περίπτωσιν ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν προϊόντων εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν ἀντιδρώντων, εἰς δέ τήν δευτέραν ἀντιθέτως.

Εἰς τάς ἀντιδράσεις ἐλαστικῆς σκεδάσεως ἡ τιμή Q εἶναι μηδέν ἐξ ὁρισμοῦ καί διά τάς ἀντιδράσεις μή ἐλαστικῆς σκεδάσεως ἡ τιμή Q εἶναι ἀρνητική.

Κατά τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς καί ἐνεργείας. Ἡ στροφορμή εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις διατηρεῖται. Ἡ ὁλική στροφορμή τοῦ συστήματος εἶναι τό ἀνυσματικόν ἄθροισμα τῶν

ολικῶν στροφορμῶν βλήματος καί στόχου. Ὅταν τό προσπίπτον ἐπί τοῦ πυρῆνος βλῆμα ἤ ὁ πυρήν ἔχῃ μεγάλην τροχιακήν στροφορμήν, τότε, μετά τήν ἀντίδρασιν, τό ἐκφεῦγον σωμάτιον ἤ ἡ ἐκπεμπομένη γ-ἀκτινοβολία πρέπει νά μεταφέρουν μεγάλον μέρος τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς, δεδομένου ὅτι ὁ δημιουργούμενος πυρήν ἔχει ὁλικήν στροφορμήν (spin) μερικάς μόνον μονάδας.

Ἡ ποσότης Q ἀποτελεῖ τήν διαφοράν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας μεταξύ προϊόντων τῆς ἀντιδράσεως καί ἀντιδρώντων αὐτῆς. Θεωρήσωμεν τήν ἀντίδρασιν

$$A+a \longrightarrow B+b \qquad (5.17)$$

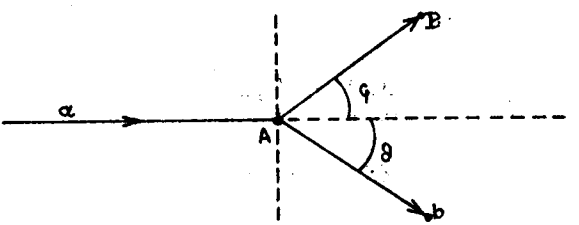
καί ἔστω $M_A, M_a, M_B, M_b, E_A, E_a, E_B, E_b$ αἱ μᾶζαι ἠρεμίας καί αἱ κινητικαί ἐνέργειαι τούτων. Ἡ Q κατά τά ἀνωτέρω εἶναι

$$Q = E_B+E_b-E_A-E_a \qquad (5.18).$$

Θεωροῦντες ὅτι ἀρχικῶς ὁ πυρήν- στόχος A εἶναι ἐν ἠρεμία, $E_A=0$, θά ἔχωμεν

$$Q = E_B+b - E_a \qquad (5.19).$$

Ὑποθέτομεν τό σχῆμα τῆς ἀντιδράσεως (5.17) ὡς κάτωθι




Ἤτοι τό σωμάτιον ἐκπέμπεται ὑπό γωνίαν ϑ ὡς πρός τήν ἀρχικήν διεύθυνσιν τοῦ βλήματος, ἐνῶ ὁ δημιουργηθείς πυρήν σχηματίζει ἀντιστοίχως γωνίαν φ. Βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἔχομεν:

$$\sqrt{2M_\alpha E_\alpha}=\sqrt{2M_\beta E_\beta}\cos\varphi+\sqrt{2M_b E_b}\cos\vartheta \qquad (5.20)$$

καί $$\sqrt{2M_\beta E_\beta}\sin\varphi=\sqrt{2M_b E_b}\sin\vartheta \qquad (5.21).$$

$$\left(E=\frac{1}{2}Mv^2 \quad \text{ἤ} \quad v=\sqrt{\frac{2E}{M}} \quad \text{καί} \quad Mv=\sqrt{2ME}\right)$$

Βάσει τῆς σχέσεως (5.20) ἔχομεν:

$$\sqrt{2M_\beta E_\beta}\cos\varphi=\sqrt{2M_\alpha E_\alpha}-\sqrt{2M_b E_b}\cos\vartheta \qquad (5.22).$$

Ἐκ ταύτης καί τῆς (5.21) προκύπτει

$$M_\beta E_\beta-M_b E_b\sin^2\vartheta=M_\alpha E_\alpha+M_b E_b\cos^2\vartheta-2\sqrt{M_\alpha E_\alpha M_b E_b}\cos\vartheta \qquad (5.23).$$

Ἄρα $$M_\beta E_\beta=M_\alpha E_\alpha+M_b E_b-2\sqrt{M_\alpha E_\alpha M_b E_b}\cos\vartheta \qquad (5.24)$$

Πολλαπλασιάζοντες τήν (5.19) ἐπί $M_\beta$ εὑρίσκομεν

$$M_\beta Q=M_\beta E_\beta+M_\beta E_b-M_\beta E_\alpha \qquad (5.25).$$

Ἐκ ταύτης καί τῆς (5.24) λαμβάνομεν

$$Q=E_b\left(1+\frac{M_b}{M_\beta}\right)-E_\alpha\left(1-\frac{M_\alpha}{M_\beta}\right)-\frac{2\sqrt{M_\alpha E_\alpha M_b E_b}}{M_\beta}\cos\vartheta \qquad (5.26).$$

Διά τήν εἰδικήν περίπτωσιν καθ'ἥν $\vartheta=90^\circ$, προκύπτει

$$Q=E_b\left(1+\frac{M_b}{M_\beta}\right)-E_\alpha\left(1-\frac{M_\alpha}{M_\beta}\right) \qquad (5.27).$$

Κατά συνέπειαν τό Q δύναται νά ὑπολογισθῆ ἐκ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ βλήματος καί τοῦ ἐκφεύγοντος σωματίου.

Ἐφ'ὅσον κατά τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς καί ἐνεργείας, δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ἐνέργειαν τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἐκ τῶν ἀτομικῶν μαζῶν τῶν λαμβανόντων μέρος εἰς τήν

άντίδρασιν σωματίων καί πυρήνων. Οὕτω, ὑποθέτοντες ὅτι ὁ ἀρχικός πυρήν A εἶναι ἐν ἠρεμία, $E_A=0$, θά ἔχωμεν διά τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν (5.17)

$$M_\alpha c^2+E_\alpha+M_A c^2=E_B+E_b+M_B c^2+M_b c^2 \qquad (5.28)$$

ἔνθα $M_\alpha, M_A, M_B, M_b$ εἶναι, ὡς ἀνεφέρθη, αἱ μάζαι ἠρεμίας τῶν ἀντιστοίχων σωματίων ἤ πυρήνων.

Βάσει τῶν σχέσεων (5.19) καί (5.28) εὑρίσκομεν

$$\begin{aligned} Q &= E_B+E_b-E_\alpha \\ &=(M_\alpha+M_A-M_B-M_b)c^2 \\ &=(\sum M_{\alpha\nu\tau}-\sum M_{\pi\rho})c^2 \end{aligned} \qquad (5.29).$$

Ἡ σχέσις αὕτη ἀναφέρεται εἰς τήν μᾶζαν τῶν πυρήνων, ἀλλά ἰσχύει καί διά τήν μᾶζαν τῶν ἀτόμων ἐφ' ὅσον αἱ ἐνέργειαι συνδέσεως τῶν ἠλεκτρονίων εἶναι λίαν μικραί ἔναντι τῆς τιμῆς Q τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Οὕτω, θεωρήσωμεν τήν ἀντίδρασιν

$$^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{14}_{7}N+^{2}_{1}d \qquad (5.30).$$

Κατά τήν διεξαγωγήν τῆς ἀντιδράσεως ὁ στόχος $^{12}C$ εὑρίσκεται ὡς κανονικόν ἄτομον, ἤτοι περιέχει 6 ἠλεκτρόνια, ἐνῶ τά α- καί d-σωμάτια εἶναι πυρῆνες, ἤτοι ἄνευ ἠλεκτρονίων, τό δέ $^{14}N$ θά εἶναι ἰόν ἔστω μέ x ἠλεκτρόνια. Παραλείποντες τήν μικράν ἐνέργειαν συνδέσεως τῶν ἠλεκτρονίων, δυνάμεθα νά γράψωμεν τήν ἀντίδρασιν ὡς ἑξῆς:

$$^{12}C+6e^-+{}^{4}He \longrightarrow {}^{14}N+x e^-+{}^{2}d+(6-x)e^- \qquad (5.31).$$

Προσθέτοντες εἰς ἀμφοτέρας τάς πλευράς τῆς ἀντιδράσεως $2e^-$ θά ἔχωμεν:

$$^{6}C+{}^{4}He+6e^-+2e^- \longrightarrow {}^{14}N+{}^{2}d+7e^-+1e^- \qquad (5.32).$$

'Επομένως $Q=[(\text{μάζα ἀτόμου } {}^{12}C+\text{μάζα ἀτόμου } He)-(\text{μάζα ἀτόμου } {}^{14}N+\text{μάζα ἀτόμου δευτερίου})]c^2$

$$= (\sum M_{\alpha\nu\tau}-\sum M_{\pi\rho})c^2 \qquad (5.33).$$

Κατά συνέπειαν δυνάμεθα νά χρησιμοποιήσωμεν εἰς τόν ὑπολογισμόν τοῦ Q τάς ἀτομικάς μάζας ἀντί τῆς μάζης τῶν πυρήνων.

'Εκ τῆς σχέσεως (5.29) ἤ (5.33) προκύπτει ὅτι ἐάν τά ἀντιδρῶντα ἔχουν μεγαλυτέραν μᾶζαν τῶν προϊόντων, ἡ ἀντίδρασις εἶναι ἐξωενεργειακή. 'Ενδοενεργειακή ἀντίδρασις εἶναι εἰς τήν ἀντίθετον περίπτωσιν.

'Εκ τῆς (5.19) ἤ (5.29) ἔχομεν ἐπίσης γενικῶς ὅτι

$$Q = \sum E_{\pi\rho}-\sum E_{\alpha\nu\tau} \qquad (5.34).$$

"Ητοι ἡ ἀντίδρασις εἶναι ἐξωενεργειακή ὅταν ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν προϊόντων εἶναι μεγαλυτέρα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν ἀντιδρώντων. 'Εάν ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν ἀντιδρώντων εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν προϊόντων, τότε ἡ ἀντίδρασις εἶναι ἐνδοενεργειακή καί τοῦτο σημαίνει, βάσει τῆς σχέσεως (5.33), ὅτι μέρος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ βλήματος μετετράπη εἰς μᾶζαν (τῶν προϊόντων).

Εἶναι προφανές ὅτι, ἐφ'ὅσον κατά τάς ἐνδοενεργειακάς ἀντιδράσεις ἀπορροφᾶται ἐνέργεια, αἱ ἀντιδράσεις αὗται θά λάβουν χώραν τότε μόνον, ὅταν ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ βλήματος ὑπερβαίνῃ μίαν ἐλαχίστην τιμήν ἥτις καλεῖται <u>κατώφλιον ἐνεργείας.</u>

'Η ἐνέργεια αὕτη ὑπολογίζεται βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. "Εστωσαν $M_\alpha$=ἡ μᾶζα τοῦ βλήματος, $v$= ἡ ταχύτης αὐτοῦ καί $M_A$=ἡ μᾶζα τοῦ πυρῆνος-στόχου. Κατά τήν σύγκρουσιν τοῦ βλήματος μετά τοῦ πυρῆνος-στόχου, ἔστω ὅτι, σχηματίζεται ἀρχικῶς εἷς σύνθετος πυρήν μάζης $(M_\alpha+M_A)$ καί

ταχύτητος V. Ἐπομένως θά ἔχωμεν:

$$M_\alpha v=(M_\alpha+M_A)V \tag{5.35}$$

ἤ

$$V=\frac{M_\alpha}{M_\alpha+M_A}\cdot v \tag{5.36}$$

Ἐπομένως ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ συνθέτου πυρῆνος, $E_c$, εἶναι

$$E_c=\frac{1}{2}(M_\alpha+M_A)V^2=\frac{1}{2}(M_\alpha+M_A)\left(\frac{M_\alpha}{(M_\alpha+M_A)}\right)^2 v^2$$

$$=E_\alpha\left(\frac{M_\alpha}{M_\alpha+M_A}\right) \tag{5.37}$$

Ἡ σχέσις αὕτη σημαίνει ὅτι ποσοστόν $\frac{M_\alpha}{M_\alpha+M_A}$ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, $E_\alpha$, τοῦ βλήματος, μεταβαίνει εἰς τόν σύνθετον πυρῆνα ὡς κινητική ἐνέργεια αὐτοῦ καί συνεπῶς τό διαθέσιμον διά τήν ἀντίδρασιν ποσοστόν τῆς ἀρχικῆς ἐνεργείας τοῦ βλήματος εἶναι μόνον $\frac{M_A}{M_\alpha+M_A}E_\alpha$. Τό ποσοστόν τοῦτο αὐξάνει μέ αὔξησιν τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος. Δηλαδή, ἡ ἀπώλεια ἐνεργείας τοῦ βλήματος λόγῳ ἀνακρούσεως τοῦ σχηματιζομένου πυρῆνος εἶναι σημαντική μόνον διά τούς ἐλαφρούς πυρῆνας ἤ διά τά βλήματα ἐκ βαρέων ἰόντων.

Ἐπομένως εἰς τάς ἐνδοενεργειακάς ἀντιδράσεις θά ἔχωμεν:

$$-Q=E_\alpha-E_\alpha\left(\frac{M_\alpha}{M_\alpha+M_A}\right)=E_\alpha\left(\frac{M_A}{M_\alpha+M_A}\right) \tag{5.38}$$

Τοῦτο προκύπτει καί ἐκ τῆς σχέσεως (5.27) ἐάν θέσωμεν $E_b=0$ καί ἀντικαταστήσωμεν τό $M_B$ διά τοῦ $M_\alpha+M_A$.

Ἡ ἐλαχίστη κατά ταῦτα ἐνέργεια τοῦ βλήματος, ἤτοι τό κατώφλιον ἐνεργείας, $E_{thr}$, τῆς ἀντιδράσεως θά εἶναι:

$$E_{thr}=-Q\left(\frac{M_\alpha+M_A}{M_A}\right) \tag{5.39}$$

Δηλαδή εἰς τάς ἐνδοενεργειακάς (συνήθως καλουμένας καί ἐνδοθέρμους) ἀντιδράσεις ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ βλήματος, ἵνα καταστῇ δυνατή ἡ ἀντίδρασις, δέν εἶναι ἀκριβῶς ἡ τιμή τῆς ἐνεργείας ἀντιδράσεως Q, ἀλλ'ὀλίγον μεγαλυτέρα καί παρεχομένη ὑπό τῆς σχέσεως (5.39).
'Εάν ἠδύνατο νά παρεμποδισθῇ ἡ κίνησις τοῦ πυρῆνος τότε τό κατώφλιον ἐνεργείας θά ἦτο -Q
Εἶναι προφανές ὅτι δι'ἐξωθέρμους ἀντιδράσεις τό κατώφλιον ἐνεργείας εἶναι μηδέν.
Εἰς τήν περίπτωσιν ὅμως φορτισμένων σωματίων (βλημάτων) θά πρέπει ἡ κινητική ἐνέργεια τούτων νά εἶναι ἔτι μεγαλυτέρα καθ'ὅσον τό σωμάτιον - βλῆμα πρέπει νά ὑπερβῇ τό φράγμα Coulomb τοῦ πυρῆνος, τό δημιουργούμενον λόγῳ ἠλεκτροστατικῶν ἀπώσεων τοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος καί τοῦ φορτίου τοῦ βλήματος. Τό ὕψος τοῦ φράγματος Coulomb δίδεται κατά προσέγγισιν ὑπό τῆς σχέσεως (5.11). 'Ως παράδειγμα ἔστω ἡ ἀντίδρασις

$$^{232}Th(\alpha, n)\,^{235}U \qquad (5.40).$$

Βάσει τῆς σχέσεως (5.33) ἔχομεν

$$Q=[(M_{Th}+M_{\alpha})-(M_{U}+M_{n})]931\ MeV=-11,1MeV$$

Τό ἀρνητικόν σημεῖον δηλοῖ ὅτι ἡ ἀντίδρασις εἶναι ἐνδόθερμος καί ἐπομένως ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ βλήματος, ἤτοι τοῦ α-σωματίου, διά νά δώσῃ τό ποσόν 11,1 MeV πρέπει νά εἶναι, βάσει τῆς σχέσεως (5.39)

$$E_{thr}=+11,1\cdot\frac{232+4}{232}=+11,3\ MeV$$

Κάτωθεν τῆς τιμῆς ταύτης (11,3 MeV) ἡ ἀντίδρασις δέν δύναται νά λάβῃ χώραν. Λόγῳ τῆς μεγάλης μάζης τοῦ πυρῆνος μόνον ἓν μικρόν ποσοστόν ἤτοι μόνον τά 4/236 τῆς ἐνερ -

γείας τοῦ βλήματος (α-σωματίου) παρέχεται εἰς τόν πυρῆνα ὡς κινητική ἐνέργεια αὐτοῦ. Τό ποσοστόν τοῦτο εἶναι περίπου 0,2 MeV.

Τό φράγμα δυναμικοῦ βάσει τῆς σχέσεως (5.11) εἶναι.

$$U=\frac{90.2.(4.8.10^{-10})^2}{1,4.10^{-13}.1,6.10^{-6}[(232)^{1/3}+4^{1/3}]}\approx 24 \text{ MeV}$$

Ἐπομένως τά α-σωμάτια πρέπει νά ἔχουν ἐνέργεια τουλάχιστον $\frac{236}{232}\cdot 24\approx 24,2$ MeV, ἔστω καί ἐάν τό κατώφλιον ἐνεργείας εἶναι μόνον 11,3 MeV. Μολονότι λοιπόν δέν θά ἔπρεπε νά λαμβάνῃ χώραν πρακτικῶς ἀντίδρασις μέ α-σωμάτια ἐνεργείας 11,3 MeV, ἐν τούτοις βάσει τοῦ φαινομένου τῆς σήραγγος, τοῦτο εἶναι δυνατόν, ἀλλά, ὡς εἶναι εὐνόητον, ὑπό ἐλαχίστην ἀπόδοσιν.

Δι' ἐλαφρούς πυρῆνας ὡς π.χ. διά τήν ἀντίδρασιν

$$^{14}N(\alpha,p)^{17}O$$

$Q=-1,19$ MeV. $E=\frac{18}{14}1,19=1,53$ MeV καί τό ὕφος τοῦ φράγματος Coulomb εἶναι 3,2 MeV. Διά τά νετρόνια, εἶναι προφανές, δέν ὑπάρχει τοιοῦτον φράγμα δυναμικοῦ. Ἕτερα παρεμπόδισις προέρχεται ἐκ τῆς μή κεντρικῆς ῥοῦσεως τοῦ βλήματος ἐπί τοῦ στόχου. Εἰς μίαν κεντρικήν ῥοῦσιν ἡ τροχιακή στροφορμή, $\overline{1}$ ἥτις ἀποδίδεται εἰς τόν πυρῆνα ὑπό τοῦ βλήματος εἶναι ἴση πρός $p\times\tau=0$ ἔνθα $p=mv=$ ἡ ὁρμή τοῦ βλήματος καί $\tau=$ ἡ ἀπόστασις ἀπό τό κέντρον τοῦ πυρῆνος ἐπί τοῦ ὁποίου προσπίπτει. Εἰς μίαν μή κεντρικήν ῥοῦσιν ἔχομεν $1>0$. Ἐάν ἡ ἐνέργεια τοῦ βλήματος εἶναι μικρά, ἀντιδράσεις ἀντιστοιχοῦσαι εἰς μεταβολήν $1=1$, $1=2$...δέν δύνανται νά λάβουν χώραν. Τό ἀποτέλεσμα δηλαδή εἶναι ὅτι αὐξάνεται τό ὕφος τοῦ φράγματος καί ἐπομένως

ελαττούται ἡ πιθανότης τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Κατά συνέπειαν, διά νά λάβῃ χώραν ἀντίδρασις πρέπει ν'αὐξηθῇ ἀντιστοίχως καί ἡ ἐνέργεια. Ἡ παρεμπόδισις αὕτη τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἐκφράζεται ὡς φυγόκεντρον φράγμα ὅπερ πρέπει νά προστεθῇ εἰς τό φράγμα Coulomb. Τό φυγόκεντρον φράγμα εἶναι εὐνόητον, εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ φορτίου καί ὡς ἐκ τούτου συναντοῦν ταῦτο καί τά νετρόνια, ἐφ'ὅσον $l > 0$. Τό ὕψος τοῦ φράγματος τούτου εἶναι

$$V_{\varphi\upsilon\gamma}=\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu(R_\alpha+R_A)^2} \qquad (5.41).$$

Ἔνθα $\mu$= ἡ ἀνηγμένη μάζα τοῦ συστήματος.
Διά τήν ἀντίδρασιν $^{14}N(\alpha,p)^{17}O$ , $V_{\varphi\upsilon\gamma}=0,145\ l(l+1)$ MeV. Διά $l=1$, $V_{\varphi\upsilon\gamma}=0,29$ MeV, διά $l=2$, $V_{\varphi\upsilon\gamma}=0,87$ MeV. Διά $l=0$, $V_{\varphi\upsilon\gamma}=0$. Τό ὁλικόν ὕψος τοῦ φράγματος εἶναι τό ἄθροισμα τοῦ φράγματος Coulomb καί τοῦ φυγοκέντρου φράγματος. Διά τόν ὑπολογισμόν ὅμως τῆς ἐλαχίστης ἐνεργείας ἀντιδράσεως λαμβάνεται ὑπ'ὄψιν μόνον τό φράγμα Coulomb.

## 5.4. Σύγκρισις ἐνεργείας πυρηνικῶν καί χημικῶν ἀντιδράσεων.

Ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, ἡ τιμή τοῦ Q δύναται νά προσδιορισθῇ (βάσει τῆς σχέσεως 5.29) ἐκ τῆς διαφορᾶς μάζης τῶν προϊόντων καί τῶν ἀντιδρώντων. Ἐπομένως ἡ ἀντίθετος διεργασία δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν ἀκριβῆ προσδιορισμόν τῆς μάζης ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι αἱ ὑπόλοιποι μάζαι, ὡς καί τό Q, εἶναι γνωσταί.

Θεωρήσωμεν τήν καῦσιν τοῦ ἄνθρακος.

$$C_{(s)}+O_{2(g)} \longrightarrow CO_{2(g)} \qquad \Delta H^{o}=-8000 \text{ cal/gr}$$

Ἡ ἐκλυομένη κατά τήν ἀντίδρασιν ταύτην θερμότης εἶναι 8000 cal κατά γραμμάριον σχηματιζομένου $CO_2$. Τό ποσόν τοῦτο προῆλθεν ἀπό τήν ἐλάττωσιν τῆς μάζης τῶν ἀντιδρώντων ἥτις ὑπολογίζεται εὐκόλως.

Ἐφ'ὅσον 1 cal $\triangleq 4,2.10^{7}$ erg, ἕπεται ὅτι ἡ μετατραπεῖσα μάζα εἶναι

$$\frac{8000.4,2.10^{7}}{9.10^{20}}=3,7.10^{-10} \text{ gr}$$

Μολονότι οὐδείς ἀμφιβάλλει ἐπί τῆς ἀπωλείας ταύτης τῆς μάζης, ἐν τούτοις αὕτη δέν δύναται νά μετρηθῇ.

Ὁ ὑπολογισμός τῆς ἐναλλασσομένης ἐνεργείας κατ'ἄτομον εἰς τήν ὡς ἄνω χημικήν ἀντίδρασιν, δίδει

$$\frac{8000.4,2.10^{7}}{1,6.10^{-12}}=\frac{3,36.10^{11}}{1,6.10^{-12}}\approx 2.10^{23} \text{ ev/gr}$$

ἤ

$$\frac{2.10^{23}}{6,02.10^{23}}\cdot 12=4 \text{ ev/ἄτομον}$$

Δηλαδή εἰς μίαν χημικήν ἀντίδρασιν ἡ ἐναλλασσομένη ἐνέργεια εἶναι μερικά eV.

Εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἡ τιμή τοῦ Q εἶναι μερικά MeV. Ἐπί παραδείγματι διά τήν ἀντίδρασιν

$$^{3}_{2}He+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He$$

$$\Delta M=M_{^{3}He}+M_{n}-M_{^{4}He}=0,022 \quad \text{α.m.u}$$

ἤ

$$Q=0,022\times 931\approx 20,5 \text{ MeV/πυρῆνα}$$

Ἡ ἐξαφανισθεῖσα μάζα ἐμφανίζεται ὡς κινητική ἐνέργεια τοῦ α-σωματίου.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι τό ἐναλλασσόμενον ποσόν ἐνεργείας εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις εἶναι $10^6$ περίπου φοράς μεγαλύτερον τοῦ ἀντιστοίχου ποσοῦ ἐνεργείας τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων.

Τό Q δύναται νά ὑπολογισθῇ καί ἐμμέσως, κατ'ἀναλογίαν πρός τάς χημικάς ἀντιδράσεις, διά προσθέσεως, ἀφαιρέσεως κλπ. ἤ σχηματισμοῦ κύκλου ἀντιδράσεων.

Θεωρήσωμεν π.χ. τήν ἀντίδρασιν

$$^{106}_{46}\mathrm{Pd} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{106}_{45}\mathrm{Ru} + ^{1}_{1}\mathrm{p} + \mathrm{Q}$$

Τό $^{106}_{45}\mathrm{Ru}$ διασπᾶται κατά τό σχῆμα

$$^{106}_{45}\mathrm{Ru} \longrightarrow ^{106}_{45}\mathrm{Pd} + \beta^- + 3{,}54\ \mathrm{MeV}$$

Προσθέτοντες τάς δύο ἀντιδράσεις ἔχομεν

$$^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{1}_{1}\mathrm{p} + \beta^- + \mathrm{Q} + 3{,}54$$

Ἑπομένως
$$\mathrm{Q} = ^{1}_{0}\mathrm{n} - (^{1}_{1}\mathrm{p} + \beta^-) - 3{,}54$$
$$= (1{,}00866 - 1{,}00782)\,931 - 3{,}54\ \mathrm{MeV}$$
$$= -2{,}76\ \mathrm{MeV}$$

Πρέπει νά τονισθῇ ὅτι ἡ σχέσις ἰσοδυναμίας μάζης καί ἐνεργείας ἰσχύει καί διά τά ραδιενεργά νουκλίδια ὡς καί διά τά σταθερά τοιαῦτα.

## 5.5. Μηχανισμός πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

Διά τήν ἐξήγησιν τοῦ μηχανισμοῦ τῶν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων, διά βλημάτων μέχρι 50 MeV περίπου, διετυπώθη ὑπό τῶν Bohr, Breit καί Wigner τό πρότυπον τοῦ συνθέτου πυρῆνος, ἐνῶ διά τήν περίπτωσιν τῶν μεγάλης ἐνεργείας ἀντιδράσεων τό πρότυπον τοῦτο δέν ἰσχύει. Κατά τό πρότυπον

τοῦ συνθέτου πυρῆνος, ὑποτίθεται ὅτι τό σωμάτιον-βλῆμα εὑρίσκεται ἐν ἀλληλεπιδράσει μετά τοῦ πυρῆνος, ἐν τῷ συνόλῳ θεωρουμένου, ἐνῶ εἰς τάς ἀντιδράσεις μέ σωμάτια μεγάλης ἐνεργείας, τό βλῆμα ἀλληλεπιδρᾷ μεθ' ἑνός ἤ μετά μικροῦ ἀριθμοῦ νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος. Ἡ κεντρική ἰδέα τοῦ προτύπου τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι ὅτι τό σωμάτιον-βλῆμα ἀντιδρᾷ μετά τοῦ πυρῆνος καί σχηματίζεται ἐκ τούτων εἷς σύνθετος πυρήν ἐν διεγέρσει, ὅστις ἐν συνεχείᾳ διασπᾶται πρός τά προϊόντα τῆς ἀντιδράσεως. Κατά ταῦτα, δύναται νά θεωρηθῇ ὅτι μία πυρηνική ἀντίδρασις λαμβάνει χώραν εἰς τρία στάδια. Κατά τό πρῶτον στάδιον τό προσπίπτον σωμάτιον ἀπορροφᾶται ὑπό τοῦ πυρῆνος, σχηματιζομένου τοῦ συνθέτου πυρῆνος. Ὁ σύνθετος πυρήν εὑρίσκεται ὁπωσδήποτε εἰς διηγερμένην κατάστασιν. Ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἰσοῦται πρός τό ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ προσπίπτοντος σωματίου καί τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τούτου εἰς τόν πυρῆνα, ἤτο

$$E_C = E_B + E_K \frac{M_A}{M_\alpha + M_A} \qquad (5.42)$$

ἔνθα $E_B$ = ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ σωματίου καί

$E_K$ = ἡ κινητική ἐνέργεια τούτου.

Θεωρήσωμεν τήν ἀντίδρασιν

$$^7L_1 + {}^1p \longrightarrow [{}^8Be] \longrightarrow 2\,{}^4He \qquad (5.43)$$

καθ' ἥν σχηματίζεται ὁ ἐνδιάμεσος σύνθετος πυρήν $^8Be$ εἰς διηγερμένην κατάστασιν. Ἀλλά

$$\Delta M = M_{L_1} + M_p - M_{Be} = 0,0186 \text{ α.m.u}$$

ἤ

$$E_B = 0,0186 \times 931 \approx 17,25 \text{ MeV}$$

Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι τό πρωτόνιον ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν 1 MeV, ὁ δεύτερος ὅρος τῆς ἐξισώσεως (5.42) εἶναι $1\cdot\frac{7}{8}=\frac{7}{8}$ MeV. Ἐπομένως ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος θά εἶναι

$$E_c=17,25+\frac{7}{8}\approx 18 \text{ MeV}$$

Ἡ περίοδος ὑπάρξεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἀποτελεῖ τό δεύτερον στάδιον τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Τά δύο ταῦτα στάδια θεωροῦνται συνήθως ὡς ἕν.

Εἰς τό στάδιον τοῦτο ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ πυρῆνος κατανέμεται μεταξύ τῶν νουκλεονίων τοῦ συνθέτου πυρῆνος.

Τό στάδιον τοῦτο εἶναι λίαν βραχύ μετρούμενον εἰς συνήθεις μονάδας χρόνου (π.χ. δευτερόλεπτα) ἀλλά λίαν μακρόν ἐν σχέσει πρός τόν χρόνον ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ πυρῆνος κατανεμηθῇ μεταξύ ὅλων τῶν νουκλεονίων τοῦ συνθέτου πυρῆνος.

Ἐάν θεωρήσωμεν ἕν θερμικόν νετρόνιον (ἐνεργείας 0,025 eV) κινούμενον μέ ταχύτητα περίπου $10^5$ cm/sec, ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα διανύσῃ τοῦτο ἀπόστασιν $10^{-12}$ cm (διάμετρος περίπου τοῦ πυρῆνος) θά εἶναι $10^{-12}:10^5=10^{-17}$ sec. Δι' ἕν σωμάτιον κινητικῆς ἐνεργείας τῆς τάξεως τοῦ MeV, ἀντιστοιχεῖ ταχύτης περίπου $10^9$ cm/sec. Ἀντιστοίχως ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος, διά νά διανύσῃ τό σωμάτιον τοῦτο τήν ἀπόστασιν $10^{-12}$ cm, εἶναι $10^{-12}:10^9=10^{-21}$ sec. Ἡ μέση διάρκεια ζωῆς ἑνός συνθέτου πυρῆνος, εἶναι τῆς τάξεως $10^{-14}$ sec.

Συνεπῶς ὁ χρόνος οὗτος εἶναι μεγαλύτερος κατά παράγοντα $10^3$ ἤ $10^7$ τοῦ χρόνου διόδου τοῦ σωματίου διά τοῦ πυρῆνος. Κατά τ' ἀνωτέρω ὁ σύνθετος πυρήν πρέπει νά θεωρηθῇ ὡς ἰδιαίτερος πυρήν.

Ἡ διάρκεια ζωῆς τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι ἐπαρκὴς διά νά λάβῃ χώραν ἡ κατανομή τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως μεταξύ τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος. Ἀναφερόμενοι εἰς τό παράδειγμα τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως (5.43), παρατηροῦμεν ὅτι ἕκαστον νουκλεόνιον τοῦ συνθέτου πυρῆνος $_{8}Be$ θά ἔχῃ μίαν ἐπί πλέον ἐνέργειαν περίπου $18:8 \approx 2MeV$ ἤτις δέν ἐπαρκεῖ ἵνα ἓν νουκλεόνιον ὑπερνικήσῃ τάς πυρηνικάς δυνάμεις καί ἐξέλθῃ τοῦ πυρῆνος. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός νετρονίου ἤ πρωτονίου κατά μέσον ὅρον εἶναι 8 MeV. Ὡς ἐκ τούτου ὁ πυρήν δέν δύναται νά διασπασθῇ ἀμέσως. Ἀποτέλεσμα τούτου εἶναι ὅτι λαμβάνουν χώραν ἀναπατανομαί τῆς ἐνεργείας κατά στατιστικόν τρόπον. Παρερχομένου τοῦ χρόνου, εἶναι δυνατόν νά συγκεντρωθῇ ἐπαρκὴς ἐνέργεια ἐπί ἑνός νουκλεονίου ἤ συνδυασμοῦ μερικῶν νουκλεονίων, ὅτε ταῦτα δύνανται νά ἐξέλθουν πλέον τοῦ πυρῆνος.

Διά νά ἐξέλθῃ βεβαίως ἓν φορτισμένον σωμάτιον ἐκ τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἀπαιτεῖ ὄχι μόνον τήν ἐνέργειαν συνδέσεως αὐτοῦ εἰς τόν πυρῆνα ἀλλά ἐπί πλέον ἐνέργειαν διά νά ὑπερβῇ τό φράγμα δυναμικοῦ.

Τό στάδιον τῆς διασπάσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος καί τοῦ σχηματισμοῦ τῶν τελικῶν προϊόντων ἀποτελεῖ τό τρίτον στάδιον τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Λόγῳ τοῦ μεγάλου χρόνου ζωῆς τοῦ συνθέτου πυρῆνος, καθ' ὅν ἔλαβε χώραν μεγάλος ἀριθμός συγκρούσεων τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος, ὁ σύνθετος πυρήν δέν διατηρεῖ, ὡς λέγομεν, "μνήμην" ὡς πρός τόν τρόπον τοῦ σχηματισμοῦ τούτου. Συνεπῶς ὁ τρόπος διασπάσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ τρόπου σχηματισμοῦ τούτου. Ἡ διάσπασις αὕτη ἐξαρτᾶται ἀπό τάς ἰδιότητας τοῦ συνθέτου πυρῆνος καί τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως τούτου. Ἐάν ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου

πυρῆνος εἶναι μικρά, ὅτε ἡ διεργασία ἀνακατανομῆς τῆς ἐνεργείας ἀπαιτεῖ μεγάλον χρόνον, τότε ἡ ἐπὶ πλέον ἐνέργεια ἐκπέμπεται ὑπό μορφήν γ-ἀκτινοβολίας. Τοῦτο παρατηρεῖται κυρίως κατά τήν σύλληψιν θερμικῶν νετρονίων ὑπό τῶν πυρήνων (n,γ ἀντίδρασις). Θεωρήσωμεν τήν ἀντίδρασιν

$$^{184}W + {}^{4}He \longrightarrow [{}^{188}Os] \longrightarrow {}^{186}Os + 2n \qquad (5.44)$$

μέ ἐνέργειαν διεγέρσεως 20 MeV. Ἡ ἐκπομπή ἑνός νετρονίου ἐνεργείας π.χ. 1 MeV ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν ἐλάττωσιν τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως εἰς 20 MeV -(ἐνέργεια συνδέσεως νετρονίου + κινητική ἐνέργεια νετρονίου)= =20-(8+1)=11 MeV. Ἡ ἐνέργεια αὕτη εἶναι ἐπαρκής διά τήν ἐκπομπήν καί ἑνός δευτέρου νετρονίου. Ὡς ἐκ τούτου ἐκπέμπεται καί ἕν δεύτερον νετρόνιον.

Ἡ ἐκπομπή τῶν δύο νετρονίων ὁδηγεῖ εἰς πυρῆνα $^{186}Os$ μέ ἐνέργειαν διεγέρσεως 2 MeV. Ἐφ'ὅσον αὕτη εἶναι μικροτέρα τῆς ἐνεργείας συνδέσεως ἑνός νετρονίου, ἕπεται ὅτι περαιτέρω ἐκπομπή νετρονίου δέν εἶναι δυνατή καί ἡ μετάπτωσις εἰς τήν βασικήν κατάστασιν λαμβάνει χώραν δι ἐκπομπῆς γ-ἀκτινοβολίας ἐνεργείας 2 MeV.

Γενικῶς δύναται νά λεχθῇ ὅτι εὐθύς ὡς σχηματισθῇ ὁ σύνθετος πυρήν δέν ὑπάρχει τρόπος νά ἐλέγξωμεν τόν τρόπον διασπάσεως τούτου. Οἱ διάφοροι τρόποι διασπάσεως αὐτοῦ εἶναι ἀνταγωνιστικοί καί ἕκαστος ἐξ αὐτῶν ἔχει μίαν ὡρισμένην πιθανότητα.

Ἡ σχέσις μεταξύ τῶν διαφόρων πιθανοτήτων διά δεδομένον σύνθετον πυρῆνα ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως τούτου. Συνεπῶς μία πυρηνική ἀντίδρασις λαμβάνουσα χώραν διά σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος, δύναται νά γραφῇ ὡς ἑξῆς:

$$A+\alpha \rightarrow [C] \begin{cases} \rightarrow X+x \\ \rightarrow Y+y \\ \rightarrow \text{κλπ.} \end{cases} \qquad (5.45)$$

$$^{35}Cl + {}^{1}n \rightarrow [^{36}Cl] \begin{cases} \rightarrow {}^{36}Cl + \gamma \\ \rightarrow {}^{35}Cl + n \\ \rightarrow {}^{34}Cl + 2n \\ \rightarrow {}^{35}S + p \\ \rightarrow {}^{32}P + \alpha \end{cases} \qquad (5.46)$$

Ἡ ἐκπομπή α-σωματίων γενικῶς εὐνοεῖται εἰς ἐλαφρούς πυρῆνας, λόγῳ τοῦ μικροῦ ὕψους τοῦ φράγματος Coulomb, ἐνῶ μεταξύ τῶν βαρυτέρων εὐνοεῖται ἡ ἐκπομπή νετρονίων καί πρωτονίων καί κατά κύριον λόγον νετρονίων, λόγῳ τῆς ἐλλείψεως τοῦ φράγματος Coulomb.

Ἡ ἐκπομπή τριτονίων ἤ δευτερονίων δέν εἶναι ἐνεργειακῶς δυνατή καί παρατηρεῖται ὀλιγότερον συχνάκις. Βεβαίως ἡ γενική αὕτη εἰκών δύναται νά ἀναστραφῇ ὑπό ὡρισμένας συνθήκας.

Παρατηροῦντες τήν ἀντίδρασιν (5.46) καθίσταται σαφές ὅτι δέν εἶναι δυνατόν νά ληφθῇ εἰς ἀντιδραστῆρα $^{36}Cl$, ἄνευ προσμίξεων $^{35}S$ καί $^{32}P$. Τοῦτο ὅμως δέν εἶναι σοβαρόν, καθ' ὅσον τά ραδιενεργά ταῦτα νουκλίδια ἔχουν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ πολύ μικρότερον τοῦ $^{36}Cl$ καί συνεπῶς δυνάμεθα ν' ἀπαλλαγῶμεν τῆς ραδιενεργείας τούτων ἀφίεντες ταῦτα νά διασπασθοῦν πρακτικῶς πλήρως.

Ἡ ἀντίδρασις $^{36}Cl \rightarrow {}^{34}Cl + 2n$ δέν ἔχει μεγάλην σημασίαν καθ' ὅσον, διά νά λάβῃ χώραν, ἀπαιτεῖ σημαντικήν ἐνέργειαν. Ἡ δευτέρα ἀντίδρασις $^{36}Cl \rightarrow {}^{35}Cl + n$ εἶναι ἁπλῶς μή ἐλαστική σκέδασις.

## 5.6. Διάρκεια ζωῆς συνθέτου πυρῆνος

Ἡ διάσπασις τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἐκ τῶν διαφόρων σταθμῶν ἐνεργείας αὐτοῦ δέν εἶναι ἡ αὐτή δι'ὅλας τάς ἐνεργειακάς στάθμας. Ἑκάστη διηγερμένη στάθμη ἔχει μίαν μέσην διάρκειαν ζωῆς τ. Τό εὖρος δέ τῆς ἐνεργείας Γ τῆς στάθμης σχετίζεται μέ τήν μέσην διάρκειαν ζωῆς τ διά τῆς ἀρχῆς τῆς ἀβεβαιότητος

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \qquad (5.47)$$

Τό εὖρος τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν ἀβεβαιότητα μεθ' ἧς μετρεῖται ἡ ἐνέργεια τῆς στάθμης. Δεδομένου ὅτι ὁ σύνθετος πυρήν εἶναι δυνατόν νά διασπασθῇ κατά διαφόρους τρόπους, θά ἔχωμεν καί μερικόν εὖρος ἀντιστοιχοῦν εἰς δεδομένον τρόπον διασπάσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος. Ἐάν π.χ. διασπᾶται δι'ἐκπομπῆς νετρονίων ἡ γ-ἀκτινοβολίας ἔχομεν τό μερικόν $\Gamma_n$ ἤ $\Gamma_\gamma$ κ.ο.κ. καί ἄρα

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma + \cdots \qquad (5.48)$$

Κατά τήν σύλληψιν βραδέων νετρονίων (τῆς τάξεως 1 eV) ὑπό βαρέων πυρήνων διεπιστώθη, πειραματικῶς, εὖρος τῆς γραμμῆς συντονισμοῦ, Γ=0,1 eV. Κατά συνέπειαν βάσει τῆς σχέσεως (5.47) θά ἔχωμεν

$$0,1 = \frac{0,66.10^{-15}}{\tau}$$

ἤ

$$\tau \approx 10^{-14} \text{ sec} \qquad (5.49)$$

Δηλαδή ἡ μέση διάρκεια ζωῆς τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι, ὡς ἀνεφέρθη καί προηγουμένως, τῆς τάξεως $10^{-14}$ sec. Εἰς μεγαλυτέρας ἐνεργείας αὐξάνει τό εὖρος τῆς στάθμης καί συνεπῶς ἐλαττοῦται ἡ διάρκεια μέσης ζωῆς τῆς στάθμης.

'Επί παραδείγματι διά $\Gamma=10^3$ eV; $\tau \approx 10^{-18}$sec. 'Αλλά διά $10^3$ eV προκύπτει, ὡς ἀναφέρεται εἰς τό κεφάλαιον (5.7), ὅτι διά πυρῆνας μέσου μαζικοῦ ἀριθμοῦ, τό εὖρος τῆς στάθμης εἶναι μεγαλύτερον τῆς ἀποστάσεως μεταξύ τῶν δύο σταθμῶν ἐνεργείας. 'Επέρχεται δηλαδή ὑπερκάλυψις.

Τό εὖρος τῆς στάθμης ἔχει μίαν ἁπλῆν καί ἐνδιαφέρουσαν σημασίαν. Εἶναι ἀνάλογον τῆς πιθανότητος ὅτι ὁ σύνθετος πυρήν, εἰς δεδομένην ἐνεργειακήν κατάστασιν, θά ὑποστῇ μίαν μεταβολήν εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου. 'Εφ' ὅσον, ὡς εἴδομεν, εἰς τήν ραδιενεργόν διάσπασιν $\tau=\frac{1}{\lambda}$, ἔνθα $\lambda$ παριστᾷ τήν πιθανότητα τῆς διασπάσεως τοῦ ραδιενεργοῦ εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου, οὕτω καί ἐκ τῆς σχέσεως (5.47) προκύπτει ὅτι τό ὁλικόν εὖρος εἶναι ἀνάλογον τῆς πιθανότητος ὅτι ὁ σύνθετος πυρήν θά ὑποστῇ μεταβολήν εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου. 'Ανάλογος εἶναι καί ἡ σημασία τοῦ μερικοῦ εὔρους.

Εἰς μεγάλας τιμάς ἐνεργείας διεγέρσεως, ὡς κατά τήν ἀπορρόφησιν σωματίων μεγάλης ἐνεργείας, τό εὖρος τῆς στάθμης αὐξάνει καί ὁ μέσος χρόνος ζωῆς ἐλαττοῦται ἀντιστοίχως. Π.χ. διά $\Gamma=1000$ eV, προκύπτει ἐκ τῆς (5.47) $\tau=0,7.10^{-18}$sec , ὅστις εἶναι τῆς αὐτῆς τάξεως μέ τόν χρόνον διόδου τοῦ σωματίου διά τοῦ πυρῆνος. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην δέν ἰσχύει τό πρότυπον τοῦ συνθέτου πυρῆνος.

## 5.7. Στάθμαι ἐνεργείας πυρῆνος.

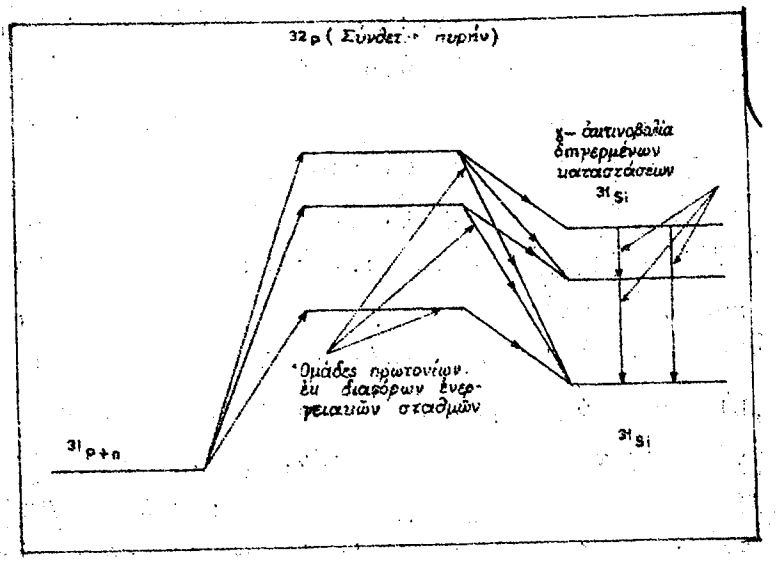
Εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον ἀνεφέρθη ὅτι, κατά μίαν πυρηνικήν ἀντίδρασιν, ὁ σχηματιζόμενος πυρήν εὑρίσκεται ἐν διηγερμένῃ καταστάσει. 'Ανεξαρτήτως τοῦ τρό-

που σχηματισμοῦ τούτου, εὑρέθη ὅτι πάντοτε ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως ἔχει ὡρισμένας μόνον τιμάς, τοῦτο δέ σχετίζεται εὐθέως μέ τήν ὕπαρξιν ὡρισμένων σταθμῶν ἐνεργείας τοῦ πυρῆνος. Ἐάν ἐξετάσωμεν τήν ἐνεργόν διατομήν δεδομένης ἀντιδράσεως, ἤτοι τήν πιθανότητα νά λάβῃ χώραν ἡ δεδομένη αὕτη ἀντίδρασις, π.χ. $^{31}P(n,p)^{31}Si$, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐνεργός διατομή καί συνεπῶς καί ἡ ἀπόδοσις τῆς ἀντιδράσεως ταύτης λαμβάνει μεγάλας τιμάς δι' ὡρισμένας τιμάς ἐνεργείας τοῦ προσπίπτοντος σωματίου, κάτωθεν καί ἄνωθεν τῆς ὁποίας ἡ ἐνεργός διατομή εἶναι σημαντικῶς μικροτέρα. Ἡ ὕπαρξις τῶν μεγίστων τούτων ἀντιστοιχεῖ εἰς διηγερμένας στάθμας τοῦ συνθέτου πυρῆνος $^{32}P$. Ὅταν ἡ ἐνέργεια τοῦ προσπίπτοντος νετρονίου εἶναι ἴση πρός δεδομένην στάθμην τοῦ πυρῆνος λαμβάνει χώραν ἀπορρόφησις τούτου καί σχηματισμός τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἰς διηγερμένην κατάστασιν. Ἡ μελέτη συνεπῶς τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τοῦ προσπίπτοντος σωματίου (συνάρτησις διεγέρσεως) δύναται νά δώσῃ πληροφορίας περί τῶν ἐνεργειακῶν σταθμῶν τοῦ συνθέτου πυρῆνος.

Πληροφορίας ἐπί τῶν σταθμῶν ἐνεργείας τοῦ προκύπτοντος, κατά τήν ἀντίδρασιν, πυρῆνος, ἤτοι τοῦ $^{31}Si$, δυνάμεθα νά ἔχωμεν ἐκ τῆς μετρήσεως τῆς ἐνεργείας τῶν ἐκπεμπομένων πρωτονίων ὡς καί τῆς συνοδευούσης γ-ἀκτινοβολίας.

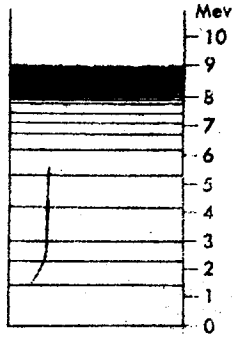
Ἀπεδείχθη ὅτι τά ἐκπεμπόμενα πρωτόνια ἀποτελοῦν ὁμάδας ὡρισμένων ἐνεργειῶν αἱ ὁποῖαι δέν σχετίζονται μέ τήν ἐνέργειαν τοῦ προσπίπτοντος νετρονίου. Τοῦτο ἀκριβῶς καί ἀναμένεται ἐφ' ὅσον ἰσχύει τό πρότυπον τοῦ συν-

θέτο πυρῆνος. Δηλαδή τόσον αἱ ἰνέργειαι τῶν πρωτονίων ὅσ καὶ τῆς γ-ἀκτινοβολίας ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν σταθμῶν ἰνεργείας τοῦ συνθέτου πυρῆνος ὡς καὶ τοῦ τελικοῦ πυρῆνος. Τό σχῆμα (5.1) ἀποδίδει τήν ἐν λόγῳ περίπτωσιν.




Σχ. 5.1 Διάγραμμα σταθμῶν ἐνεργείας διά τήν ἀντίδρασιν $^{31}P(n,p)^{31}Si$.

Γενικῶς δύναται νά λεχθῆ ὅτι αἱ ἀποστάσεις τῶν σταθμῶν ἐνεργείας ἐλαττοῦνται μέ αὔξησιν τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως καί ὅτι ἡ ἀπόστασις τῶν κατωτέρω σταθμῶν ἐνεργείας εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τούς ἐλαφρούς πυρῆνας παρά εἰς τούς βαρυτέρους. Σχῆμα (5.2). Διά τούς ἐλαφρούς πυρῆνας (A=10-25), ἡ διαφορά μεταξύ τῆς βασικῆς καί τῆς πρώτης διηγερμένης στάθμης εἶναι τῆς τάξεως 1 MeV. Διά διέγερσιν 8 MeV εἶναι περίπου 10-100 KeV καί εἰς τήν περιοχήν τῶν 15 MeV εἶναι τῆς τάξεως τοῦ 1 KeV. Διά πυρῆνας μέ A=100-150, αἱ ἀντίστοιχοι τιμαί εἶναι 0,1 MeV, 30 eV καί $1-10^{-2}$ eV.




Σχ. 5.2. Μεταβολή πυκνότητος ἐνεργειακῶν σταθμῶν πυρῆνος συναρτήσει τῆς ἐνεργείας.

Ἡ θεωρία τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος εὑρίσκει θεμελίωσιν εἰς τὰ πειράματα τοῦ Ghoshal. Οὗτος ἐμέτρησε τὴν μεταβολὴν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς εἰς πολλὰς ἀντιδράσεις καθ' ἃς δημιουργεῖται ὁ αὐτὸς σύνθετος πυρήν. Ἐφ' ὅσον μία πυρηνικὴ ἀντίδρασις λαμβάνει χώραν διὰ σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος, ὅστις μετὰ ταῦτα διασπᾶται, εἶναι δυνατὸν νὰ παραστήσωμεν τὴν πιθανότητα $\sigma_{(a,b)}$, μιᾶς ἀντιδράσεως τοῦ γενικοῦ τύπου A(a,b)B, διὰ δύο μεγεθῶν τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς πιθανότητας τῶν δύο διεργασιῶν, ἤτοι τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος, $\sigma_{(a)}$, καὶ τῆς διασπάσεως τούτου δι' ἐκπομπῆς σωματίου b, $f_{(b)}$. Ἡ ὁλικὴ πιθανότης ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῶν ἐπὶ μέρους πιθανοτήτων. Συνεπῶς θὰ ἔχωμεν

$$\sigma_{(a,b)} = \sigma_{(a)} \cdot f_{(b)} \qquad (5.50)$$

Ἡ πιθανότης, ἢ μὲ ἄλλους λόγους ἡ ἐνεργὸς διατομὴ $\sigma_{(a)}$, σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ βλήματος. Ἐάν ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τούτου εἶναι μικροτέρα τοῦ φράγματος Coulomb, τότε ἡ πιθανότης σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος θὰ εἶναι μικρὰ ἤτοι $\sigma_{(a)}$ θὰ εἶναι μικρόν. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ ἐνέργεια τοῦ βλήματος αὐξάνει καὶ ἡ $\sigma_{(a)}$.

Ὁ σχηματιζόμενος σύνθετος πυρὴν δύναται νὰ διασπασθῇ κατὰ διαφόρους τρόπους, ἕκαστος δὲ τρόπος διασπάσεως ἀντιστοιχεῖ εἰς διάφορον πιθανότητα $f_{(b)}$, $f_{(c)}$, $f_{(d)}$

κλπ., αἱ ὁποῖαι σχετίζονται μέ τό μερικόν εὖρος $\Gamma_b, \Gamma_c, \Gamma_d$ κλπ.

Ἐφ' ὅσον, συμφώνως πρός τά ἀναπτυχθέντα εἰς τό προηγούμενον κεφάλαιον, $\Gamma=\Gamma_b+\Gamma_c+\Gamma_d+\ldots$, ἕπεται ὅτι ἡ πιθανότης διασπάσεως δι' ἐκπομπῆς σωματίου b θά εἶναι

$$f_b = \frac{\Gamma_b}{\Gamma} \qquad (5.51)$$

Κατά συνέπειαν ἡ σχέσις (5.50) δύναται νά γραφῆ

$$\sigma_{(a,b)} = \sigma_{(a)} \frac{\Gamma_b}{\Gamma} \qquad (5.52)$$

Θεωρήσωμεν ἤδη τήν ἀντίδρασιν

$$A+a \rightarrow [C] \rightarrow X+x \qquad (5.53)$$

Βάσει τῆς σχέσεως (5.52) ἔχομεν

$$\sigma_{(a,b)} = \sigma_{c(a)} \frac{\Gamma_x}{\Gamma} \qquad (5.54)$$

Ἡ πιθανότης διασπάσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος ἔχει ὡς μέτρον τό ὁλικόν εὖρος, ἐνῶ ἡ πιθανότης διασπάσεως τούτου κατά τό σχῆμα (5.53) εἶναι $\Gamma_x$. Ἐπομένως ἡ πιθανότης τῆς ἀντιδράσεως $\sigma(a,b)$ ἰσοῦται μέ τήν πιθανότητα σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος, σ, διά συλλήψεως τοῦ σωματίου a ἐπί τήν σχετικήν πιθανότητα διασπάσεως αὐτοῦ δι' ἐκπομπῆς σωματίου x.

Ὁμοίως δυνάμεθα νά ἔχωμεν τήν κάτωθι ἀντίδρασιν

$$B+b \rightarrow [C] \rightarrow X+x \qquad (5.55)$$

καθ' ἥν σχηματίζεται μέν ὁ αὐτός σύνθετος πυρήν κατά διάφορον τρόπον, ἀλλά διασπᾶται οὗτος κατά τόν αὐτόν τρόπον. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην θά ἔχωμεν:

$$\sigma_{(b,x)} = \frac{\Gamma_x}{\Gamma} \sigma_{c(b)} \qquad (5.56)$$

Ὑποτίθεται ὅτι ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι ἡ αὐτή καί διά τάς δύο ἀντιδράσεις. Τοῦτο εἶναι δυνατόν, ἐφ' ὅσον ἡ διαφορά εἰς τάς μάζας καί τήν ἐνέργειαν συνδέσεως ἀντισταθμίζεται ἀπό τήν κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ προσπίπτοντος σωματίου.

Ἐάν εἶναι δυναταί καί αἱ ἀντιδράσεις

$$A+a \longrightarrow [C] \longrightarrow Y+y \qquad (5.57)$$

$$B+b \longrightarrow [C] \longrightarrow Y+y \qquad (5.58)$$

θά ἔχωμεν:

$$\sigma_{(a,y)} = \frac{\Gamma_y}{\Gamma} \sigma_{c(a)} \qquad (5.59)$$

$$\sigma_{(b,y)} = \frac{\Gamma_y}{\Gamma} \sigma_{c(b)} \qquad (5.60).$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων σχέσεων (5.54), (5.56) προκύπτει

$$\frac{\sigma_{(a,x)}}{\sigma_{(b,x)}} = \frac{\sigma_{c(a)}}{\sigma_{c(b)}} \qquad (5.61).$$

Ἐκ τῶν δύο τελευταίων σχέσεων (5.59), (5.60) ἔχομεν ἀντιστοίχως

$$\frac{\sigma_{(a,y)}}{\sigma_{(b,y)}} = \frac{\sigma_{c(a)}}{\sigma_{c(b)}} \qquad (5.62).$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (5.61) καί (5.62) λαμβάνομεν

$$\frac{\sigma_{(a,x)}}{\sigma_{(a,y)}} = \frac{\sigma_{(b,x)}}{\sigma_{(b,y)}} \qquad (5.63).$$

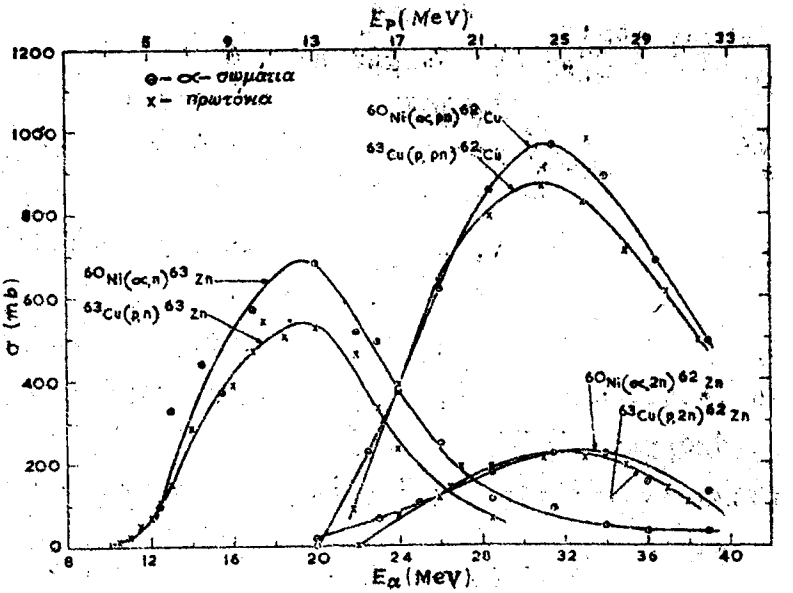
Οὕτω διά τάς ἀντιδράσεις

$$\left.\begin{array}{l} {}^{63}_{29}\mathrm{Cu} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow \left[{}^{64}_{30}\mathrm{Zn}\right] \\ {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow \left[{}^{64}_{30}\mathrm{Zn}\right] \end{array}\right\} \begin{array}{l} \nearrow\ {}^{63}\mathrm{Zn}+n \\ \rightarrow\ {}^{62}\mathrm{Zn}+2n \\ \searrow\ {}^{62}\mathrm{Cu}+p+n \end{array} \qquad (5.64)$$

κατά τά ἀνωτέρω, θά ἔχωμεν

$$\sigma_{Cu}(p,n) : \sigma_{Cu}(p,2n) : \sigma_{Cu}(p,p_n) = \sigma_{Ni}(\alpha,n) : \sigma_{Ni}(\alpha,2n) : \sigma_{Ni}(\alpha,p_\alpha) \qquad (5.65)$$

ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ ἐνέργεια τῶν πρωτονίων εἶναι κατά 7 MeV μικροτέρα τῆς ἐνεργείας τῶν α-σωματίων, οὕτως ὥστε ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως νά εἶνάι ἡ αὐτή.
Τά ἀποτελέσματα ταῦτα τοῦ Ghoshal παρίστανται εἰς τό σχῆμα (5.3).




Σχ. 5.3. Πειραματικαί τιμαί Ghoshal συνηγοροῦσαι ὑπέρ τοῦ ὑποδείγματος τοῦ συνθέτου πυρῆνος.

Δυνάμεθα, γενικῶς, νά εἴπωμεν ὅτι:

α) Ἐάν ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος εἶναι μικροτέρα τῆς ἐνεργείας συνδέσεως σωματίου b, τότε ἡ πιθανότης ἐκπομπῆς τοῦ σωματίου τούτου εἶναι μηδέν.

β) Ἐάν ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως εἶναι ἐπαρκὴς ὥστε τό σωμάτιον b νά δύναται νά ὑπερβῇ τό φράγμα Coulomb, τότε ἡ πιθανότης, ἤτοι ἡ ἐνεργός διατομή τῆς ἀντιδράσεως ταύτης, ἔχει δεδομένην τιμήν. Μέ αὔξησιν τῆς ἐνεργείας διεγέρσεως ἡ ἐνεργός διατομή αὐξάνει μέχρις ἑνός μεγίστου καί μετά ταῦτα πίπτει, καθ' ὅσον ὑπεισέρχονται ἀνταγωνιστικαί διεργασίαι ὡς π.χ. ἐκπομπή καί σωματίου c, ὅτε ἡ ἐνεργός διατομή τῆς πρώτης ἀντιδράσεως, ἤτοι τῆς ἐκπομπῆς σωματίου b, καθίσταται μικροτέρα.

γ) Ἐκ δύο ἰσοδυνάμων, ἐνεργειακῶς, τρόπων διασπάσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος, πιθανώτερος εἶναι ὁ ὁδηγῶν εἰς πυρῆνα μέ μεγαλυτέραν πυκνότητα ἐνεργειακῶν σταθμῶν. Τοῦτο δέ διότι, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ πυκνότης τῶν σταθμῶν, τόσον περισσότεροι εἶναι αἱ δίοδοι ἀντιδράσεως πρός τόν πυρῆνα τοῦτον, καί ἄρα πιθανώτερος εἶναι ὁ σχηματισμός τοῦ ἐν λόγῳ πυρῆνος.

δ) Ἠλεκτρόνια, θετικά ἤ ἀρνητικά, δέν ἐκπέμπονται ὑπό τοῦ συνθέτου πυρῆνος, διότι ὁ σχηματισμός των, ἐφ' ὅσον δέν ὑπάρχουν ἐντός τοῦ πυρῆνος, προϋποθέτει βραδεῖαν διεργασίαν ἔναντι τῆς ταχείας ἐκπομπῆς νουκλεονίου ἤ γ-ἀκτινοβολίας.

ε) Κατά τήν σύλληψιν βραδέος νετρονίου ὑπό πυρῆνος, ὁ σχηματιζόμενος ἐν διεγέρσει σύνθετος πυρήν ἀποδίδει συνήθως τήν ἐνέργειαν ταύτην ὑπό μορφήν γ-ἀκτινοβολίας. (n, γ ἀντιδράσεις).

## 5.8. Ἐνεργός διατομή.

Ἡ ταχύτης μιᾶς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἐκφραζομένη ὡς ὁ ἀριθμός τῶν δημιουργουμένων ἀτόμων κατά μονάδα χρόνου,

εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ, κατά μονάδα ἐπιφανείας καί χρόνου, τῶν προσπιπτόντων σωματίων- βλημάτων, Φ, ὡς καί τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων, $N_A$, τοῦ στόχου, ἤτοι:

$$\frac{dN_B}{dt} \sim \Phi N_A \qquad (5.66).$$

Ἡ πραγματοποίησις μιᾶς δεδομένης πυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἔχει τόν χαρακτῆρα ἑνός τυχαίου γεγονότος ἐκφραζομένου ὑπό τῆς πιθανότητος ἐπιτεύξεως τῆς ὑπ'ὄψιν ἀντιδράσεως. Ἡ πιθανότης αὐτή ἐκφράζεται ὑπό τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς τῆς ὑπ'ὄψιν ἀντιδράσεως.

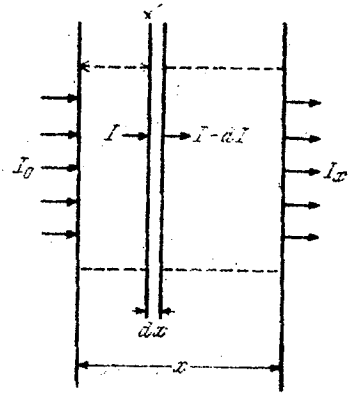
Εἰς πυρήν ἀκτῖνος R παρουσιάζει ἐπιφάνειαν ἐπί τοῦ βλήματος ἴσην πρός $\pi R^2$. Διά στόχον μέ A=100, ἡ ἐπιφάνεια αὐτή εἶναι $\pi(1,4.10^{-13})^2(100^{1/3})^2 cm^2$ ἤ $1,3.10^{-24} cm^2$ = 1,3 barns, ἔνθα $1.10^{-24}$ $cm^2$ = 1 barn. Κατά τήν σύγκρουσιν τοῦ βλήματος μετά τοῦ στόχου δύνανται νά λάβουν χώραν διάφοροι ἀντιδράσεις. Π.χ. κατά τήν σύγκρουσιν δευτερονίων ἐνεργείας 24 MeV μετά τοῦ πυρῆνος-στόχου $^{232}Th$, δύνανται νά λάβουν χώραν διάφοροι ἀντιδράσεις ὡς $^{232}Th(d,n)^{233}Pa$, $^{233}Th(d,2n)^{232}Pa$, $^{232}Th(d,p)^{233}Th$ κλπ. Ἡ πιθανότης ἐπιτεύξεως ἑκάστης ἀντιδράσεως εἶναι διάφορος. Ἡ πιθανότης αὐτη, σ, μετατρέπει τήν ἀναλογίαν τῆς σχέσεως (5.66) εἰς ἰσότητα, ἤτοι

$$\frac{dN_B}{dt} = \sigma \Phi N_A \qquad (5.67).$$

Αἱ διαστάσεις τοῦ σ, εἶναι $cm^2$/ἄτομον. Συνήθως ὅμως παραλείπεται ὁ παρονομαστής καί παραμένει μόνον $cm^2$, ἐξ οὗ καί ὁ ὅρος ἐνεργός διατομή. Ἡ ἐνεργός διατομή εἶναι μία ἰδιαιτέρως χρήσιμος ἔννοια διά τήν ἔκφρασιν τῆς πιθανότητος δεδομένης ἀντιδράσεως. Ἡ ἐνεργός διατομή σπανίως συμπίπτει μέ τήν γεωμετρικήν διατομήν τοῦ

πυρῆνος. Δύναται νά εἶναι μηδέν ἤ πολύ μεγαλυτέρα τῆς γεωμετρικῆς διατομῆς. Ἡ ἐνεργός διατομή ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἰδιαιτέρας συμπεριφορᾶς τοῦ πυρῆνος-στόχου διά τήν δεδομένην ἀντίδρασιν ὡς καί ἐκ τῆς ἐνεργείας καί τοῦ εἴδους τοῦ προσπίπτοντος βλήματος. Κατά τήν πρόσπτωσιν τῶν σωματίων ἐπί τοῦ πυρῆνος-στόχου, αἱ λαμβάνουσαι χώραν ἀντιδράσεις δέν εἶναι ἀναγκαστικῶς ὅλαι τοῦ αὐτοῦ τύπου. Ὡς ἐκ τούτου δι'ἑκάστην ἀντίδρασιν ἔχομεν καί τήν ἀντίστοιχον ἐνεργόν διατομήν. Τό ἄθροισμα τῶν ἐπί μέρους ἐνεργῶν διατομῶν δίδει τήν ὁλικήν ἐνεργόν διατομήν. Ἡ ἐνεργός διατομή δύναται νά θεωρηθῆ ὡς ἡ ἐνεργός ἐπιφάνεια τοῦ πυρῆνος ἐπί τῆς ὁποίας, ἐάν προσπέση τό σωμάτιον, θά λάβῃ χώραν ἡ ἀντίδρασις.

Θεωρήσωμεν στόχον πάχους x καί ἐπιφανείας S ἐπί τῆς ὁποίας προσπίπτει δέσμη σωματίων ἰσχύος $I_0$. Σχῆμα (5.4).




Σχ. 5.4. Καθορισμός ἐνεργοῦ διατομῆς.

Ἡ δέσμη διερχομένη διά τοῦ πάχους dx ὑφίσταται ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως ἀπό I εἰς I-dI, ἔνθα ἡ ἔντασις τῆς δέσμης ἐκφράζεται εἰς ἀριθμόν σωματίων κατά $cm^2$ καί sec. Ἡ ἐλάττωσις αὕτη τῆς ἐντάσεως τῆς δέσμης dI εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐντάσεως I εἰς τό σημεῖον x' καί ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων τοῦ στόχου μεταξύ x' καί x+dx. Ἐάν $N_0$ εἶναι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ στόχου κατά μονάδα ὄγκου, τότε ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ στόχου μεταξύ x'' καί x+dx θά εἶναι $N_0 Sdx$. Ἐάν

ὑποθέσωμεν ὅτι, σ εἶναι ἡ ἐνεργὸς διατομὴ διὰ τὴν ἀντίδρασιν ἥτις ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ἀριθμοῦ σωματίων, τότε τὸ ποσοστὸν τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἐντάσεως τῆς δέσμης εἰς τὸ πάχος dx θὰ εἶναι

$$-\frac{dI}{I}=\frac{\sigma N_0 S dx}{S}=\frac{\text{ἐνεπιφάνεια στόχου}}{\text{ὁλικὴ ἐπιφάνεια}}=\sigma N_0 dx \qquad (5.68).$$

Δι' ὁλοκληρώσεως ἀπὸ 0 ἕως x λαμβάνομεν

$$I_x=I_0 e^{-\sigma N_0 x} \qquad (5.69).$$

Ἡ σχέσις αὕτη χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν πειραματικὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς. Ἐκ τῆς σχέσεως (5.69) ἔχομεν

$$\frac{I_x}{I_0}=e^{-\sigma N_0 x}$$

ἢ $$1-\frac{I_x}{I_0}=1-e^{-\sigma N_0 x} \quad \text{ἢ} \quad \frac{I_0-I_x}{I_0}=1-e^{-\sigma N_0 x}$$

ἢ $$\Delta I=I_0(1-e^{-\sigma N_0 x}) \qquad (5.70).$$

Τὸ ΔI παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν σωματίων τὰ ὁποῖα ἀντέδρασαν κατὰ μονάδα χρόνου.

Δεδομένου ὅτι ἡ ἐνεργὸς διατομὴ διὰ ταχέα σωμάτια δὲν εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ $2\pi R^2$, ἕπεται ὅτι ἡ τάξις μεγέθους τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς διὰ ταχέα σωμάτια εἶναι $10^{-24}$ cm$^2$. Διὰ τοῦτο ἡ τιμὴ $1.10^{-24}$ cm$^2$ ἐλήφθη ὡς ἡ μονὰς barn (as big as a barn).

Ἡ σχέσις (5.69) ἰσχύει διὰ λεπτοὺς στόχους, ἐνῶ διὰ παχεῖς στόχους ἡ ἐνεργὸς διατομὴ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ πάχους, ἤτοι $\sigma=f(x)$.

Ἀνωτέρω ὡρίσθη ἡ ἐνεργὸς διατομὴ διὰ τὴν ἀντίδρασιν ἥτις προκαλεῖ ἐλάττωσιν τῆς δέσμης. Ἐὰν ἡ ἀντί -

δρασις αὕτη εἶναι σκέδασις, τότε ἡ σ ἀποτελεῖ τήν ἐνεργόν διατομήν σκεδάσεως $\sigma_{sc}$, ἐάν εἶναι σχάσις ἔχομεν ἐνεργόν διατομήν σχάσεως κλπ. Ἡ ὁλική, ἐπομένως, ἐνεργός διατομή εἶναι

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_c + c_f + \dots \qquad (5.71).$$

Θεωρήσωμεν, ὡς παράδειγμα, φύλλον $^{197}Au$, ὡς ὁ ἐν τῇ φύσει χρυσός, πάχους 0,03 cm καί ἐπιφανείας 5 $cm^2$ βομβαρδιζόμενον διά θερμικῶν νετρονίων ροῆς $10^7$ $n/cm^2 sec$. Ζητεῖται νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν σχηματιζομένων κατά sec πυρήνων $^{198}Au$ κατά τήν ἀντίδρασιν

$$^{197}Au(n,\gamma)\ ^{198}Au$$

Ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως τοῦ $^{197}Au$ διά τά θερμικά νετρόνια εἶναι 99 barns. Πυκνότης Au=19,3 $gr/cm^3$.
A.B=197,2.
Βάσει τῆ σχέσεως (5.70) ἔχομεν:

$$\Delta I = 5\ cm^2 . 10^7\ n/cm^2 . sec\left(1 - e^{-5,89\cdot 10^{22} 99,10^{-24} 0,03}\right)$$

$$= 8.10^6\ ^{198}Au/sec$$

Εἰς τήν σχέσιν (5.70) x=0,03 cm $\sigma$=99b=$99.10^{-24}$ $cm^2$ καί $N_o = \frac{p}{A} N_L = \frac{19,3}{197,2}\ 6,02.10^{23} = 5,89.10^{22}$ πυρῆνες $^{197}Au/cm^3$.

Ὁ ἀριθμός λοιπόν τῶν σχηματιζομένων πυρήνων $^{198}Au$ κατά sec εἶναι $8.10^6$.

Εἰς ἕν μῖγμα ἰσοτόπων, ὡς τά ἐν τῇ φύσει στοιχεῖα, δι' ἕκαστον ἰσότοπον νουκλίδιον ἔχομεν τήν ἀντίστοιχον ἐνεργόν διατομήν. Ἡ σχέσις (5.69) ἀναφέρεται εἰς τήν ὁλικήν ἐνεργόν διατομήν τοῦ στόχου, ἔστω καί ἄν ἀποτελῆται ἐκ διαφόρων ἰσοτόπων. Διά νά εὑρεθῇ τό ποσοστόν μιᾶς

ἰδιαιτέρας ἀντιδράσεως πρέπει νά πολλαπλασιάσωμεν τήν περιεκτικότητα τοῦ ὑπ'ὄψιν ἰσοτόπου ἐπί τό κλάσμα τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς τούτου ὡς πρός τήν ὁλικήν ἐνεργόν διατομήν. Ὡς παράδειγμα ἔστω ἡ ἀντίδρασις

$$^{35}Cl(n,p)\,^{35}S$$

Εἰς κυβικόν δοχεῖον πλευρᾶς 1 cm τίθεται $CCl_4$ καί βομβαρδίζεται μέ θερμικά νετρόνια ροῆς $I_0=10^9$ n/cm².sec. Πόσα ἄτομα $^{35}S$ σχηματίζονται εἰς 24 ὥρας;

$\rho=1,46$ gr/cm³ . $\sigma_t=33,8$ b , διά τό φυσικόν μῖγμα τῶν ἰσοτόπων τοῦ χλωρίου. MB = 153,8 .

Βάσει τῆς σχέσεως (5.70) ἔχομεν

$$\Delta I = 10^9.60.60.24\left(1-e^{-2,28\cdot10^{22}\cdot33,8\cdot10^{-24}\cdot1}\right)$$

$$=4,64.10^{13}$$

Διότι $I_0=10^9.60.60.24$ n/cm².24h, x=1 cm, $\sigma=33,8.10^{-24}$ cm²

καί $N_0=\frac{\rho}{MB}\,N_L.\,4=\frac{1,46}{153,8}\,6,02.10^{23}.4=2,28.10^{22}$ ἄτομα Cl/cm³.

Ὁ ἀριθμός $4,64.10^{13}$ παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν νετρονίων τά ὁποῖα ἀπερροφήθησαν ὑπό τοῦ χλωρίου τοῦ τετραχλωράνθρακος εἰς 24 h. Ἡ ἐνεργός διατομή τοῦ C εἶναι μικρά καί δέν λαμβάνεται ὑπ'ὄψιν. Τό χλώριον ἀποτελεῖται ἀπό δύο ἰσότοπα, τό $^{35}Cl$ καί τό $^{37}Cl$, ὑπό ἀναλογίαν 75,4% καί 24,6% ἀντιστοίχως. Ἐκ τῶν δύο ἰσοτόπων τούτων μόνον τό $^{35}Cl$ μᾶς ἐνδιαφέρει, ἐφ'ὅσον τοῦτο λαμβάνει μέρος εἰς τήν ἀντίδρασιν. Ἡ ἐνεργός διατομή τοῦ $^{35}Cl$ διά τήν ἀντίδρασιν ταύτην εἶναι 0,19 b. Ἄρα ἐκ τῶν ἀπορροφηθέντων νετρονίων μόνον τό ποσοστόν $\frac{0,754.0,19}{33,8}\approx 4,24.10^{-3}$ ὁδηγεῖ εἰς τήν ἀντίδρασιν

$^{35}Cl(n,p)\,^{35}S$ . Ἐπομένως πολλαπλασιάζοντες τόν ἀριθμόν τῶν ἀπορροφηθέντων νετρονίων ἐπί $4,24.10^{-3}$ εὑρίσκομεν

$$4,64.10^{13}.4,24.10^{-3} = 2.10^{11}\ {}^{35}S/24h$$

## 5.9. Μακροσκοπική ἐνεργός διατομή.

Ἡ προηγουμένως ὁρισθεῖσα ἐνεργός διατομή ἀναφέρεται εἰς ἕνα πυρῆνα καί καλεῖται μικροσκοπική ἐνεργός διατομή. Τό γινόμενον $N_0\sigma$ ἀποτελεῖ τήν μακροσκοπικήν διατομήν, $\Sigma$, καί ἐξ ὁρισμοῦ

$$\Sigma \equiv N_0\sigma \quad \text{εἰς } cm^{-1}$$

Δεδομένου ὅτι τό $N_0$ παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων κατά $cm^3$, ἕπεται ὅτι ἡ μακροσκοπική ἐνεργός διατομή, $\Sigma$, εἶναι ἡ ὁλική ἐνεργός διατομή τῶν πυρήνων εἰς 1 $cm^3$ τοῦ στόχου καί ἔχει διαστάσεις ἀντιστρόφου μήκους. Θέτοντες τήν σχέσιν ταύτην εἰς τήν ἐξίσωσιν (5.68) λαμβάνομεν:

$$-\frac{dI}{I} = \Sigma dx \qquad (5.72)$$

Ἐφ' ὅσον ὁ λόγος $-\frac{dI}{I}$ παριστᾷ τό ποσοστόν τῶν σωματίων ἅτινα ἀπερροφήθησαν κατά τήν δίοδον τούτων διά τοῦ πάχους dx, ἕπεται ὅτι τό $\Sigma dx$ παριστᾷ τήν πιθανότητα ὅτι τό ποσοστόν τοῦτο τῶν σωματίων θά ἀπορροφηθῇ κατά τήν διαδρομήν dx. Δεδομένου ὅτι $N_0 = \frac{\rho}{AB} N_L = \frac{\rho}{AB} 6,02.10^{23}$, βάσει τῆς σχέσεως $\Sigma = N_0\sigma$, θά ἔχωμεν:

$$\Sigma = \frac{0,602.\rho.\sigma}{AB} \quad \text{εἰς barns} \qquad (5.73)$$

Ἐάν ὁ στοχος συνίσταται ἐκ περισσοτέρων νουκλιδίων θά ἔχωμεν:

$$\Sigma = N_1\sigma_1 + N_2\sigma_2 + \cdots \qquad (5.74)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (5.72) δι' ὁλοκληρώσεως λαμβάνομεν

$$\frac{I_x}{I_0}=e^{-\Sigma x} \qquad (5.75).$$

Κατά ταῦτα ἡ $e^{-\Sigma x}$ ἐκφράζει τήν πιθανότητα ὅτι ἕν σωμάτιον δύναται νά εἰσδύσῃ ἐντός τοῦ στόχου, μέχρις ἀποστάσεως x, ἄνευ ἀντιδράσεως. Ἡ πιθανότης ὅμως ὅτι ἡ ἀντίδρασις θά λάβῃ χώραν μεταξύ x καί x+dx δίδεται ὑπό τῆς Σdx. Ἐπομένως ἡ μέση ἐλευθέρα διαδρομή τῶν σωματίων τῆς δέσμης ἐντός τοῦ στόχου, ἤτοι ἡ ἀπόστασις λ ἣν ἕν σωμάτιον διανύει, κατά μέσον ὅρον, ἐντός τοῦ στόχου προτοῦ ἀντιδράσῃ, εἶναι

$$\lambda=\frac{\int_0^\infty x.e^{-\Sigma x}\,\Sigma dx}{\int_0^\infty e^{-\Sigma x}\Sigma dx}=\frac{1}{\Sigma}\ \text{cm} \qquad (5.76)$$

Π.χ. ἡ μέση ἐλευθέρα διαδρομή τῶν θερμικῶν νετρονίων ἐντός τοῦ ὕδατος πρό τῆς ἀπορροφήσεως αὐτῶν ὑπό τῶν ἀτόμων ὑδρογόνου εἶναι

$$\lambda=\frac{1}{\Sigma}=\frac{1}{\sigma_a N_H}\approx\frac{1}{0,33.10^{-24}.0,67.10^{23}}\approx 45\text{cm} \qquad (5.77)$$

Ἐάν x=λ, τότε ἡ σχέσις (5.75) καθίσταται

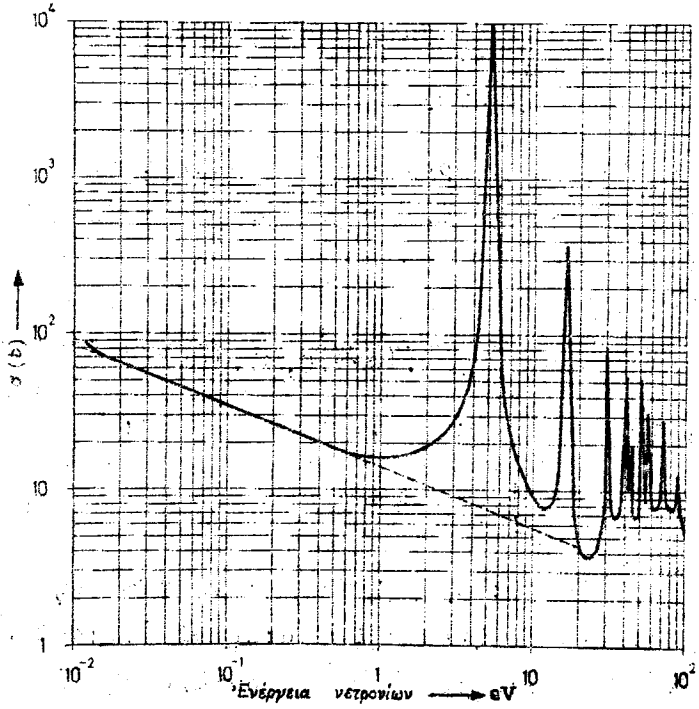
$$\frac{I_x}{I_0}=e^{-\Sigma\lambda}=e^{-1} \qquad (5.78).$$

Ἄρα ἡ μέση ἐλευθέρα διαδρομή δύναται νά θεωρηθῇ ὡς ἡ ἀπόστασις ἐκείνη κατά μῆκος τῆς ὁποίας θά ἀντιδράσουν τά προσπίπτοντα σωμάτια μέχρι ποσοστοῦ 1/e τῆς ἀρχικῆς τιμῆς.

## 5.10. Μεταβολή τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς μετά τῆς ἐνεργείας.

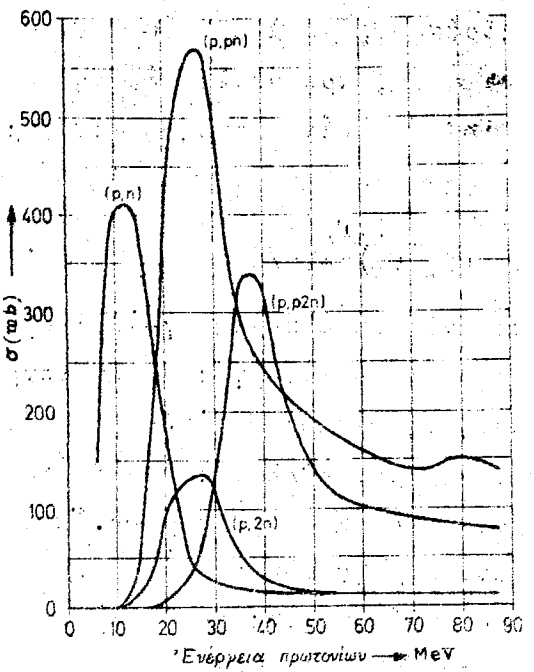
Αἱ ἐνεργοί διατομαί εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις,

ἐξαρτῶνται, πολλάκις δέ ἀρισίμως, ἀπό τήν ἐνέργειαν τῶν προσπιπτόντων σωματίων. Ἡ ἐνεργός διατομή συχνάκις γράφεται σ(E) ἤ σ(υ) διά νά δείξῃ τήν ἐξάρτησιν ταύτης ἐκ τῆς ἐνεργείας ἤ τῆς ταχύτητος τοῦ σωματίου. Ἡ γνῶσις τῆς μεταβολῆς τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς μετά τῆς ἐνεργείας ἐπιτρέπει νά προβλέψωμεν ποῖα θά εἶναι ἡ πιθανωτέρα ἀντίδρασις εἰς δεδομένην ἐνέργειαν. Ἡ ἀναφερθεῖσα εἰς προηγούμενον κεφάλαιον συνάρτησις διεγέρσεως, ἀποδίδει τήν ἐξάρτησιν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπό τήν ἐνέργειαν. Τά σχήματα (5.5) καί (5.6) δίδουν τήν συνάρτησιν διεγέρσεως ἤτοι τήν ἐνερ-




Σχ. 5.5. Ἐνεργός διατομή Ag συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν νετρονίων.

Τά μέγιστα ὀφείλονται εἰς τά ἰσότοπα τοῦ φυσικοῦ Ag. Π.χ. τό πρῶτον μέγιστον 5,12 eV ὀφείλεται εἰς τόν $^{109}Ag$.




Σχ. 5.6. Ἐνεργός διατομή $^{63}Cu$ συναρτήσει τῆς ἐνεργείας πρωτονίων.

γον διατομήν ἀπορροφήσεως νετρονίων ὑπό Ag καί πρωτονίων διά τόν Cu-63.

Ὁ ὑπολογισμός τῆς μεταβολῆς τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς μετά τῆς ἐνεργείας τοῦ προσπίπτοντος σωματίου διά τήν ἀντίδρασιν

$$A+\alpha \rightarrow [C] \rightarrow X+x \qquad (5.79)$$

παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως Breit-Wigner

$$\sigma(\alpha,x) = \frac{\lambda^2}{4\pi}\left[\frac{2I_c+1}{(2I_A+1)(2I_\alpha+1)}\right]\frac{\Gamma_\alpha\Gamma_x}{(E_k-E_\gamma)^2+(\Gamma/2)^2} \qquad (5.80)$$

ἔνθα $\lambda$=τό ἀντιστοιχοῦν εἰς τό προσπίπτον σωμάτιον μῆκος κύματος de Broglie $\lambda=\frac{h}{mV}=\frac{h}{\sqrt{2mE}}$, $I_c$, $I_A$, $I_\alpha$= τά spin τῶν C, A, α, $E_k$=ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματίου α (ἐνταῦθα τό α δέν παριστᾷ α-σωμάτιον), $E_\gamma$= ἡ ἐνέργεια συντονισμοῦ, Ἐκ τοῦ σωματίου πρός σχηματισμόν τοῦ ΣΠ εἰς δεδομένην στάθμην, $\Gamma_\alpha$= τό μερικόν εὖρος διά τήν ἐκπομπήν, ἐκ τοῦ συνθέτου πυρῆνος, τοῦ σωματίου α (ἐλαστική σκέδασις), $\Gamma_x$= τό μερικόν εὖρος διά τήν ἐκπομπήν τοῦ σωματίου x καί $\Gamma$ = τό ὁλικόν εὖρος τῆς στάθμης. Εἰς τήν

περίπτωσιν μιᾶς (n,γ) ἀντιδράσεως, μετά βραδέων νετρονίων, ἥτις ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρει, προκύπτει ἐκ τῆς (5.80) (δεδομένου ὅτι ὁ παράγων τῶν spin εἶναι συνήθως ἴσος μέ 1/2 ἕως 1)

$$\sigma_{(n,\gamma)}=\frac{\lambda^2}{4\pi}\ \frac{\Gamma_n\Gamma_\gamma}{(E_\kappa-E_r)^2+\Gamma^2/4} \qquad (5.81).$$

Ἡ $\Gamma_\gamma$, ἥτις παριστᾷ τήν πιθανότητα ἐκπομπῆς γ-ἀκτινοβολίας, εἶναι συνήθως ἀνεξάρτητος τῆς ἐνεργείας τοῦ νετρονίου, διότι ἡ πιθανότης αὕτη τῆς ἐκπομπῆς ἑνός φωτονίου ἐνεργείας τῆς τάξεως 1 MeV δέν μεταβάλλεται ἐάν ἡ ἐνέργεια τοῦ νετρονίου εἶναι διάφορος κατά μερικά eV. Ἡ $\Gamma_n$ παριστᾷ τήν πιθανότητα ἐπανεκπομπῆς τοῦ νετρονίου, καί εἶναι ἀνάλογος τῆς ταχύτητος τούτου ἤτοι τοῦ $(E_\kappa)^{1/2}$.
Ἡ Γ εἶναι περίπου ἀνεξάρτητος τῆς ἐνεργείας τοῦ νετρονίου. Ἰσχύει ὅτι $\Gamma=\Gamma_\gamma+\Gamma_n$. Ἐπειδή

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2ME_\kappa}}\sim\frac{1}{\sqrt{E_\kappa}}$$

ἕπεται

$$\frac{\lambda^2}{4\pi}=\frac{K}{E_\kappa} \qquad (5.82)$$

ἔνθα K=σταθερά.
Ὁμοίως $\Gamma_n=K'\sqrt{E_\kappa}$, καί ἐπομένως ἡ (5.81) γράφεται

$$\sigma(n,\gamma)=\frac{A}{\sqrt{E_\kappa}}\cdot\frac{\Gamma_\gamma}{(E_\kappa-E_r)^2+\frac{\Gamma^2}{4}} \qquad (5.83)$$

ἔνθα A=σταθερά.
Διά τιμάς $E_\kappa \ll E_r$, ἤτοι πολύ μικροτέρας τῆς τιμῆς συντονισμοῦ, $(E_\kappa-E_r)^2\approx E_r^2$ καί ἐπομένως ὁ δεύτερος παράγων εἰς τήν ἐξίσωσιν (5.83) εἶναι πρακτικῶς σταθερός.
Ἐπομένως

$$\sigma(n,\gamma)=\text{const}\cdot\frac{1}{v} \qquad (5.84)$$

ήτις άποδίδει τήν μεταβολήν τῆς τῆς σ ἀπορροφήσεως νετρονίων εἰς τήν περιοχήν τῶν μικρῶν ἐνεργειῶν. Δηλαδή εἰς τήν περιοχήν τῶν μικρῶν ἐνεργειῶν ἡ ἐνεργός διατομή διά τήν ἀπορρόφησιν νετρονίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ταχύτητος τοῦ νετρονίου καί ἡ περιοχή αὐτη χαρακτηρίζεται ὡς περιοχή (1/υ). Ἡ περιοχή αὐτη παρίσταται εἰς τό σχῆμα (5.5) διά μιᾶς εὐθείας. Αὐξανομένης τῆς ἐνεργείας τοῦ νετρονίου ἐμφανίζονται μέγιστα ἀπορροφήσεως ἐκ συντονισμοῦ, ὅτε $E_\kappa = E_\tau = (E_C - E_\beta)\frac{M_A + M_\alpha}{M_\alpha}$ (ἐξ.5.42). Ἄρα:

$$\sigma_m \approx \frac{A}{\sqrt{E_\tau}} \cdot \frac{\Gamma_\gamma}{\frac{\Gamma^2}{4}} \qquad (5.85)$$

ἤτοι ἡ μέγιστη τιμή τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἐνεργείας συντονισμοῦ,

$$\sigma_m \sim \frac{1}{\sqrt{E_\tau}} \qquad (5.86).$$

Ἄρα εἰς τό μέγιστον τῆς ἀπορροφήσεως ἡ ἐνεργός διατομή θά εἶναι μεγίστη εἰς μικράς ἐνεργείας συντονισμοῦ καί ἀντιστρόφως.

Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (5.83)

$$x = \frac{2(E_\kappa - E_\tau)}{\Gamma} \qquad (5.87)$$

θά ἔχωμεν

$$\sigma(n,\gamma) = \frac{A}{\sqrt{E_\kappa}} \cdot \frac{\Gamma_\gamma}{\frac{\Gamma^2}{4}(1+x^2)} \qquad (5.88).$$

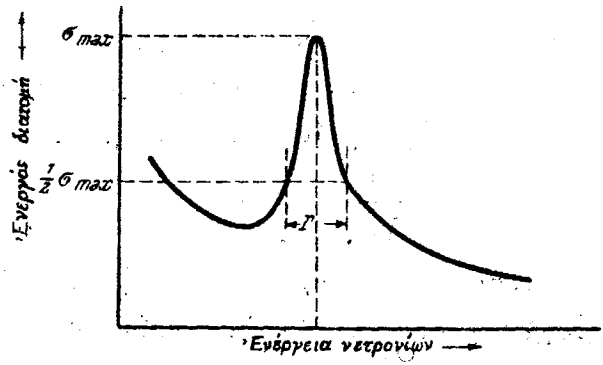
Συγκρίνοντες ταύτην μέ τήν (5.85) παρατηροῦμεν ὅτι

$$\sigma(n,\gamma) = \frac{\sigma_m}{2} \quad \text{διά } x=1 \text{ ἤτοι διά}$$

$E_\kappa - E_\tau = \frac{\Gamma}{2}$. Ἐπομένως τό εὖρος Γ εἶναι τό ὁλικόν εὖρος εἰς τό ἥμισυ ὕψος τῆς καμπύλης συντονισμοῦ.

Σχῆμα (5.7). Διά τοῦτο πολλάκις τό εὖρος Γ ὀνομάζεται ὡς εὖρος τῆς ἡμισείας τιμῆς τοῦ μεγίστου τοῦ συντονισμοῦ.

Διά τό φυσικόν Cd ἔχομεν $\sigma_m = 7200$ b. Ὁ συντονισμός παρατηρεῖται εἰς 0,178 eV καί ὀφείλεται εἰς τό $^{113}$Cd. Συνεπῶς ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως νετρονίων τοῦ Cd εἶναι ἀνάλογος τοῦ $\frac{1}{v}$ διά λίαν μικράς τιμάς ἐνεργείας νετρονίων (μέχρι τῆς τιμῆς περίπου 0,03 eV). Ἡ ταχεῖα ἐλάττωσις τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπορροφήσεως




Σχ. 5.7. Αἰχμή συντονισμοῦ εἰς τήν ἀπορρόφησιν νετρονίου.

τοῦ Cd διά μεγαλυτέρας τιμάς (δηλαδή μεγαλυτέρας τῆς τιμῆς συντονισμοῦ) καθιστᾷ τό Cd λίαν πτωχόν ἀπορροφητήν νετρονίων, δι' ἐνεργείας νετρονίων μεγαλυτέρας περίπου τοῦ 0,4 eV. Ἕτερα στοιχεῖα ὡς Ag, Au, Ir, δεικνύουν περισσότερα, τοῦ ἑνός, μέγιστα Σχῆμα (5.5). Γενικῶς τό εὖρος Γ εἶναι μικρόν δεδομένου ὅτι καί τό $\Gamma_\gamma$ εἶναι μικρόν. Συνήθως διά βαρέα νουκλίδια $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$. Π.χ. διά τό $^{113}$Cd $\Gamma_\gamma = 0,113$ eV, $\Gamma_n = 0,65.10^{-3}$ eV καί $E_\gamma = 0,178$ eV.

Συνεπῶς τό μέγιστον εἶναι ὀξύ. Δηλαδή δύναται νά λεχθῇ ὅτι συνήθως τό Γ ἔχει τιμάς τῆς τάξεως 0,1 eV, μολονότι ἔχουν παρατηρηθῇ τιμαί 10 φοράς μεγαλύτεραι ἤ μικρότεραι ταύτης. Τό $\Gamma_n$ εἶναι τῆς τάξεως $10^{-2}-10^{-4}$ eV. Ὡρισμένα ὅμως νουκλίδια τοῦ Mn,Co ἔχουν μεγάλας τιμάς (10 eV). Ἐφ'ὅσον ἑτέρα ἀντίδρασις, μέ βραδέα νετρόνια, δέν εἶναι πιθανή ἔπεται ὅτι τό ὁλικόν εὖρος Γ εἶναι μικρόν. Ἡ τιμή τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς τοῦ $^{113}Cd$ ($\sigma_m$=53000b) εἶναι κατά πολύ μεγαλυτέρα τῆς γεωμετρικῆς διατομῆς τοῦ πυρῆνος Cd τῆς τάξεως 2b.(Κεφ. 5.8), ἤτοι $\sigma(n,\gamma)\gg\pi R^2$. Τοῦτο δικαιολογεῖται καθ'ὅσον ἐκ τῆς σχέσεως

$$\sigma_m = g\,\frac{\lambda^2}{\pi}\,\frac{\Gamma_\gamma\,\Gamma_n}{\Gamma^2}$$

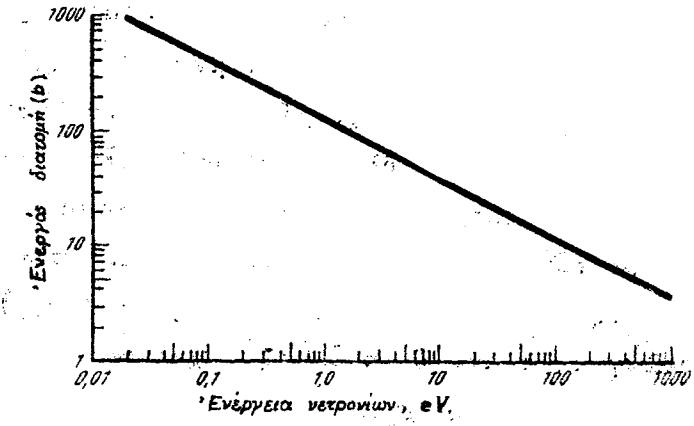
διά $\frac{\Gamma_\gamma\cdot\Gamma_n}{\pi\Gamma^2}\approx\frac{0,113.0,65.10^{-3}}{\pi(0,113)^2}\approx 2.10^{-3}$, $E_\tau$= 0,178 eV καί παράγοντα spin $g=\frac{2I_c+1}{(2I_A+1)(2I_a+1)}=\frac{2+1}{(2\frac{1}{2}+1)(2\frac{1}{2}+1)}=\frac{3}{4}$

προκύπτει, βάσει τῆς ἐξισώσεως $\lambda=\frac{h}{\sqrt{2ME_\tau}}$, $\sigma_m\approx 5.10^4$b.

Πέραν τῆς τιμῆς συντονισμοῦ ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως ταχέων νετρονίων ἐλαττοῦται σταθερῶς μέ αὔξησιν τῆς ἐνεργείας αὐτῶν καί ἔχει τιμάς τῆς τάξεως μερικῶν barns ($<10$b).

Εἰς μερικάς ἀντιδράσεις ἐλαφρῶν πυρήνων μετά νετρονίων, εἰς ἃς ἐκπέμπονται φορτισμένα σωμάτια ὡς π.χ. ἡ ἀντίδρασις $^{10}B(n,\alpha)^7Li$ κλπ, παρατηροῦμεν μίαν διάφορον ἐξάρτησιν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπό τήν ἐνέργειαν τῶν νετρονίων. Τό σχῆμα (5.8) δίδει τήν ἐξάρτησιν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπό τήν ἐνέργειαν τοῦ νετρονίου. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ νόμος $\frac{1}{v}$ ἰσχύει δι'εὐρεῖαν περιοχήν ἐνεργειῶν. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην, ἐφ'ὅσον ὁ διηγερ-

μένος σύνθετος πυρήν ἔχει ἐπαρκῆ ἐνέργειαν διά τήν ἐκπομπήν ἑνός φορτισμένου σωματίου (α-σωματίου), ἔπεται ὅτι ἡ πιθανότης μιᾶς τοιαύτης ἀντιδράσεως εἶναι μεγάλη.




Σχ. 5.8. Ἐνεργός διατομή $^{10}B$ συναρτήσει τῆς ἐνεργείας νετρονίων.

Μ'ἄλλους λόγους τό μερικόν εὖρος $\Gamma_\alpha$, ὡς καί τό ὁλικόν εὖρος $\Gamma$ ἔχουν μεγάλην τιμήν καί ἑπομένως $\Gamma^2/4 \gg (E_\kappa - E_\tau)^2$. Ἄρα ἡ σχέσις (5.83) καθίσταται

$$\sigma(n,\alpha) = \frac{A}{\sqrt{E_\kappa}} \frac{\Gamma_\alpha}{(E_\kappa - E_\tau)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$= \frac{A'}{\upsilon} \cdot \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma^2/4} \qquad (5.89)$$

Ἡ ἐνεργός λοιπόν διατομή εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ταχύτητος τῶν νετρονίων. Ὁ νόμος $\frac{1}{\upsilon}$, δηλαδή, ἰσχύει εἰς δύο περιπτώσεις: α) ὅταν $\Gamma$ εἶναι μικρόν καί ἡ ἐνέργεια τῶν νετρονίων $E_\kappa$ δύναται νά παραληφθῆ ἔναντι τοῦ $E_\tau$ καί β) ὅταν $\Gamma >> E_\kappa - E_\tau$.

Πρέπει νά τονισθῆ ὅτι ὅλα τά νουκλίδια δέν δεικνύουν τήν αὐτήν συμπεριφοράν. Οἱ πλεῖστοι τῶν ἐλαφρῶν πυ-

ρήνων, ὡς καί μερικοί μέ μεγάλον μαζικόν ἀριθμόν, δέν δεικνύουν ἀπορρόφησιν ἐκ συντονισμοῦ. Ἡ ὁλική ἐνεργός διατομή (ἀπορροφήσεως καί σκεδάσεως) παραμένει διά μίαν εὐρεῖαν περιοχήν ἐνεργείας (ἀπό 0,025 eV ἕως μερικά MeV) μικρά καί εἶναι τῆς τάξεως μερικῶν barns.

Πειραματικῶς εὑρέθη ὅτι ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων (0,025 eV) τῶν σταθερῶν νουκλιδίων κυμαίνεται μεταξύ 0,007 b ($^{4}He$) καί $2,4.10^{5}$ b διά τό $^{157}Gd$. Τήν μεγαλυτέραν ἐνεργόν διατομήν θερμικῶν νετρονίων ἔχει τό ραδιενεργόν νουκλίδιον $^{135}Xe$ ἀνερχομένην εἰς $2,7.10^{6}$ b. Τό $^{135}Xe$ δημιουργεῖται κατά τήν σχάσιν τοῦ U.

Ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως νετρονίων δέν μεταβάλλεται κατά κανονικόν τρόπον ἀπό στοιχείου εἰς στοιχεῖον ἤ ἀκόμη ἀπό ἰσοτόπου εἰς ἰσότοπον. Ἰσότοπα μέ μαγικούς ἀριθμούς νετρονίων ἔχουν μικράν ἐνεργόν διατομήν ἀπορροφήσεως. Τοῦτο ἀνεφέρθη εἰς τό περί μαγικῶν ἀριθμῶν κεφάλαιον.

Ἡ ἐνεργός διατομή σκεδάσεως, διά θερμικά νετρόνια, γενικῶς εἶναι μικρά καί κυμαίνεται συνήθως μεταξύ 1–10b. Διά νετρόνια μεγαλυτέρας ἐνεργείας, ἐλαττοῦται ἔτι περισσότερον καί διά νετρόνια λίαν μεγάλης ἐνεργείας(100 MeV) εἶναι τῆς τάξεως τῆς γεωμετρικῆς διατομῆς τῶν πυρήνων. Ἡ ἐνεργός διατομή σκεδάσεως τοῦ $H_2$, διά θερμικά νετρόνια, εἶναι 20–80b, καθ'ὅσον ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἐάν τό ἄτομον τοῦ $H_2$ εἶναι ἐλεύθερον ἤ συνδεδεμένον εἰς μόριον (π.χ. παραφίνην).

## 5.11. Τύποι πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

### 5.11.1. Ἀντιδράσεις μέ βραδέα νετρόνια

Ἡ κυριωτέρα μετά θερμικῶν νετρονίων ἀντίδρασις εἶναι ἡ τοῦ τύπου (n,γ).

Τά νετρόνια, μή ἔχοντα φορτίον, δύνανται νά εἰσέλθουν εἰς τόν πυρῆνα ἀκόμη καί ἄνευ κινητικῆς ἐνεργείας, καθ'ὅσον δέν παρεμβάλλεται εἰς ταῦτα τό φράγμα Coulomb. Λόγῳ τῆς μικρᾶς ταχύτητός των δαπανοῦν ἱκανόν χρόνον εἰς τήν γειτονίαν τοῦ πυρῆνος μέ ἀποτέλεσμα νά συλληφθοῦν ὑπό τούτου (μεγάλη ἐνεργός διατομή). Ἡ ἀντίδρασις εἶναι ἐξωενεργειακή. Ἡ ἀντίδρασις (n,γ) διά θερμικῶν νετρονίων εἶναι ἐκ τῶν σπουδαιοτέρων πυρηνικῶν ἀντιδράσεων, ἀπό πρακτικῆς πλευρᾶς, καθ'ὅσον δύναται νά λάβῃ χώραν δι'ὅλων σχεδόν τῶν πυρήνων, τῶν ἐλαφρῶν μέχρι καί τῶν βαρέων, καί μάλιστα μέ μεγάλην συνήθως ἐνεργόν διατομήν. Κατά τήν ἀντίδρασιν ταύτην ὁ σύνθετος πυρήν εἶναι αὐτός οὗτος ὁ τελικός πυρήν καί ἀποδίδει τήν ἐνέργειαν διεγέρσεως αὐτοῦ ὑπό μορφήν γ-ἀκτινοβολίας. Ἡ ἀντίδρασις (n,γ) χρησιμοποιεῖται διά τήν παρασκευήν πλείστων ἰσοτόπων π.χ.

$$^{23}Na(n,\gamma)\ ^{24}Na$$
$$^{59}Co(n,\gamma)\ ^{60}Co$$
$$^{197}Au(n,\gamma)\ ^{198}Au$$

Ἡ ἀντίδρασις (n,γ) ὁδηγεῖ εἰς τήν αὔξησιν τῆς σχέσεως n/p καί ὡς ἐκ τούτου τό προϊόν μιᾶς τοιαύτης ἀντιδράσεως εἶναι συνήθως $\beta^-$-ραδιενεργόν.

Ὁ ἀντιδραστήρ παρέχει ἰσχυράς δέσμας νετρονίων.

Ἐφ' ὅσον εἰς τάς ἀντιδράσεις (n,γ) ὁ σύνθετος πυρήν εἶναι καί ὁ τελικός πυρήν, ἔπεται ὅτι, ὅταν αὐτός μεταπίπτῃ εἰς τήν βασικήν κατάστασιν δι' ἐκπομπῆς γ-ἀκτινοβολίας, ἡ ἐνέργεια τῆς γ-ἀκτινοβολίας εἶναι περίπου ἴση μέ τήν ἐνέργειαν συνδέσεως τοῦ νετρονίου εἰς τόν ὑπ' ὄψιν πυρῆνα.

Ἡ ἁπλουστάτη (n,γ) ἀντίδρασις εἶναι μετά τοῦ ὑδρογόνου.

$$^{1}H(n,\gamma)D \qquad (5.90).$$

Ἡ ἐνέργεια τῆς γ-ἀκτινοβολίας εἶναι 2,23 MeV καί συνεπῶς ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ νετρονίου εἰς τό δευτερόνιον εἶναι 2,23 MeV.

Ἡ ἀντίδρασις (n,γ) ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν εἰς τόν σχηματισμόν τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων π.χ.

$$^{238}_{92}U(n,\gamma)\,^{239}_{92}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{93}Np \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{94}Pu \qquad (5.91).$$

Τό $^{239}Pu$ δύναται νά ὑποστῇ σχάσιν διά θερμικῶν νετρονίων. Ἡ ἐνεργός διατομή διά τήν σχάσιν αὐτοῦ εἶναι $\sigma(n,f)=741b$. Ὁμοίως ἡ ἀντίδρασις

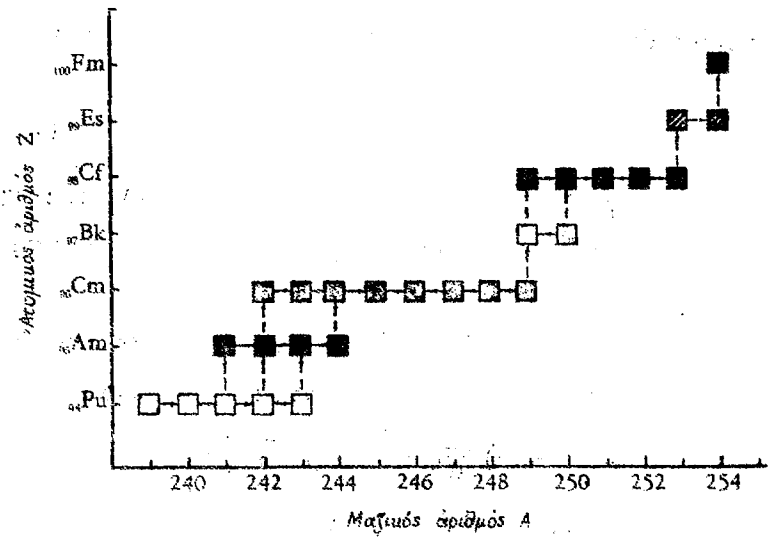
$$^{232}_{90}Th(n,\gamma)\,^{233}_{90}Th \xrightarrow{\beta^-} {}^{233}_{91}Pa \xrightarrow{\beta^-} {}^{233}_{92}U \qquad (5.92)$$

δίδει $^{233}U$ ὅπερ ὑφίσταται, διά θερμικῶν νετρονίων, σχάσιν. Γενικῶς τά ὑπερουράνια στοιχεῖα δύνανται νά παραχθοῦν διά μακρᾶς ἀκτινοβολήσεως διά νετρονίων ἐντός τοῦ ἀντιδραστῆρος κατά τό σχῆμα

$$^{A}_{Z}M(n,\gamma)^{A+1}_{Z}M \xrightarrow{\beta^-} {}^{A+1}_{Z+1}N \qquad (5.93).$$

Διά συνεχοῦς ἀκτινοβολήσεως $^{239}Pu$, ἐπί διετίαν, ἐντός ἀντιδραστῆρος λαμβάνεται μῖγμα περιέχον $^{254m}Fm$, ὡς καί ἔ-

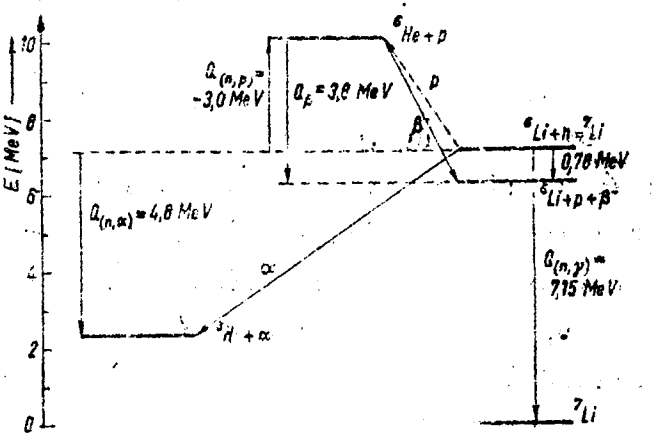
τερα στοιχεῖα μεταξύ Z=94 καί Z=100. Ἡ ὅλη διεργάσία φαίνεται εἰς τό σχῆμα (5,9). Δεδομένου ὅτι τά λαμβανόμενα προϊόντα συνδέονται μετ'ἀποδόσεως ἰσχυρᾶς ἀκτινοβολίας, ὁ ἐργαζόμενος εἰς τόν διαχωρισμόν καί καθαρισμόν τούτων, χημικός δέον ὅπως προστατεύεται καλῶς.




Σχ. 5.9. Ἀντιδράσεις σχηματισμοῦ ὑπερουρανίων στοιχείων διά βομβαρδισμοῦ $^{239}Pu$ ὑπό νετρονίων.

Ἡ ἀντίδρασις (n,γ) σχετίζεται μέ ἀπορρόφησιν νετρονίων λόγῳ συντονισμοῦ καί ὡς ἐκ τούτου ἡ ἀπόδοσις εἶναι μεγάλη. Ἀπορρόφησις θερμικῶν νετρονίων συνοδευομένη ὑπό ἐκπομπῆς φορτισμένου σωματίου δέν εἶναι συνήθης. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι τά θετικῶς φορτισμένα σωμάτια (p,d,α) πρέπει νά ἔχουν ἐπαρκῆ ἐνέργειαν διά νά ὑπερπηδήσουν τό φράγμα Coulomb. Τήν ἐνέργειαν ταύτην θά λάβουν ἐκ τοῦ ἐνσωματωμένου νετρονίου ἀφ' ἑ-

νός καί ἐκ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας πρώτου. Ἐφ' ὅσον ὅμως ἡ κινητική ἐνέργεια ἑνός θερμικοῦ νετρονίου ἤ ἔστω ἑνός βραδέος νετρονίου εἶναι μικρά, ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (n,p), (n,d) καί (n,α) δύνανται νά λάβουν χώραν μόνον ἐάν τό φράγμα Coulomb εἶναι μικρόν. Τοῦτο συμβαίνει μόνον εἰς πυρῆνας μικροῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ. Εἰς ὅλας τάς ἄλλας περιπτώσεις, ἀντιδράσεις τοῦ τύπου π.χ. (n,α) μόνον μέ ταχέα νετρόνια εἶναι δυναταί. Εἰς τό σχῆμα(5.10)




Σχ. 5.10. Ἐνεργειακόν διάγραμμα διά τήν ἀντίδρασιν θερμικῶν νετρονίων μετά $^6$Li.

παρίσταται τό ἐνεργειακόν διάγραμμα τῆς ἀντιδράσεως $^6$Li μετά θερμικῶν νετρονίων. Ὁ σύνθετος πυρήν $^{7*}$Li σταθεροποιεῖται δι' ἐκπομπῆς γ-ἀκτινοβολίας ἐνεργείας $E_\gamma$=7,15MeV ἤ δι' ἐκπομπῆς ἑνός α-σωματίου ἐνεργείας $E_\alpha$=4,8 MeV. Ἡ ἀντίδρασις (n,p) ἤτοι $^6$Li(n,p)$^6$He δέν εἶναι δυνατή καθ' ὅσον ἡ ἐνέργεια τῆς β-διασπάσεως τοῦ $^6$He($E_\beta$=3,8 MeV) εἶναι μεγαλυτέρα τῆς β$^-$-ἐνεργείας τοῦ νετρονίου (0,78MeV).

Μόνον μέ ταχέα νετρόνια (> 3 MeV) εἶναι δυνατή ἡ ἀντίδρασις (n,p). Ἡ ἐνεργός διατομή διά τήν ἀντίδρασιν (n,α) εἶναι 960 b, ἡ δέ διά τήν ἀντίδρασιν (n,γ) εἶναι μόνον 5,1 b.

Ἡ ἀντίδρασις (n,α), εἰς τό ὡς ἄνω παράδειγμα, ὁδηγεῖ εἰς τόν σχηματισμόν τοῦ τριτίου ἤτοι

$$^{6}\mathrm{Li}(n,\alpha)\mathrm{T} \qquad (5.94).$$

Ὡς ἐκ τούτου ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν. Ἡ ἀντίδρασις αὕτη εἶναι ἐξωενεργειακή κατ'ἀντίθεσιν πρός τάς (n,α) ἀντιδράσεις.

Ἡ ἀντίδρασις

$$^{10}\mathrm{B}(n,\alpha)^{7}\mathrm{Li} \qquad (5.95)$$

χρησιμοποιεῖται διά τήν ἀνίχνευσιν τῶν νετρονίων ὡς καί διά τήν ρύθμισιν λειτουργίας τῶν ἀντιδραστήρων.

Τό πρωτόνιον λόγῳ τοῦ μικροτέρου, ἐναντι τοῦ α-σωματίου, φορτίου, δύναται νά διέλθῃ εὐκολώτερον τοῦ φράγματος δυναμικοῦ, ἀλλ'αἱ ἀντιδράσεις (n,p) εἶναι σπάνιαι λόγῳ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ πρωτονίου εἰς τόν πυρῆνα εἶναι ὅση καί τοῦ νετρονίου. Εἰς μίαν (n,p) ἀντίδρασιν αὐξάνει ἡ σχέσις n/p καί ὡς ἐκ τούτου ὁ σχηματιζόμενος πυρήν εἶναι $\beta$ ραδιενεργός. Μεγάλης σημασίας ἀντίδρασις τοῦ τύπου (n,p) εἶναι ἡ ἀντίδρασις παρασκευῆς τοῦ $^{14}C$,

$$^{14}\mathrm{N}(n,p)\,^{14}\mathrm{C} \qquad (5.96).$$

Λαμβάνει χώραν μέ θερμικά νετρόνια καί ἡ ἐνεργός διατομή τῆς ἀντιδράσεως ταύτης εἶναι 2b.

Ὁμοίως ἔχομεν

$$^{33}\mathrm{S}(n,p)\,^{33}\mathrm{P} \qquad (5.97)$$

$$^{35}\mathrm{Cl}(n,p)\,^{35}\mathrm{S} \qquad (5.98)$$

Αἱ ἀντιδράσεις αὗται λαμβάνουν χώραν μέ θερμικά νετρόνια. Τά προϊόντα εἶναι $\beta^-$-ραδιενεργά καί χρησιμοποιοῦνται ὡς ἰχνηθέται. Αἱ ἀντιδράσεις (n,p) εἶναι συνήθως ἐνδοενεργειακαί.

Ἐάν γράψωμεν τήν ἀντίδρασιν (5.98) ἀναλυτικώτερον θά ἔχωμεν

$$^{35}Cl + n \longrightarrow {}^{35}S + p + Q \qquad (5.99).$$

Ἐφ'ὅσον τό προϊόν $^{35}S$ εἶναι $\beta^-$-ραδιενεργόν, θά ἐχώμεν ὁμοίως

$$^{35}S \xrightarrow{\beta^-} {}^{35}Cl + \beta^- + E_\beta \qquad (5.100).$$

Διά προσθέσεως τῶν (5.99) καί (5.100) λαμβάνομεν

$$n-(p+\beta^-)-E_\beta = Q$$

Ἤτοι $(1,00866-1,00782)931-E_\beta=Q$

ἤ $Q=0,78-E_\beta$

Ἐάν λοιπόν $E_\beta < 0,78$ MeV, τότε Q=θετικόν. Ἑπομένως ἐάν $E_\beta < 0,78$ MeV, ἡ ἀντίδρασις (n,p) εἶναι δυνατή μέ θερμικά νετρόνια. Εἰς τήν περίπτωσιν τῆς ἀντιδράσεως (5.100 ἡ $E_\beta=0,17$ MeV καί ἄρα ἡ ἀντίδρασις (5.98) εἶναι δυνατή μέ θερμικά νετρόνια. Ἡ ἀνταγωνιστική ἀντίδρασις (n,γ) καθ'ἥν ἐκπέμπεται γ-ἀκτινοβολία ἐνεργείας 8,1 MeV, ἔχει ἐνεργόν διατομήν 42 b, ἐνῶ ἡ ἀντίδρασις (n,p) ἔχει 0,2b

Ἡ ἀντίδρασις βραδέων νετρονίων μέ βαρεῖς πυρῆνας δύναται νά ὁδηγήσῃ καί εἰς σχάσιν, ὡς π.χ. μέ $^{233}U$, $^{235}U$ $^{239}Pu$.

## 5.11.2. Ἀντιδράσεις μέ ταχέα νετρόνια.

Αὐξανομένης τῆς ἐνεργείας τῶν νετρονίων, ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (n,γ) καθίστανται σπανιώτεραι καί ἀντ

τούτων, λαμβάνουν χώραν ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (n,p)(n,α) κλπ. Διά περαιτέρω αὐξήσεως τῆς ἐνεργείας τῶν νετρονίων, εἶναι δυνατή ἡ ἐκπομπή περισσοτέρων τοῦ ἑνός νουκλεονίου. Π.χ. ἡ ἀντίδρασις

$$^{27}\mathrm{Al}(n,2n)\,^{26}\mathrm{Al} \qquad (5.101)$$

λαμβάνει χώραν μέ νετρόνια ἐνεργείας 10 καί πλέον MeV. Ἡ χρησιμοποίησις γενικῶς νετρονίων εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις ἔχει μεγάλην πρακτικήν σημασίαν, ὀφείλεται δέ α) εἰς τό γεγονός ὅτι δέν συναντοῦν τό φράγμα Coulomb, καί β) εἰς τό γεγονός ὅτι ὁ ἀντιδραστήρ παρέχει νετρόνια εἰς μεγάλας ποσότητας. Ἐκτός τούτου δυνάμεθα νά ἔχωμεν μονοενεργειακά νετρόνια εἰς ὅλην τήν περιοχήν τῶν ἐνεργειῶν.

## 5.11.3. Ἀντιδράσεις μέ πρωτόνια.

Ἐν ἀντιθέσει πρός τά α-σωμάτια ἤ τά δευτερόνια, τά πρωτόνια εἶναι, ὡς τά νετρόνια, στοιχειώδη σωμάτια. Λόγῳ τοῦ μικροτέρου φορτίου, τά πρωτόνια θεωροῦνται καλύτερα βλήματα τῶν α-σωματίων.

Ἡ κατά μίαν (p,γ) ἀντίδρασιν ἐκπεμπομένη γ-ἀκτινοβολία εἶναι συνήθως μεγάλης ἐνεργείας. Π.χ. κατά τήν ἀντίδρασιν.

$$^{7}\mathrm{Li}(p,\gamma)\,^{8}\mathrm{Be}^{*} \longrightarrow 2\,^{4}\mathrm{He} \qquad (5.102)$$

προκύπτουν δύο α-σωμάτια, λόγῳ τῆς διασπάσεως τοῦ διηγερμένου πυρῆνος $^{8}\mathrm{Be}^{*}$. Ἡ ἐκπεμπομένη γ-ἀκτινοβολία εἶναι ἐνεργείας 17,2 MeV, ἥτις εἶναι πολύ μεγαλυτέρα τῆς ἐνεργείας τῆς γ-ἀκτινοβολίας τῆς προερχομένης ἀπό φυσικήν ραδιενεργόν πηγήν $^{212}\mathrm{Bi}$ (2,62 MeV). Ἕτεραι ἀντιδράσεις δίδουσαι ἰσχυράς γ-ἀκτινοβολίας εἶναι:

$$^{11}B(p,\gamma)\ ^{12}C \qquad (5.103)$$

$$E_\gamma = 16,6\ MeV$$

$$T(p,\gamma)\ ^{4}He \qquad (5.104)$$

$$E_\gamma = 19,8 + 0,75\ E_p\ MeV$$

Ἡ ἐνέργεια τῆς γ-ἀκτινοβολίας δι' ἄλλας ἀντιδράσεις εἶναι τῆς τάξεως τῶν 6 MeV.

Ἡ ραδιενέργεια, ἡ συνδεομένη μέ (p,γ) ἀντιδράσεις εἶναι $\beta^+$-ἀκτινοβολία καθ' ὅσον αὐξάνει ἡ σχέσις p/n. Συνεπῶς εἰς ἣν περίπτωσιν τό προϊόν εἶναι ραδιενεργόν, πρέπει νά εἶναι $\beta^+$-ραδιενεργόν.

Ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ ἀντίδρασις (p,n).

Κατά τήν ἀντίδρασιν ταύτην ἓν πρωτόνιον ἀντικαθίσταται ἓν νετρόνιον, ὅπερ ἐκπέμπεται. Λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας μάζης τοῦ νετρονίου ἔναντι τοῦ πρωτονίου, καθίσταται σαφές ὅτι τό πρωτόνιον πρέπει νά ἔχῃ ἓν ἐλάχιστον ἐνεργείας ἵνα λάβῃ χώραν ἡ ἀντίδρασις. Αἱ ἀντιδράσεις (p,n) εἶναι ἐνδοενεργειακαί. Μία τοιαύτη ἀντίδρασις εἶναι

$$^{11}B(p,n)\ ^{11}C \qquad (5.105)$$

Ἐφ' ὅσον τό $^{11}B$ εἶναι σταθερόν νουκλίδιον, κατά τόν κανόνα τῶν ἰσοβαρῶν, καθ' ὃν δέν ὑπάρχουν ζεύγη σταθερῶν ἰσοβαρῶν διαφέροντα κατά μονάδα ὡς πρός τόν ἀτομικόν ἀριθμόν, τό νουκλίδιον $^{11}C$ εἶναι ραδιενεργόν καί μάλιστα $\beta^+$-ραδιενεργόν. Κατά γενικόν κανόνα εἰς ἀντιδράσεις (p,n), προκύπτουν $\beta^+$-ραδιενεργά νουκλίδια.

Ἡ ἀντίδρασις

$$^{7}Li(p,n)^{7}Be \qquad (5.106)$$

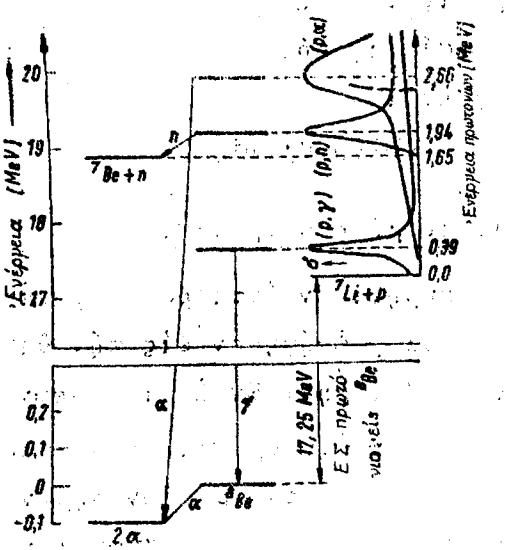
χρησιμεύει ὡς πηγή μονοενεργειακῶν νετρονίων μικρᾶς ἐνεργείας. $Q = -1,65$ MeV.

Ἐνδιαφέρον παρουσιάζει καί ἡ ἀντίδρασις (p,α).Π.χ.

$$^{7}Li(p,\alpha)\ ^{4}He \qquad (5.107).$$

Ἡ ἀντίδρασις αὕτη εἶναι ἰσχυρῶς ἐξωενεργειακή (Q=17,35 MeV), καί ἀποτελεῖ τήν πρώτην πυρηνικήν ἀντίδρασιν ἥτις ἐπετεύχθη τῇ βοηθείᾳ ἐπιταχυντοῦ. Τό φράγμα Coulomb, εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην, εἶναι περίπου 2,5 MeV. Κατά συνέπειαν ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν πρωτονίων ἔπρεπε νά ἦτο τουλάχιστον 2,5 MeV, ἐνῶ οἱ Cockroft καί Walton ἐπέτυχον, ταύτην μέ μικράν ἀπόδοσιν, μέ ἐνέργειαν πρωτονίων μόνον 0,28 MeV (φαινόμενον σήραγγος). Ἡ ἀπόδοσις ηὐξάνετο ἐκθετικῶς μετά τῆς ἐνεργείας. Ἡ ἐκπομπή γενικῶς, ὑπό τῶν σχηματιζομένων ἐλαφρῶν πυρήνων, α- σωματίων ἐξηγεῖται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ περίσσεια μάζης τῶν α-σωματίου εἶναι μικρά ἐν σχέσει πρός τήν περίσσειαν μάζης τοῦ νετρονίου ἤ πρωτονίου καί ἐπομένως ὁ σύνθετος πυρήν σταθεροποιεῖται δι' ἐκπομπῆς α-σωματίων. Ἀντιθέτως εἰς βαρεῖς πυρῆνας ἔνθα τό φράγμα δυναμικοῦ εἶναι ὑψηλόν, ὁ σύνθετος πυρήν σταθεροποιεῖται δι' ἐκπομπῆς νουκλεονίων. Γενικῶς ἡ ἀντίδρασις (p,α) ἀπαιτεῖ σχετικῶς μεγάλην ἐνέργειαν τοῦ πρωτονίου, ἐφ' ὅσον τό εἰσερχόμενον καί τό ἐξερχόμενον σωμάτιον φέρουν θετικόν φορτίον καί συνεπῶς πρέπει νά ὑπερπηδήσουν τό φράγμα δυναμικοῦ τοῦ πυρῆνος. Πρός κατανόησιν τῶν ἀνωτέρω ἔστω τό σχῆμα (5.11). Ἡ ἐνεργός διατομή διά τάς ἀντιδράσεις (p,γ), (p,n) καί (p,α) τοῦ $^{7}Li$, συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν πρωτονίων, δίδεται εἰς τό δεξιόν μέρος τῆς κλίμακος ἐνεργείας πρωτονίων. Ἡ ἀριστερά κλῖμαξ ἀναφέρεται εἰς τό $^{8}Be$ εἰς τήν βασικήν κατάστασιν. Ἡ δεξιά κλῖμαξ ἀναφέρεται εἰς τό σύστημα $^{7}Li$+p. Μετα-

ξύ των αἱ δύο κλίμακες διαφέρουν κατά τήν ἐνέργειαν συνδέσεως τοῦ πρωτονίου (17,25 MeV) εἰς τόν πυρῆνα $^{7}Li$. Ἡ ἐνεργός διατομή διά τάς ἀντιδράσεις (p,γ) καί (p,α) ἔχει συγκεκριμένην τιμήν, μή μηδενικήν, δι' ὅλον τό ἐνεργειακόν φάσμα τοῦ προσπίπτοντος πρωτονίου. Ἡ μεγίστη τιμή τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς διά τήν ἀντίδρασιν (p,γ) εἶ-




Σχ. 5.11. Ἐνεργός διατομή διά τάς ἀντιδράσεις (p,α),(p,n),(p,γ) τοῦ $^{7}Li$ συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν πρωτονίων.

ναι εἰς ἐνέργειαν πρωτονίου 0,39 MeV. Μετά ταῦτα ἐλαττοῦται λόγῳ ἀνταγωνιστικῶν διεργασιῶν. Ἡ τιμή τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς τῆς ἀντιδράσεως (p,α) εἶναι μή μηδενική, δι' ἐνέργειαν πρωτονίου μηδέν, καθ' ὅσον ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός α-σωματίου εἶναι μικροτέρα τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ πρωτονίου εἰς τό $^{7}Li$. Ἐφ' ὅσον τό σύστημα $^{7}Be+n$ εὑρί-

σκεται ὑψηλότερον τοῦ συστήματος $^{7}Li+p$ κατά 1,65 MeV, ἔπεται ὅτι διά τήν ἀντίδρασιν (p,n) ἀπαιτοῦνται ταχέα πρωτόνια. Ἑπομένως ἡ σ(p,n) εἶναι, δι'ἐνέργειαν πρωτονίων (0-1,65 MeV), μηδέν (Q=-1,65 MeV). Ἡ μεγίστη τιμή τῆς σ(p,n) εἶναι δι'ἐνέργειαν πρωτονίου 1,94 MeV Μετά ταῦτα πίπτει λόγῳ τῆς ἀνταγωνιστικῆς ἀντιδράσεως (p,α). Ἡ ἀντίδρασις τοῦ $^{7}Li$ μετά πρωτονίου (5.102) δύναται νά ὁδηγήσῃ καί εἰς τόν σχηματισμόν $^{6}Li$ κατά τήν ἀντίδρασιν (p,d), ἤτοι

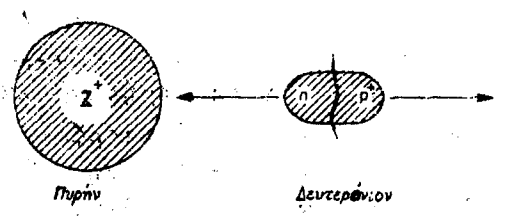
$$^{7}Li(p,d)^{6}Li \qquad (5.108).$$

## 5.11.4. Ἀντιδράσεις μέ δευτερόνια.

Ἡ μελέτη τῶν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων, εἰς ἃς χρησιμοποιοῦνται δευτερόνια, ὡδήγησεν εἰς τήν διαπίστωσιν ἑνός ἄλλου μηχανισμοῦ πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

Εὑρέθη πειραματικῶς ὅτι ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (d,p) λαμβάνουν χώραν μέ ἐνεργείας δευτερονίων σημαντικῶς μικροτέρας τοῦ φράγματος δυναμικοῦ. Τό κατώφλιον δηλαδή ἐνεργείας ἦτο πολύ μικρότερον ἀπ'ὅτι ἀνεμένετο ἐάν ἡ ἀντίδρασις ἐλάμβανε χώραν διά τοῦ μηχανισμοῦ τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ συνθέτου πυρῆνος. Πέραν τούτου διεπιστώθη ὅτι ἡ σ(d,p) ἦτο μεγαλυτέρα τῆς σ(d,n), ἐν ἀντιθέσει πρός τά ἀναμενόμενα, δεδομένου ὅτι τό νετρόνιον ἐξέρχεται κατά προτίμησιν, ἔναντι τοῦ πρωτονίου, λόγῳ τῆς μή ὑπάρξεως τοῦ φράγματος δυναμικοῦ. Τοῦτο δέ ἰσχύει ἰδιαιτέρως διά βαρεῖς πυρῆνας, τό φράγμα δυναμικοῦ τῶν ὁποίων, διά τό πρωτόνιον, εἶναι ἔτι μεγαλύτερον. Ὁ λόγος εἶναι ὅτι ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ δευτερονίου εἶναι μικρά. Τό δευτερόνιον συνίσταται ἐξ ἑνός πρωτονίου καί ἑνός νετρονίου μέ ΕΣ = 2,23 MeV. Τοῦτο σημαί-

νει ὅτι τό νετρόνιον καί τό πρωτόνιον, ἐντός τοῦ δευτερονίου, εἶναι ὀλιγώτερον ἰσχυρῶς συνδεδεμένα καί ἡ ἀπόστασις τούτων, ἐντός τοῦ δευτερονίου κατά τό ἥμισυ καί πλέον χρόνον, εἶναι μεγαλυτέρα τῶν $2.10^{-13}$cm, δηλαδή τῆς ἐμβελείας τῶν ἑλκτικῶν δυνάμεων τούτων. Εἰς τό ἀπωστικόν πεδίον τοῦ πυρῆνος-στόχου, τό δευτερόνιον παύει νά συμπεριφέρεται ὡς ἁπλοῦν σωμάτιον. Ὅταν λοιπόν τό δευτερόνιον προσεγγίζῃ τόν πυρῆνα-στόχον, πολοῦται, ἤτοι τό πρωτόνιον τούτου (τοῦ δευτερονίου) ἀπωθεῖται λόγῳ τοῦ φράγματος Coulomb, ἐνῶ τό νετρόνιον αὐτοῦ συγκρούεται καί ἀντιδρᾷ μετά τοῦ πυρῆνος-στόχου. Λόγῳ τῆς μεγάλης σχετικῶς ἀποστάσεως μεταξύ τοῦ νετρονίου καί τοῦ πρωτονίου (τοῦ δευτερονίου), κατά τήν ἀντίδρασιν τοῦ νετρονίου μετά τοῦ πυρῆνος, τό πρωτόνιον κεῖται ἐκτός τοῦ πεδίου τοῦ πυρῆνος. Ἐφ' ὅσον διά τήν διάσπασιν τοῦ δεσμοῦ n-p εἰς τό δευτερόνιον, ἀπαιτοῦνται μόνον 2,23MeV, εἶναι δυνατόν, διά τῆς ἐπιδράσεως τῶν πυρηνικῶν δυνάμεων ἐπί τοῦ νετρονίου (ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τούτου εἰς τόν πυρῆνα εἶναι περίπου 7-8MeV), νά προκληθῇ διάσπασις τοῦ δευτερονίου καί ἐκτίναξις τοῦ πρωτονίου πρός τήν ἀντίθετον διεύθυνσιν ὡς δεικνύει τό σχῆμα (5.12). Οὕτως εἶναι δυνατόν νά συλληφθῇ τό νετρόνιον ἄνευ σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος. Ἓν μέρος τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τοῦ νετρονίου εἶναι δυνατόν ν' ἀποδοθῇ εἰς τό πρωτόνιον, οὕτως ὥστε εἶναι δυνατόν νά ἐμφανίζῃ τοῦτο μεγαλυτέραν κινητικήν ἐνέργειαν τῆς τοῦ ἀρχικοῦ δευτερονίου. Ὁ μηχανισμός οὗτος ὀνομάζεται Opponheimer-Phillips (ἢ O.P. μηχανισμός).



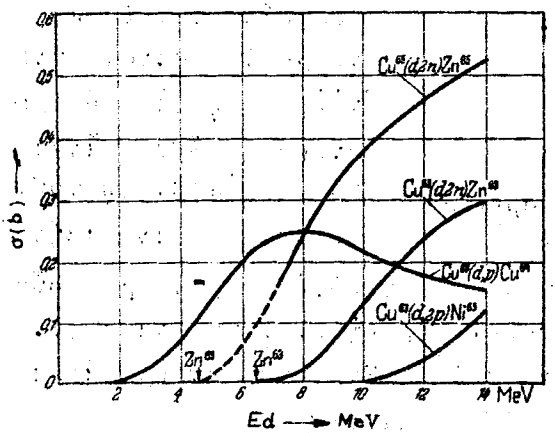

Σχ. 5.12. Ἀντίδρασις Opponheimer-Phillips.

Αὐξανομένης τῆς ἐνεργείας τῶν δευτερονίων, εἶναι δυναταί καί ἀντιδράσεις διά σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος. Ἐφ' ὅσον ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως τοῦ συνθέτου πυρῆνος, βάσει τῆς σχέσεως (5.42), εἶναι

$$E_c = E_B + E_\kappa \frac{M_A}{M_A + M_d}$$
$$= E_B + E_d$$
$$= 16 - 2 + E_d$$
$$= 14\ \text{MeV} + E_d \qquad (5.109)$$

ἔπεται ὅτι ὁ σύνθετος πυρήν ἔχει μεγαλυτέραν πιθανότητα διά διαφόρους τρόπους διασπάσεως τούτου, ἐν σχέσει πρός τόν αὐτόν σύνθετον πυρῆνα σχηματιζόμενον ἀπό ἑνός ἴσης κινητικῆς ἐνεργείας, πρωτόνιον. Λόγῳ τοῦ γεγονότος τούτου ὡς καί τῆς δυνατότητος τῆς O.P. ἀντιδράσεως τά δευτερόνια ἀποτελοῦν τά πλέον ἀποδοτικά βλήματα, ἐν σχέσει πρός τά p καί α-σωμάτια, δι' ἐνεργείας μεταξύ 0,5-10MeV. Ὅταν π.χ. ἐξέρχεται, ἐκ τοῦ κυκλότρου, δέσμη δευτερονίων ἐνεργείας 5MeV, ἡ ἀντίστοιχος δέσμη τῶν α-σωματίων, ἐκ τοῦ ἰδίου κυκλότρου θά εἶναι ἐνεργείας 10MeV, λόγῳ τῆς διπλασίας μάζης τῶν α-σωματίων. Εἰς τήν ἐνέργειαν ταύτην, $E_d$, βάσει τῆς σχέσ. (5.109) πρέπει νά προστεθοῦν 14MeV λόγῳ τῆς ἐνεργείας συνδέσεως τούτων εἰς τόν πυρῆνα καί ἐπομένως ἔχομεν ὁλικῶς 19 MeV. Διά τά α-σωμάτια ἔχομεν, $E_B \approx 4$MeV καί $E_\kappa = 10$MeV ἤτοι ἐν συνόλῳ 14MeV. Εἰς τήν περιοχήν ταύτην εἶναι δυναταί ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (d,p), (d,n), (d,pn), (d,2n). Αἱ ἀντιδράσεις (d,n) καί (d,2n) αὐξάνουν τήν σχέσιν p/n. Τό σχῆμα (5.13) ἀποδίδει τήν ἐνεργόν διατομήν τῶν κατωτέρω ἀντιδράσεων συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν δευτερονίων

α) $^{65}Cu(d,p)^{66}Cu$
β) $^{65}Cu(d,2n)^{65}Zn$
γ) $^{63}Cu(d,2n)^{63}Zn$
δ) $^{63}Cu(d,2p)^{65}Ni$ (5.110)




Σχ. 5.13. Ἐνεργός διατομή διά τάς ἀντιδράσεις (d,n), (d,2n), (d,2p) τοῦ Cu συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν δευτερονίων

Διά τήν ἀντίδρασιν (α) ἡ ἐλαχίστη ἐ-

νέργεια τῶν δευτερονίων εἶναι περίπου 2 MeV. Ἡ ἀπόδοσις, ἥτις εἶναι μηδέν διά μηδενικήν κινητικήν ἐνέργειαν τῶν δευτερονίων, αὐξάνει ἀρχικῶς καί μετά πίπτει λόγῳ τῶν ἀνταγωνιστικῶν ἀντιδράσεων (β), (γ) καί (δ). Διά τήν ἀντίδρασιν (γ), τό κατώφλιον ἐνεργείας εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερον τῶν 6 MeV. Συνεπῶς διά βομβαρδισμοῦ Cu διά δευτερονίων θά λάβωμεν μόνον $^{64}$Cu (ἀντίδρασις α), ἐάν ἡ ἐνέργεια τῶν δευτερονίων εἶναι ἐπαρκῶς χαμηλή, π.χ. κάτωθεν τῶν 5MeV. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην αἱ ὑπόλοιποι ἀντιδράσεις δέν θά λάβουν χώραν. Τοῦτο ὅμως σχετίζεται μέ μικράν ἀπόδοσιν τῆς ἀντιδράσεως.

Ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (d,α) ὁδηγοῦν συνήθως εἰς σταθερά νουκλίδια. Ἡ ἐνεργός διατομή τῆς ἀντιδράσεως εἶναι μικρά. Αἱ ἀντιδράσεις αὐταί ἀποτελοῦν χρήσιμον μέθοδον παρασκευῆς ὡρισμένων ραδιονουκλιδίων. Π.χ. μολονότι τό $^{24}$Na δύναται νά ληφθῇ, μέ μεγάλην σχετικῶς ἀπόδοσιν, διά τῆς ἀντιδράσεως $^{23}$Na(d,p) $^{24}$Na, ἐν τούτοις, εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις προτιμᾶται ἡ παρασκευή τούτου διά τῆς ἀντιδράσεως

$$^{26}\mathrm{Mg}(\mathrm{d},\alpha)\ ^{24}\mathrm{Na} \qquad (5.111)$$

καθ' ὅσον, μετά τόν διαχωρισμόν τοῦ $^{24}$Na ἀπό τό Mg, λαμβάνεται τό $^{24}$Na ὡς ἐλεύθερον φορέως.

Ἰδιαιτέρου ἐνδιαφέροντος εἶναι αἱ ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (d,n) εἰς ἐλαφρούς πυρῆνας. Λόγῳ τῆς μεγάλης ἐνεργοῦ διατομῆς τῆς ἀντιδράσεως χρησιμοποιοῦνται αἱ ἀντιδράσεις (d,n) διά τήν παραγωγήν νετρονίων. Ἡ χρησιμοποίησις ἐλαφρῶν πυρήνων ἐπιτρέπει τήν διεξαγωγήν τῶν ἀντιδράσεων τούτων μέ δευτερόνια μικρᾶς ἐνεργείας. Ἐπίσης δέν συνοδεύονται ὑπό γ-ἀκτινοβολίας. Οὕτω ἡ ἀντίδρασις

$$\mathrm{D}(\mathrm{d},\mathrm{n})\ ^{3}\mathrm{He} \qquad (5.112)$$

ἀποδίδει νετρόνια ὡρισμένης ἐνεργείας. Ἡ ἀντίδρασις αὕτη καλεῖται ἀντίδρασις d-d καί εἶναι ἐξωενεργειακή.

'Ομοίως αἱ ἀντιδράσεις

$$^{9}Be(d,n)\,^{10}B \qquad (5.113)$$

$$T(d,n)\alpha \qquad (5.114)$$

χρησιμοποιοῦνται διά τήν ἐργαστηριακήν παραγωγήν νετρονίων. 'Η ἀντίδρασις (5.114) παρέχει μέ μεγάλην ἀπόδοσιν μονοενεργειακά νετρόνια ἐνεργείας περίπου 14 MeV. 'Επειδή συνήθως εἰς πλεῖστα ὑλικά περιέχεται μικρά ποσότης ἄνθρακος, ἡ ἀντίδρασις

$$^{12}C(d,n)\,^{13}N \qquad (5.115)$$

ἔχει σημασίαν, καθ'ὅσον τό $^{13}N$ εἶναι $\beta^{+}$-ραδιενεργόν μέ $t_{1/2}$=10 min. Εἰς τάς περιπτώσεις ταύτας, εἰς συνήθης τρόπος ἀπαλλαγῆς ἐκ τῆς ραδιενεργείας τοῦ $^{13}N$ εἶναι νά μετρήσωμεν τήν ραδιενέργειαν τοῦ δείγματος μετά χρόνον $10t_{1/2}$, ὅτε πρακτικῶς ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{13}N$ εἶναι ἀμελητέα.

Εἰς ὑψηλοτέρας τοῦ φράγματος Coulomb, ἐνεργείας δευτερονίων, εἶναι δυνατόν νά λάβουν χώραν ἀντιδράσεις τύπου (d,p) καί (d,n) κατ'ἄλλον μηχανισμόν. Δηλαδή κατά τήν σύγκρουσιν τοῦ δευτερονίου μετά τοῦ πυρῆνος, εἶναι δυνατόν νά συλληφθῆ τό νετρόνιον ἤ πρωτόνιον, ἐνῶ τό ἕτερον νουκλεόνιον (πρωτόνιον ἤ νετρόνιον) συνεχίζει τήν ἀρχικήν πορείαν. Αἱ ἀντιδράσεις αὗται καλοῦνται stripping ἀντιδράσεις. Τοιαῦται ἀντιδράσεις παρετηρήθησαν καί δι'ἑτέρων σωματίων ὡς t, $^{3}He$ κλπ.

'Η ἀντίθετος ἀντίδρασις ἤτοι ἡ σύλληψις, ὑπό ἑνός πρωτονίου, ἑνός νετρονίου τοῦ πυρῆνος πρός σχηματισμόν δευτερονίου, ὅπερ κινεῖται κατά τήν αὐτήν διεύθυνσιν ἥν εἶχεν τό πρωτόνιον, καλεῖται pick-up ἀντίδρασις π.χ. ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (p,d) ἤ ἀκόμη καί (p,t). Αἱ ἀντιδράσεις αὗται δέν λαμβάνουν χώραν διά σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος.

Ἡ διατήρησις τῆς στροφορμῆς εἰς τάς ἀντιδράσεις stripping (d,p) καί (d,n) δδηγεῖ εἰς τόν ἑξῆς κανόνα:

$$I_i + I_f + \frac{1}{2} \geq l_c \geq \left| \pm I_i \pm I_f \pm \frac{1}{2} \right|_{min} \qquad (5.116)$$

ἔνθα $I_i$ καί $I_f$ = τό spin τοῦ ἀρχικοῦ καί τελικοῦ πυρῆνος, $l_c$ = ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ συλλαμβανομένου νουκλεονίου ἐντός τοῦ πυρῆνος-στόχου. Τό $\left| \pm I_i \pm I_f \pm \frac{1}{2} \right|_{min}$ σημαίνει τήν ἐλαχίστην τιμήν τῶν τριῶν ποσοτήτων. Τό $l_c$ ἔχει τιμήν ἀρτίαν ἐάν ἡ ὁμοτιμία τοῦ ἀρχικοῦ καί τελικοῦ πυρῆνος εἶναι ἡ αὐτή, περιττήν δέ ἐάν ἡ ὁμοτιμία εἶναι διάφορος π.χ. διά τήν ἀντίδρασιν $^{12}C(d,p)\,^{13}C$ (βασική κατάστασις) $I_i = 0(+)$, $I_f = \frac{1}{2}(-)$. Ἑπομένως

$$0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \geq l_c \geq 0 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

ἤτοι $l_c = 0$ ἤ 1. Ἐφ' ὅσον ὅμως ὑπάρχει μεταβολή εἰς τήν ὁμοτιμίαν, ἔπεται $l_c = 1$. Τό περιττόν λοιπόν νετρόνιον εἰς τόν $^{13}C$ (βασική κατάστασις) εἶναι $p_{1/2}$ μέ $l=1$. Εἰς τήν ἀντίδρασιν $^{35}Cl(d,p)\,^{36}Cl$.

$$I_i = \frac{3}{2}(+),\ I_f = 2(+).\ \text{Ἄρα}\ \ \frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} \geq l_c \geq -\frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2}$$

καί $l_c = 0, 1, 2, 3$ ἤ 4. Αἱ περιτταί τιμαί 1, 3 δέν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν, ἐφ' ὅσον δέν ἔχομεν μεταβολήν εἰς τήν ὁμοτιμίαν, καί ἄρα $l_c = 0, 2$ ἤ 4. Τό περιττόν νετρόνιον εἰς τό $^{36}Cl$ εἶναι εἰς τήν $d_{3/2}$ κατάστασιν καί ἐπομένως $l_c = 2$.

## 5.11.5. Ἀντιδράσεις μέ α-σωμάτια.

Ἡ πρώτη πυρηνική ἀντίδρασις, ἐπιτευχθεῖσα ὑπό τοῦ Rutherford τό ἔτος 1919, ἦτο ἀντίδρασις (α,p), ἤτοι

$$^{14}N(\alpha,p)\,^{17}O \qquad (5.117).$$

Τά α-σωμάτια προήρχοντο έκ φυσικῶν ραδιονουκλιδίων. Δεδομένου δέ ὅτι ἡ ἐνέργεια τούτων ἦτο περιωρισμένη, ἀντιδράσεως τοῦ τύπου (α,p) μόνον εἰς ἐλαφρούς πυρῆνας ἦτο δυνατόν νά παρατηρηθοῦν, λόγῳ τοῦ μικροῦ ὕφους τοῦ φράγματος Coulomb. Λόγῳ τῆς μικρᾶς, σχετικῶς, ἐνεργείας συνδέσεως τῶν α-σωματίων εἰς τούς πυρῆνας (~4 MeV), μικρά μόνον μᾶζα δύναται νά μετατραπῇ εἰς ἐνέργειαν καί συνεπῶς νά χρησιμοποιηθῇ διά τήν ἀντίδρασιν, ἐν ἀντιθέσει πρός τό δευτερόνιον. Ἐπί πλέον, λόγῳ τοῦ διπλασίου φορτίου ἔναντι τοῦ d ἤ τοῦ p, τό φράγμα δυναμικοῦ τοῦ πυρῆνος εἰς τά α-σωμάτια εἶναι διπλάσιον. Π.χ. διά τήν ἀντίδρασιν ἑνός πρωτονίου μετά τοῦ πυρῆνος τοῦ οὐρανίου τό φράγμα δυναμικοῦ εἶναι περίπου 13 MeV, ἐνῶ διά τά α-σωμάτια εἶναι 24 MeV. Τοῦτο ἀντισταθμίζεται, ἐν μέρει, ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ διπλασία μᾶζα τῶν α-σωματίων ἐπιτρέπει εἰς τό κύκλοτρον νά προσδώσῃ εἰς τά α-σωμάτια διπλασίαν ἐνέργειαν τῆς ἀντιστοίχου τῶν δευτερονίων. Κατά μίαν (α,p) ἀντίδρασιν ἔχομεν αὔξησιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νετρονίων τοῦ πυρῆνος κατά 2 καί τῶν πρωτονίων κατά 1. Ἐφ' ὅσον δέ, ὡς γνωρίζομεν, ἡ σταθερότης τῶν νουκλιδίων συνδέεται μέ αὐξανομένην βαθμηδόν περίσσειαν νετρονίων, ἀναμένεται ὅτι ἡ ἀντίδρασις αὕτη θά δίδῃ, κατά προτίμησιν, σταθερά νουκλίδια, τουλάχιστον εἰς ἐλαφρούς πυρῆνας. Οὕτω ἡ πρώτη (α,p) ἀντίδρασις δίδει $O^{17}$, τό ὁποῖον εἶναι σταθερόν.

Ἡ ἀντίδρασις $^{40}Ca$ (α,p) $^{43}Sc$ δίδει $^{43}Sc$ ραδιενεργόν. Μεγαλυτέρου πρακτικοῦ ἐνδιαφέροντος ἀντιδράσεις εἶναι αἱ ἀντιδράσεις (α,n). Κατά τάς ἀντιδράσεις αὐτάς ἐκπέμπεται νετρόνιον. Διά μιᾶς τοιαύτης ἀντιδράσεως, ἤτοι

τῆς ἀντιδράσεως

$$^{9}Be(\alpha, n)\,^{12}C$$

ἀνεκαλύφθη τό 1932, ὑπό τοῦ Chadwick, τό νετρόνιον. Ἡ ἀντίδρασις αὕτη καί σήμερον εὑρίσκεται ἐν χρήσει ὡς ἐργαστηριακή πηγή νετρονίων.

Ἀντιθέτως πρός τήν ἀντίδρασιν $(\alpha, p)$, ἡ ἀντίδρασις $(\alpha, n)$ αὐξάνει τόν ἀριθμόν πρωτονίων τοῦ πυρῆνος κατά 2 καί τόν ἀριθμόν τῶν νετρονίων κατά μονάδα.

Συνεπῶς δύναται νά ὁδηγήσῃ εἰς πυρῆνας μή σταθεροῦς, οἱ ὁποῖοι τότε θά εἶναι $\beta^{+}$-ραδιενεργοί.

Ἀκριβῶς διά τῆς $(\alpha, n)$ ἀντιδράσεως, ἀνεκαλύφθη τό 1934 ὑπό τοῦ ζεύγους Joliot-Curie ἡ τεχνητή ραδιενέργεια.

Συγκεκριμένως αἱ ἀντιδράσεις

$$^{27}Al(\alpha, n)\,^{30}P \qquad (5.118)$$

καί

$$^{10}B(\alpha, n)\,^{13}N \qquad (5.119)$$

δίδουν $^{30}P$ καί $^{13}N$ τά ὁποῖα ἐκπέμπουν ποζιτρόνια. Εἰς βαρεῖς πυρῆνας, ἀντιδράσεις μέ α-σωμάτια ἀπαιτοῦν ἐνεργείας 20 MeV καί ἄνω. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἐνεργός διατομή τῶν ἀντιδράσεων $(\alpha, n)$ καί $(\alpha, 2n)$, δι' ἐνεργείας τῶν α-σωματίων κάτωθεν τῶν 20 MeV, εἶναι μικρά. Οὕτω διά τάς ἀντιδράσεις

1) $^{232}Th(\alpha, n)\,^{235}U$ (5.120)

2) $^{232}Th(\alpha, 2n)\,^{234}U$ (5.121)

3) $^{232}Th(\alpha, 3n)\,^{233}U$ (5.122)

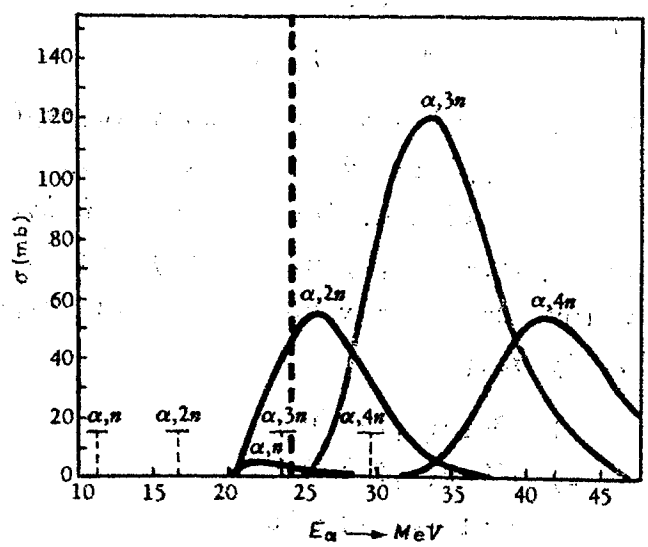
4) $^{232}Th(\alpha, 4n)\,^{232}U$ (5.123)

ἔχομεν $Q_1 = -11{,}1$ MeV, $Q_2 = -16{,}4$ MeV, $Q_3 = -23{,}2$ MeV καί $Q_4 = -29$ MeV. Βάσει τῶν περί διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς λε -

χθέντων, ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν α-σωματίων πρέπει νά εἶναι $E_1 = 11,1 \frac{236}{232} = 11,3$ MeV, $E_2 = 16,7$ MeV, $E_3 = 23,6$ MeV καί $E_4 = 29,5$ MeV. Τό φράγμα δυναμικοῦ τοῦ πυρῆνος $^{232}Th$ εἰς τά α-σωμάτια εἶναι περίπου 24 MeV. Ἐάν τά α-σωμάτια δέν ἔχουν τήν ἀπαιτουμένην ἐνέργειαν διά νά ὑπερπηδήσουν τό φράγμα δυναμικοῦ, δέν δύνανται νά λάβῃ χώραν ἡ ἀντίδρασις. Βάσει τοῦ φαινομένου τῆς σήραγγος ἡ πιθανότης τῶν α-σωματίων ἐνεργείας 4 MeV νά διέλθουν διά τοῦ φράγματος δυναμικοῦ εἶναι

$$\frac{10^{-2}\,\text{sec}}{3.10^{7}\,\text{y}} \approx \frac{10^{-21}\,\text{sec}}{10^{15}\,\text{sec}} = 10^{-36}$$

ἤτοι $1;10^{36}$. Τό σχῆμα (5.14) δεικνύει τήν ἐνεργόν διατομήν συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν α-σωματίων. Ἐκ τῆς




Σχ. 5.14. Ἐνεργός διατομή δι' ἀντιδράσεις (α, n) (α, 2n), (α, 3n), (α, 4n) τοῦ $^{232}Th$ συναρτήσει τῆς ἐνεργείας τῶν α-σωματίων.

καμπύλης προκύπτει ὅτι ἡ ἐνεργός διατομή διά τήν ἀντίδρασιν (α,n) εἶναι 6 mb. Λόγῳ τῆς ἀπαιτουμένης μεγάλης ἐνεργείας, τά α-σωμάτια προσδίδουν εἰς τόν σύνθετον πυρῆνα μεγάλην ἐνέργειαν διεγέρσεως, μέ ἀποτέλεσμα, ὡς ἐμφαίνεται καί εἰς τό σχῆμα, νά ἐξέρχωνται ταυτοχρόνως περισσότερα νουκλεόνια. Οὕτως ἔχομεν συχνότερον (α,2n), (α,3n), (α,np) κλπ. ἀντιδράσεις ἀντί τῶν (α,n) ἤ (α,p) ἀντιδράσεων αἵτινες λαμβάνουν χώραν συνήθως εἰς ἐλαφρούς πυρῆνας. Εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα τοῦ $^{232}Th$, τά 80-90% τῶν συνθέτων πυρήνων ὑφίστανται σχάσιν καί σχίδιάσπασιν δι' ἐκπομπῆς νετρονίων. Ἡ πιθανότης π.χ. τῆς ἀντιδράσεως (5.123) εἶναι 6% ἐναντι τῆς σχάσεως, ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἀρχική πιθανότης σχάσεως εἶναι 50%.

## 5.11.6. Ἀντιδράσεις μέ γ-ἀκτινοβολίαν

Αἱ ἀντιδράσεις μέ γ-ἀκτινοβολίαν ὀνομάζονται συνήθως φωτοπυρηνικαί ἀντιδράσεις.

Ἐφ' ὅσον ἡ γ-ἀκτινοβολία στερεῖται φορτίου, δέν συναντᾶ φράγμα δυναμικοῦ καί ἄρα δύναται νά εἰσέλθῃ εἰς τόν πυρῆνα ἄνευ παρεμποδίσεως. Ἐπίσης ἡ μαζα τῆς γ-ἀκτινοβολίας εἶναι μηδέν καί κατά συνέπειαν αἱ φωτοπυρηνικαί ἀντιδράσεις εἶναι ἐνδοενεργειακαί. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ἡ ἐνέργεια τῆς γ-ἀκτινοβολίας πρέπει νά εἶναι ἴση, τουλάχιστον, πρός τήν ἐνέργειαν συνδέσεως τοῦ ἐκπεμπομένου σωματίου. Ἐφ' ὅσον, ὡς ἀνεφέρθη εἰς προηγούμενον κεφάλαιον, ἡ ἐνέργεια συνδέσεως ἑνός νουκλεονίου εἰς τόν πυρῆνα εἶναι 7-8 MeV περίπου, ἕπεται ὅτι ἡ ἐνέργεια τῆς γ-ἀκτινοβολίας πρέπει νά εἶναι τουλάχιστον 8 MeV, ἐάν θέλωμεν νά λάβῃ χώραν ἡ ἀντίδρασις.

'Αλλά γ-άκτινοβολία τοιαύτης ἐνεργείας δέν ἀνευρίσκεται εἰς τά φυσικῶς ραδιενεργά στοιχεῖα. 'Η ἐνέργεια ὅμως συνδέσεως τοῦ δευτερονίου εἶναι μόνον 2,23 MeV. Οἱ Chadwick καί Haber ἐχρησιμοποίησαν τήν γ-άκτινοβολίαν τοῦ $^{212}Bi$, ἐνεργείας 2,62 MeV, καί ἐπέτυχον τήν πρώτην φωτοπυρηνικήν ἀντίδρασιν,

$$D(\gamma, n)\,^1H \qquad (5.124).$$

Τό κατώφλιον ἐνεργείας τῆς ἀντιδράσεως ταύτης εἶναι 2,23 MeV, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐνέργειαν συνδέσεως τοῦ πρωτονίου καί νετρονίου εἰς τό δευτερόνιον.

'Η ἀντίδρασις

$$^9Be(\gamma, n)\,2\,^4He \qquad (5.125)$$

ἔχει κατώφλιον ἐνεργείας 1,66 MeV. 'Αμφότεραι αἱ ἀντιδράσεις χρησιμοποιοῦνται ὡς πηγαί μονοενεργειακῶν νετρονίων. 'Η εὕρεσις τοῦ κατωφλίου ἐνεργείας μιᾶς φωτοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τήν εὕρεσιν τῆς ἐνεργείας συνδέσεως καί ἐμμέσως τῆς μάζης. 'Η μελέτη πολλῶν φωτοπυρηνικῶν ἀντιδράσεων, ὑπό τῶν Bothe καί Gentner, ἐγένετο διά τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς γ-άκτινοβολίας, ἐνεργείας 17,2 MeV, τῆς προερχομένης ἐκ τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως (5.102). Αἱ διάφοροι φωτοπυρηνικαί ἀντιδράσεις τοῦ τύπου (γ,p), (γ,n), (γ,2n) καί (γ,f) ἐμφανίζουν ἔν εὐρύ μέγιστον συντονισμοῦ. 'Η ἀντίδρασις

$$^{16}O(\gamma, \alpha)\,3\,^4He \qquad (5.126)$$

καθ'ἥν ὁ πυρήν τοῦ ὀξυγόνου διασπᾶται διά γ-άκτινοβολίας, ἠρμηνεύθη παλαιότερον ὡς ἔνδειξις ὅτι ὁ πυρήν συνίσταται ἐξ α-σωματίων. 'Η ἐνεργός διατομή τῶν φωτοπυρηνικῶν ἀντιδράσεων εἶναι λίαν μικρά.

Κατά τήν χρησιμοποίησιν γ-άκτινοβολίας λίαν μεγάλης ἐνεργείας(>100MeV),λαμβάνουν χώραν ἀντιδράσεις πλέον πολύπλοκοι ὡς π.χ. ἀντιδράσεις spallation

$$^{63}Cu(\gamma,5p\ 9n)\ ^{49}Cr \qquad (5.127).$$

Ἡ μεγάλης ἐνεργείας γ-άκτινοβολία λαμβάνεται δι' ἐπιταχύνσεως ἠλεκτρονίων εἰς ἐπιταχυντήν καί τῆς, ἐν συνεχείᾳ, προσπτώσεως τούτων ἐπί τινος στόχου ὡς W. Ἡ ἐπιβράδυνσις τῶν ἠλεκτρονίων προκαλεῖ τήν γένεσιν γ-άκτινοβολίας ἥτις ὀνομάζεται ἀκτινοβολία πέδης (Bromsstrahlung).

## 5.11.7. Ἀντιδράσεις μέ ἠλεκτρόνια.

Τά ἠλεκτρόνια σπανίως χρησιμοποιοῦνται εἰς πυρηνικάς ἀντιδράσεις. Τά ἠλεκτρόνια, συνήθως, χρησιμοποιοῦνται ἐμμέσως, εἰς τάς πυρηνικάς ἀντιδράσεις, διά τήν παραγωγήν γ-άκτινοβολίας (ἀκτινοβολία πέδης).

## 5.11.8. Ἀντιδράσεις μέ βαρέα ἰόντα.

Διά τήν ἐπίτευξιν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων, ἀρχικῶς, ἐχρησιμοποιήθησαν τά α-σωμάτια τῶν φυσικῶν ραδιενεργῶν στοιχείων καί ἐν συνεχείᾳ ἐχρησιμοποιήθησαν, ὡς βλήματα, α, p, n,d σωμάτια ἤ γ-άκτινοβολία διαφόρων ἐνεργειῶν. Τά p,d καί α-σωμάτια ἔχουν μικρόν φορτίον καί ὡς ἐκ τούτου ἀπαιτεῖται, σχετικῶς, μικρά ἐνέργεια διά τήν ὑπερνίκησιν τοῦ φράγματος δυναμικοῦ τοῦ πυρῆνος. Ὑπό τήν ἔννοιαν ταύτην τά ἀνωτέρω σωμάτια,μετά τῶν νετρονίων,εἶναι τά πλέον οἰκονομικῶς συμφέροντα βλήματα.

Ἡ χρησιμοποίησις βαρέων ἰόντων, δηλαδή βλημάτων βαρυτέρων τοῦ πυρῆνος τοῦ ἡλίου, ὀφείλεται εἰς τό γε-

γονός ὅτι ταῦτα δύνανται νά προκαλέσουν μίαν μεγάλην ποικιλίαν ἀντιδράσεων. Ἡ ὀλίγον καθυστερημένη χρησιμοποίησις τούτων ὀφείλεται εἰς δυσκολίας παραγωγῆς ἰόντων ἐπαρκοῦς κινητικῆς ἐνεργείας. Σήμερον παράγονται ἰόντα τοῦ τύπου $^{7}Li(+3)$, $^{9}Be(+4)$, $^{12}C(+6)$, $^{16}O(+6)$, $^{20}Ne(+9)$ κλπ. μέ ἐνέργειαν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς 10 MeV καί ἄνω κατά νουκλεόνιον. Εἰς τούς ἀνωτέρω τύπους οἱ ἐντός παρενθέσεως ἀριθμοί δηλοῦν τό φορτίον τοῦ ἰόντος. Εἰδικῶς τά ἰόντα $^{12}C$, $^{14}N$, $^{16}O(+6)$, μέ ἐνεργείας ἄνω τῶν 100 MeV, ἐχρησιμοποιήθησαν εἰς ἀντιδράσεις μετά βαρέων καί ἐλαφρῶν πυρήνων. Ὁ ἀριθμός τῶν καλουμένων ἀντιδράσεων μεταφορᾶς (Transferreaktionen), ὑπό βαρέων ἰόντων, εἶναι λίαν μεγάλος. Αἱ δυνατότητες δέ αὐξάνουν μέ αὔξησιν τῆς ἐνεργείας τούτων. Αἱ ἀντιδράσεις μεταφορᾶς διαιροῦνται εἰς δύο κατηγορίας: α) εἰς τάς ἀντιδράσεις μεταφορᾶς ἑνός νουκλεονίου (πρωτονίου, νετρονίου), καί β) εἰς ἀντιδράσεις μεταφορᾶς ὁμάδος νουκλεονίων.

Ἡ ἀντίδρασις

$$^{14}N(\,^{14}N,\,^{13}N)\,^{15}N \qquad (5.128)$$

εἶναι ἀντίδρασις μεταφορᾶς ἑνός νετρονίου.

Ὁμοίως ἡ ἀντίδρασις

$$^{197}Au(\,^{14}N,\,^{13}N)\,^{198}Au \qquad (5.129)$$

ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν (d,p) ἀντίδρασιν.

Αἱ ἀντιδράσεις

$$^{14}N(\,^{14}N,\,^{13}C)\,^{15}O \qquad (5.130)$$

$$^{10}B(\,^{14}N,\,^{13}C)\,^{11}C \qquad (5.131)$$

εἶναι ἀντιδράσεις μεταφορᾶς πρωτονίου ἀντιστοιχοῦσαι εἰς μίαν (d,n) ἀντίδρασιν.

Ἡ δευτέρα κατηγορία ἀντιδράσεων περιλαμβάνει μετα-

φοράν ἑνός α-σωματίου, δευτερονίου, τριτονίου κλπ.

Αἱ ἀντιδράσεις

$$^{12}C\ (\ ^{14}N,\ ^{18}F)^{8}Be \qquad (5.132)$$

$$^{16}O\ (\ ^{14}N,\ ^{18}F)\ ^{12}C \qquad (5.133)$$

ἀποτελοῦν ἀντιδράσεις μεταφορᾶς α-σωματίων.

Εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν μεταφοράν φορτίου ἄνευ μεταβολῆς εἰς τόν μαζικόν ἀριθμόν ὡς π.χ.

$$^{27}Al(\ ^{14}N,\ ^{14}O)\ ^{27}Mg \qquad (5.134)$$

Αἱ ἀντιδράσεις τοῦ ὡς ἄνω τύπου χαρακτηρίζονται ὡς ἀντιδράσεις ἀνταλλαγῆς.

Ἡ χρησιμοποίησις τῶν βαρέων ἰόντων, ὡς βλημάτων, ἐπιτρέπει τήν παρασκευήν νουκλιδίων μέ ἀτομικόν ἀριθμόν κατά 6, 8 (ἤ καί περισσότερον) ἄνω τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ στόχου. Ἐπί παραδείγματι εἰς τάς ἀντιδράσεις.

$$^{12}C(\ ^{14}N,\alpha)\ ^{22}Na \qquad (5.135)$$

$$^{16}O(\ ^{14}N,2p)\ ^{28}Al \qquad (5.136)$$

$$^{12}C(\ ^{12}C,\alpha)\ ^{20}Ne \qquad (5.137)$$

ἔχομεν αὔξησιν τοῦ Z κατά 5, 5 καί 4 ἀντιστοίχως.

Ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον παρουσιάζουν αἱ ἀντιδράσεις τῶν βαρέων ἰόντων μετά βαρέων πυρήνων εἰς τήν περιοχήν τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων. Ἡ συνήθης μέθοδος παρασκευῆς τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων εἶναι διά βομβαρδισμοῦ ὑπό νετρονίων, ἐντός τοῦ ἀντιδραστῆρος, ὅτε ἔχομεν διαδοχικήν σύλληψιν νετρονίων καί ἐν συνεχείᾳ, λόγῳ αὐξήσεως τῆς σχέσεως n/p, $\beta^-$-διάσπασιν. Ἡ ἑτέρα μέθοδος συνίσταται εἰς τήν χρησιμοποίησιν α-σωματίων ἐκ κυκλότρου. Διά τά βαρύτερα, ὅμως, τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων

ἀμφότεραι αἱ μέθοδοι δέν εἶναι ἱκανοποιητικαί, ἰδιαιτέρως διά τά στοιχεῖα μέ $Z > 98$, λόγῳ τῆς τάσεως αὐτῶν πρός αὐθόρμητον σχάσιν. Δηλαδή τά σχηματιζόμενα ἐνδιαμέσως ἰσότοπα ὑφίστανται τόσον ταχέως σχάσιν, ὥστε δέν ἐπαρκεῖ ὁ χρόνος διά περαιτέρω σύλληψιν νετρονίων πρός παραγωγήν τῶν ἐπιθυμητῶν στοιχείων. Τά βαρέα ἰόντα ἀπεδείχθησαν ὄχι μόνον χρήσιμα διά τήν παρασκευήν ἰσοτόπων νουκλιδίων τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων ἀλλά καί τά μόνα ἱκανά διά τήν σύνθεσιν τῶν στοιχείων 102, 103 καί 104.

$$^{246}Cm(\,^{12}C,\ 4n)\,^{256}No \qquad (5.138)$$

$$^{244}Cm\,(\,^{13}C,\ 4n)\,^{253}No \qquad (5.139)$$

$$^{241}Pu(\,^{16}O, 4n)\,^{256}No \qquad (5.140)$$

$$^{252}Cf(\,^{11}B, 6n)\,^{257}Lr \qquad (5.141)$$

$$^{242}_{94}Pu + ^{22}_{10}Ne \longrightarrow {}^{260}104 + 4n \qquad (5.142).$$

Εἰς τήν ἀντίδρασιν ταύτην παρατηροῦμεν ὅτι $\Delta Z=10$. Ἡ ἐνέργεια τῶν ἰόντων $^{22}Ne$ ἦτο 114 MeV. Τό στοιχεῖον 104 παρεσκευάσθη τό 1964, ὑπό λίαν μικράν ἀπόδοσιν, καί ἐπροτάθη, διά τό στοιχεῖον τοῦτο, τό ὄνομα Kurtschatovium.

Ὁ πίναξ (5.1) παριστᾷ τά βαρύτερα ὑπερουράνια ἰσότοπα ἅτινα παρεσκευάσθησαν διά βαρέων ἰόντων.

Βαρέα ἰόντα χρησιμοποιοῦνται διά τήν παρασκευήν ἰσοτόπων τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων ἅτινα ἔχουν ἀνεπαρκῆ ἀριθμόν νετρονίων. Τοῦτο δέ διότι, ὅσον αὐξάνεται ὁ ἀτομικός ἀριθμός, τά σταθερά ἰσότοπα ἔχουν μεγαλύτερον ἀριθμόν νετρονίων ἐν σχέσει πρός τά πρωτόνια. Κατά συνέπειαν ἀντιδράσεις μετά βαρέων ἰόντων, καθ' ἃς λόγῳ

# ΠΙΝΑΞ 5.1.

Τά πρῶτον παρασκευασθέντα ὑπερουράνια στοιχεῖα διά βαρέων ἰόντων.

| Ἰσότοπον | Στόχος | βλῆμα | $t_{1/2}$ | τρόπος διασπάσεως |
|---|---|---|---|---|
| $^{246}$Cf | $^{238}$U | $^{12}$C | 35.7hr | 6.75- καί 6.71-MeV α-διάσπασις |
| $^{245}$Es | $^{240}$Pu | $^{10}$B | 75 sec | 7.65-MeV α-διάσπασις |
| Es | $^{237}$Np | $^{12}$C | | |
| $^{246}$Es | | | | |
| Es | $^{238}$U | $^{14}$N | 7.3 min | 7.35-MeV α-διάσπασις E.C. |
| $^{248}$Fm | $^{240}$Pu | $^{12}$C | 0.6 min | α-διάσπασις |
| $^{249}$Fm | $^{238}$U | $^{16}$O | 150 sec | 7.9-MeV α-διάσπασις |
| $^{250}$Fm | Οὐράνιον | $^{16}$O | 30 min | 7.43-MeV α-διάσπασις |
| $^{257}$Md | $^{252}$Cf | $^{13}$C | 3 hr | 7.1-MeV α-διάσπασις |
| $^{253}$102 | $^{246}$Cm | $^{12}$C | 10-15sec | 8.3-MeV |
| | $^{244}$Cm | $^{13}$C | | α-διάσπασις |
| $^{254}$102 | $^{246}$Cm | $^{12}$C | 3 sec | 8.3-MeV α-διάσπασις |
| $^{255}$102 | Μῖγμα ἰσοτόπων Cf | $^{12}$C | 15 sec | 8.2-MeV α-διάσπασις |
| $^{256}$102 | $^{238}$U | $^{22}$Ne | 8 sec | α-διάσπασις |
| $^{257}$Lr | Μῖγμα ἰσοτόπων Cf | | 8 sec | 8.6-MeV α-διάσπασις |

τῆς μεγάλης αὐτῶν ἐνεργείας "ἐξατμίζονται" νετρόνια, ὁδηγοῦν εἰς πυρῆνας μέ ἔλλειμα νετρονίων ὅπερ δέν δύναται νά συμβῆ μέ ἔτερα ἔλαφρά σωμάτια-βλήματα. Ἀντιδράσεις τοῦ τύπου τούτου λαμβάνουν χώραν μᾶλλον διά σχηματισμοῦ συνθέτου πυρῆνος, διότι εἶναι ὀλιγώτερον πιθανόν ὅτι βαρέα ἰόντα μεταδίδουν τό πλεῖστον τῆς ἐνεργείας των εἰς ἕν μόνον νουκλεόνιον. Ἐν τούτοις, παρετηρήθησαν ἀντιδράσεις ἀνάλογοι πρός τάς ἀντιδράσεις pick-up καί stripping.

Ἡ ἐνεργός διατομή τῶν ἀντιδράσεων μετά βαρέων ἰόντων εἶναι λίαν μικρά, τῆς τάξεως mb ἤ μb. Ἡ μεγίστη π.χ. ἐνεργός διατομή δι' ἀντιδράσεις μεταφορᾶς νουκλεονίων εὑρέθη ὅτι κεῖται μεταξύ 5-20 mb. Κατά συνέπειαν, ἐκτός τῆς περιπτώσεως τῶν ὑπερουρανίων στοιχείων, μόνον εἰς εἰδικάς περιπτώσεις δύνανται τά βαρέα ἰόντα νά θεωρηθοῦν ἀνταγωνιστικά βλήματα παραγωγῆς ἰσοτόπων. Τό πεδίον τῶν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων διά βαρέων ἰόντων εἶναι λίαν εὐρύ.

Τά βαρέα ἰόντα φέρουν μεγάλην ποσότητα τροχιακῆς στροφορμῆς, κινοῦνται βραδύτερον καί συνεπῶς συμπεριφέρονται ὡς "κλασσικά" σωμάτια καί οὐχί ὡς κύματα, ὅπερ σημαίνει ἁπλοποίησιν τῶν ὑπολογισμῶν, φέρουν μεγάλον φορτίον καί δύνανται νά προκαλέσουν ποικιλίαν ἀντιδράσεων. Ἡ παραγωγή ἀκτινοβολίας πέδης ἥτις εἰς ἄλλας ἀντιδράσεις δημιουργεῖ προβλήματα, εἰς τάς ἀντιδράσεις μέ βαρέα ἰόντα περιορίζεται λόγῳ τῆς μικρᾶς ταχύτητος τῶν ἰόντων.

Διά τήν παρασκευήν ὑπερβαρέων πυρήνων, $Z > 104$, ἐνδείκνυται ἡ χρησιμοποίησις βαρέων ἰόντων. Ἡ παρασκευή τούτων περιορίζεται λόγῳ τοῦ μικροῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ καί τῆς σχάσεως. Ὑπολογίζεται ὅτι διά $Z > 110$ ὁ

χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ πρέπει νά εἶναι τῆς τάξεως τοῦ χιλιοστοῦ ἤ ἑκατομμυριοστοῦ τοῦ δευτερολέπτου, μέ ἐξαίρεσιν τούς ὑπολογιζομένους μαγικούς ἀριθμούς (Z=114,126, 164, 228 καί N=152, 164, 173, 184, 228). Ἡ ἐνεργός διατομή τῶν ἀντιδράσεων τούτων ὑπολογίζεται ὅτι εἶναι τῆς τάξεως nb.

Ἐνδιαφέρον παρουσιάζουν καί ἀντιδράσεις συντήξεως μετά βαρέων πυρήνων. Ἡ πιθανότης σχάσεως εἶναι, σχετικῶς, μικροτέρα, ὅταν τά ἀντιδρῶντα εἶναι τῆς αὐτῆς μάζης, καθ'ὅσον ἡ ἐνέργεια διεγέρσεως εἶναι σχετικῶς μικρά. Π.χ. Τό κατώφλιον μιᾶς ἀντιδράσεως

$$^{180}_{72}\mathrm{Hf} + ^{132}_{54}\mathrm{Xe} \longrightarrow [^{312}126] \rightarrow ^{304}126 + 8n \qquad (5.143)$$

ὑπολογίζεται εἰς 700 MeV.

Διά τήν ἀντίδρασιν

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + ^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow [^{476}184] \begin{cases} \nearrow\ ^{278}114 \\ \searrow\ ^{304}126 \end{cases} \qquad (5.144)$$

τό κατώφλιον ἐνεργείας ὑπολογίζεται εἰς 1500 MeV.

Ὁ κατασκευαζόμενος ἐν Ἀμερικῇ ἐπιταχυντής βαρέων ἰόντων διά τήν δημιουργίαν ὑπερστοιχείων φέρει τό ὄνομα "Omnitron".

## 5.12. Ὑπολογισμός ἀποδόσεως πυρηνικῶν ἀντιδράσεων.

Θεωρήσωμεν τήν περίπτωσιν πυρηνικῆς ἀντιδράσεως τοῦ γενικοῦ τύπου A(a,b)B, καθ'ἥν ἐκ τοῦ πυρῆνος-στόχου A δημιουργεῖται, διά βομβαρδισμοῦ διά σωματίων a (ἔνθα τό a δέν σημαίνει μόνον α-σωμάτια), ὁ σταθερός πυρήν B. Κατά ταῦτα δυνάμεθα νά γράψωμεν

$$A \xrightarrow{\text{σύλληψις a}} B \qquad (5.145)$$

Ἔστω λεπτός στόχος ὑλικοῦ περιέχων $N_A$ πυρῆνας τοῦ στα-

θεροῦ νουκλιδίου Α, ὅστις βομβαρδίζεται διά βλήματα (π.χ. νετρονίων) ροῆς Φ σωματίων κατά $cm^2$ καί κατά sec. Ἐάν δηλαδή ἡ πυκνότης σωματίων εἶναι n σωμάτια κατά $cm^3$ καί ἡ ταχύτης τούτων υ $\frac{cm}{sec}$, τότε τό γινόμενον nυ=Φ. Εἰς τήν περίπτωσιν λεπτοῦ στόχου ὑποτίθεται ὅτι ἡ ροή ἐντός τοῦ στόχου εἶναι σταθερά. Ἐπίσης ὑποτίθεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων, $N_A$, τοῦ στόχου παραμένει πρακτικῶς σταθερός. Ἡ ὁλική ἐνεργός ἐπιφάνεια τοῦ στόχου εἶναι, ὡς ἀναφέρεται εἰς τό κεφάλαιον (5.9), $\sigma N_A$. Κατά συνέπειαν ἡ ταχύτης ἀπορροφήσεως τῶν σωματίων α εἶναι $\sigma\Phi N_A$. Ὡς ταχύτης ἀντιδράσεως ὁρίζεται ὁ ἀριθμός τῶν προκυπτόντων πυρήνων εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἐφ' ὅσον δέ ἕκαστον ἀπορροφούμενον σωμάτιον ὁδηγεῖ εἰς τόν σχηματισμόν τοῦ σταθεροῦ πυρῆνος Β, ἕπεται ὅτι ἡ ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου Β, ἤτοι ἡ ταχύτης τῆς ἀντιδράσεως παρέχεται ὑπό τῆς εἰς τό κεφάλαιον (5.8) διδομένης σχέσεως (5.67)

$$\left(\frac{dN_B}{dt}\right)_{\text{αντ}} = \sigma\Phi N_A \qquad (5.67).$$

Ὁ σχηματισμός τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου Β λαμβάνει χώραν μέ σταθεράν ταχύτητα. Ἡ σ φύνεται νά συγκριθῇ μέ τήν σταθεράν ταχύτητος χημικῆς ἀντιδράσεως.

Ἐάν, ὅμως, ὁ σχηματιζόμενος πυρήν εἶναι ραδιενεργός, τότε θά ἔχωμεν τό σχῆμα

$$A \xrightarrow{\text{σύλληψις α}} B \xrightarrow[\lambda_B]{\text{ραδ. διασπασις}} C \qquad (5.146)$$

ἤτοι ὁ σχηματιζόμενος πυρήν Β, ὡς ραδιενεργός, διασπᾶται μέ τήν χαρακτηριστικήν δι' αὐτόν ταχύτητα $\lambda_B N_B$, (ἐξίσωσις (4.1)), πρός τό σταθερόν νουκλίδιον C. ἤτοι

$$\left(-\frac{dN_B}{dt}\right)_\delta = \lambda_B N_B \qquad (5.147)$$

Ἔνθα $\lambda_B$=ἡ σταθερά διασπάσεως τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου B καί $N_B$=ὁ ἀριθμός τῶν ραδιενεργῶν πυρήνων B.

Συνεπῶς ἡ ὁλική ταχύτης αὐξήσεως τῆς συγκεντρώσεως τούτου ἐξαρτᾶται α) ἀπό τήν ταχύτητα σχηματισμοῦ αὐτοῦ διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως A(a, b)B, καί β) ἀπό τήν ταχύτητα διασπάσεως αὐτοῦ B ⟶ C. Ἑπομένως, κατ' ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (4.21), θά ἔχωμεν:

$$\frac{dN_B}{dt} = \left(\frac{dN_B}{dt}\right)_{\text{σχτ}} - \left(\frac{dN_B}{dt}\right)_\delta \qquad (5.148)$$

$$= \sigma\Phi N_A - \lambda_B N_B$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἰσχύει ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι τό προκύπτον νουκλίδιον B ἔχει πρακτικῶς μηδενικήν ἐνεργόν διατομήν διά περαιτέρω ἀντίδρασιν μετά τοῦ βλήματος. Ἡ ὁλοκλήρωσις τῆς ἐξισώσεως ταύτης ἀπό t=0 ἕως t=t, ἐφ' ὅσον διά t=0 εἶναι $N_B$=0, δίδει

$$N_{B(t)} = \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_B}\left(1-e^{-\lambda_B t}\right) \qquad (5.149)$$

ἔνθα $N_{B(t)}$=ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων B οἵτινες δημιουργοῦνται εἰς χρόνον t.

Ἐάν τήν σχέσιν (5.149) γράψωμεν ὑπό τήν μορφήν,

$$\frac{N_{B(t)}}{N_A} = \frac{\sigma\Phi}{\lambda_B}\left(1-e^{-\lambda_B t}\right) \qquad (5.150)$$

παρατηροῦμεν ὅτι ὁ λόγος οὗτος θά εἶναι τόσον μεγαλύτερος, ὅσον $\frac{\sigma\Phi}{\lambda_B}$ καί t εἶναι μεγαλύτερα. Συνεπῶς διά τήν παρασκευήν μεγαλυτέρων ποσοτήτων ραδιενεργοῦ, σημασίαν ἔχει κυρίως ὁ λόγος $\sigma\Phi/\lambda_B$. Δεδομένου ὅμως ὅτι τό $\lambda_B$ εἶναι ὁπωσδήποτε σταθερόν καί τό σ εἶναι, διά δεδο-

μένην ἐνέργειαν τοῦ βλήματος, ἐπίσης σταθερόν, ἕπεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν σχηματιζομένων ραδιενεργῶν πυρήνων εἶναι τόσον μεγαλύτερος, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ροή π.χ. ἡ νετρονική ροή τοῦ ἀντιδραστῆρος. Ἀλλά, ἐκ τῆς σχέσεως $A=-\frac{dN}{dt}$, ἔνθα A=ραδιενέργεια, προκύπτει ὅτι ἡ ραδιενέργεια τοῦ B, μετά χρόνον t, θά εἶναι

$$A_B=\lambda_B N_{B(t)}=\sigma.\Phi.N_A(1-e^{-\lambda_B t}) \qquad (5.151)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἔχει δύο σπουδαίας ἐφαρμογάς: α) εἰς τόν ὑπολογισμόν τῆς ἀποδόσεως εἰς ἕν ραδιενεργόν ὑλικόν διά βομβαρδισμοῦ ὑπό σωματίων (π.χ. νετρονίων), καί β) εἰς τόν ὑπολογισμόν τῆς ἐνεργοῦ διατομῆς, διά γνωστήν, π.χ. νετρονικήν ροήν, ἤ τόν ὑπολογισμόν τῆς νετρονικῆς ροῆς, διά γνωστήν ἐνεργόν διατομήν τῆς ἀντιδράσεως, ἐκ μετρήσεως τῆς ραδιενεργείας τοῦ νουκλιδίου B.

Ὁ ὅρος $(1-e^{-\lambda_B t})$ καλεῖται παράγων κορεσμοῦ καί δύναται νά ἔχῃ τιμάς μεταξύ 0-1. Ἀντικαθιστῶντες τό $\lambda_B$, βάσει τῆς σχέσεως $\lambda_B=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}$, εἰς τόν παράγοντα κορεσμοῦ $1-e^{-\lambda_B t}$, λαμβάνομεν:

$$1-e^{-\lambda_B t}=1-e^{-\frac{\ell n 2}{t_{1/2}}t}=1-e^{-\ell n 2.t/t_{1/2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

Συνεπῶς διά $t \gg t_{1/2}$, $1-e^{-\lambda_B t}\approx 1$ καί ἄρα

$$A_B=\sigma\Phi N_A \qquad (5.152)$$

ἤτοι ἔχομεν φθάσει τήν μεγίστην τιμήν τῆς ραδιενεργείας (κορεσμόν) καί κατά συνέπειαν τό $A_B$ δέν δύναται ν'αὐξηθῇ περαιτέρω, ἤτοι $A_B$=σταθερόν.

Ἐάν $t=t_{1/2}$, $1-e^{-\lambda_B t}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ἤτοι $A=\sigma\Phi N_A\frac{1}{2}$

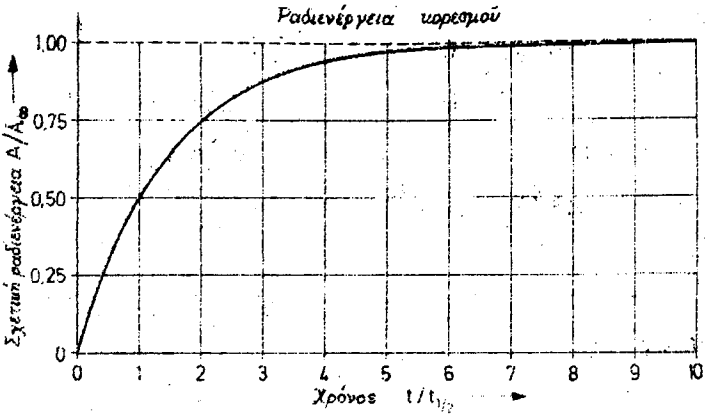
ἤτοι ἔχομεν τό ἥμισυ τῆς τιμῆς κορεσμοῦ.

Διά $t=5t_{1/2}$ $\quad A_B=\sigma\Phi N_A$ 0,968

$t=7\ t_{1/2}$ $\quad A_B=\sigma\Phi N_A$ 0,992

$t=10\,t_{1/2}$ $\quad A_B=\sigma\Phi N_A\,0{,}999$

"Ητοι μετά χρόνον $t=10\,t_{1/2}$ έχομεν φθάσει πρακτικῶς εἰς τόν κορεσμόν καί κατά συνέπειαν περαίτερω βομβαρδισμός δέν ὁδηγεῖ εἰς αὔξησιν τῆς ραδιενεργείας. Τό σχῆμα (5.15) ἀποδίδει τήν ἀσυμπτωτικήν προσέγγισιν τῆς ραδιενεργείας τοῦ Β εἰς τήν ραδιενέργειαν κορεσμοῦ. Ὁ πα-




Σχ. 5.15. Ἐπαγομένη ραδιενέργεια συναρτήσει τοῦ χρόνου βομβαρδισμοῦ.

ράγων $1-e^{-\lambda_B t}$ ἀποτελεῖ, ὡς ἐλέχθη, τόν παράγοντα κορεσμοῦ. Κατά τόν κορεσμόν φθάνομεν εἰς μίαν μόνιμον κατάστασιν καθ' ἥν ὁ ἀριθμός τῶν διασπωμένων πυρήνων Β εἶναι ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν δημιουργουμένων, διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως, πυρήνων Β. Ἡ κατάστασις αὕτη εἶναι ἀνάλογος πρός τήν μόνιμον ἰσορροπίαν.

Διά μικρόν χρόνον βομβαρδισμοῦ

$$1-e^{-\lambda_B t}\approx 1-(1-\lambda_B t)=\lambda_B t \qquad (5.153)$$

καί ἄρα ἡ (5.151) καθίσταται

$$A_B=\sigma\Phi N_A\lambda_B t \qquad (5.154)$$

ἤτοι ἡ ραδιενέργεια τοῦ Β αὐξάνει ἀρχικῶς ἀναλόγως τοῦ χρόνου t.

Ἐάν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ, ἤ, ὅπερ τοὐτό, ἡ σταθερά $\lambda_B$, εἶναι γνωστής, δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ραδιενέργειαν κορεσμοῦ ἐκ μετρήσεως τῆς ραδιενεργείας εἰς δεδομένον χρόνον t, βάσει τῆς σχέσεως

$$A_{B(t)}=\sigma\Phi N_A\left(1-e^{-\lambda_B t}\right)=A_\infty\left(1-e^{-\lambda_B t}\right)$$

ὅτε
$$A_\infty=\frac{A_{B(t)}}{1-e^{-\lambda_B t}} \qquad (5.155).$$

Ἡ σταθερότης τοῦ $N_{B(t)}$ ὑποθέτει ὅτι τό $N_A$ εἶναι σταθερόν. Ἡ βαθμιαία μετατροπή τῶν πυρήνων A τοῦ στόχου εἰς τό ραδιενεργόν B εἶναι ἐλαχίστη εἰς τάς συνήθεις περιπτώσεις. Ἐάν ὅμως τό $N_{B(t)}$ εἶναι σημαντικόν κλάσμα τοῦ $N_A$, τότε ἀπαραιτήτως δέον ὅπως γίνουν διορθώσεις.

Μεταξύ τοῦ τέλους τοῦ βομβαρδισμοῦ, t, καί τοῦ χρόνου μετρήσεως τῆς ραδιενεργείας παρέρχεται χρόνος, ἔστω $t_1$, ὅστις ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν ἐπί τῶν βραχυβίων, κυρίως, νουκλιδίων. Τοῦτο δέ διότι ἡ ραδιενέργεια θά ἐλαττωθῇ σημαντικῶς. Ἡ μετρουμένη κατά τόν χρόνον $t_1$ ραδιενέργεια εἶναι

$$A_1=A_t e^{-\lambda_B t_1} \qquad (5.156).$$

Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τόν χρόνον βομβαρδισμοῦ t, ὡς καί τόν ἐνδιάμεσον χρόνον, ἀπό τοῦ τέλους τοῦ βομβαρδισμοῦ μέχρι τῆς μετρήσεως, $t_1$, προκύπτει βάσει τῶν σχέσεων (5.155) καί (5.156), ἡ ἐξῆς σχέσις μεταξύ τῆς μετρουμένης ραδιενεργείας καί τῆς ραδιενεργείας κορεσμοῦ,

$$A_1=A_\infty\left(1-e^{-\lambda_B t}\right)e^{-\lambda_B t_1}$$

$$=A_\infty\left[e^{-\lambda_B t_1}-e^{-\lambda_B(t+t_1)}\right] \qquad (5.157).$$

Πρέπει νά σημειωθῇ ὅτι ὁ ἀριθμός $N_A$, ὅστις παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν ἀτόμων (πυρήνων) τοῦ νουκλιδίου A, σχετίζε-

ται μέ τήν ποσότητα τούτου εἰς γραμμάρια διά τῆς ἁπλῆς σχέσεως

$$N_A = \frac{m}{M} N_L . H \qquad (5.158)$$

ἔνθα m=γραμμάρια τοῦ A, M=ἀτομικόν ἤ μοριακόν βάρος, $N_L$=ἀριθμός Loschmidt καί H = ἡ ἰσοτοπική ἀναλογία, ἤτοι ἡ περιεκτικότης τοῦ στόχου εἰς τό νουκλίδιον A, καθ'ὅσον εἶναι πιθανόν ὁ στόχος ν'ἀποτελῆται ἀπό περισσότερα τοῦ ἑνός ἰσότοπα. Ἐπί παραδείγματι ὁ φυσικός χαλκός ἀποτελεῖται ἀπό 69% $^{63}Cu$ καί ἀπό 31% $^{65}Cu$. Συνεπῶς ἔχομεν ἀντιστοίχως H=0,69 καί H=0,31. Βάσει τῆς σχέσεως (5.158) ἡ ἐξίσωσις (5.151) γράφεται

$$\Lambda_B = \sigma . \Phi . \frac{m}{M} N_L . H (1 - e^{-\lambda_B t}) dps \qquad (5.159)$$

Ἡ εἰδική ραδιενέργεια τοῦ δημιουργουμένου, διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως, ραδιενεργοῦ B δίδεται, βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.41), ὑπό τῆς σχέσεως

$$A_s = \frac{\sigma . \Phi . N_L . H}{M . 3,7 . 10^{10}} (1 - e^{-\lambda_B t}) Ci/gr \qquad (5.160)$$

$$= \frac{6 . 10^{-24} 6,02 . 10^{23} \Phi H}{M . 3,7 . 10^{10}} (1 - e^{-\lambda_B t})$$

$$= \frac{0,162 . 10^{-10} . \sigma \Phi H}{M} (1 - e^{-\lambda_B t}) \qquad (5.161)$$

$$= 0,162 . 10^{-10} . \frac{\sigma \Phi H}{M} \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{t/t_{1/2}} \right] \frac{Ci}{gr} \qquad (5.162)$$

ἔνθα σ δίδεται εἰς barns.

Ἐάν $t \ll t_{1/2}$, ἡ (5.161) δίδει κατά προσέγγισιν

$$\Lambda_s = 0,162 . 10^{-10} \frac{\sigma . \Phi . H}{M} [1 - (1 - \lambda_B t)]$$

$$= 0,162 . 10^{-10} \frac{\sigma . \Phi . H}{M} \lambda_B t \frac{Ci}{gr} \qquad (5.163)$$

Διά δεδομένον χρόνον t, ροήν Φ καί ποσότητα, ή ἐπαγομένη, ὡς λέγομεν, ραδιενέργεια εἶναι τόσον μεγαλυτέρα ὅσον ἡ ἐνεργός διατομή καί ἡ ἰσοτοπική ἀναλογία εἶναι μεγαλυτέρα. Ἐλαττοῦται δέ μέ αὔξησιν τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ καί τοῦ ἀτομικοῦ βάρους. Ἐάν ἑπομένως ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ εἶναι λίαν μεγάλος, ὡς συμβαίνει π.χ. μέ τόν $^{14}C$ ($t_{1/2}$=5730y), ἡ παρασκευή ἱκανῆς ποσότητος τούτου ἀπαιτεῖ βομβαρδισμόν ἐπί μεγάλον χρονικόν διάστημα. Ἐάν ἀντιθέτως ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ εἶναι μικρός, ὡς π.χ. διά τό $^{20}F$($t_{1/2}$=11,2 sec), φθάνομεν εἰς τόν κορεσμόν ἐντός λεπτοῦ περίπου τῆς ὥρας, ἀλλά τό ραδιενεργόν νουκλίδιον διασπαται ἐξ ἴσου λίαν ταχέως!

Παράδειγμα 1): 1 gr NaCl βομβαρδίζεται διά νετρονίων ροῆς $10^{10}$ n/cm$^2$ sec ἐπί 4 ἡμέρας. Ποία ἡ ραδιενέργεια ἑκάστου προϊόντος.

Τό φυσικόν χλώριον εἶναι μῖγμα δύο ἰσοτόπων, τοῦ $^{35}Cl$ καί τοῦ $^{37}Cl$. Ἑπομένως αἱ ἀντίστοιχοι ἀντιδράσεις εἶναι:

α) $^{23}Na(n,\gamma)\,^{24}Na$

β) $^{35}Cl(n,\gamma)\,^{36}Cl$

γ) $^{37}Cl(n,\gamma)\,^{38}Cl$

α) Ἡ ἐνεργός διατομή τοῦ $^{23}Na$ εἶναι 0,44b. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $^{24}Na$ εἶναι $t_{1/2}$=14,8 h. H=1.

Δεδομένου ὅτι ὁ χρόνος βομβαρδισμοῦ εἶναι 4.24= =96 h, ἤτοι εἶναι μεγαλύτερος τοῦ 6 $t_{1/2}$, δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ὅτι ἔχομεν φθάσει εἰς τόν κορεσμόν καί κατά συνέπειαν ἡ εἰδική ραδιενέργεια τοῦ $^{24}Na$ εἶναι:

$$A_s = 0,162.10^{-10}\ \frac{0,44.10^{10}}{58} = 1,22\ \frac{mCi}{gr}$$

β) Ἡ ἐνεργὸς διατομὴ τοῦ $^{35}Cl$ εἶναι 44b. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $^{36}Cl$ εἶναι $t_{1/2}=4,4.10^5 y$. H=0,754.

Ἄρα ἡ εἰδικὴ ραδιενέργεια τοῦ $^{36}Cl$ εἶναι

$$A_s = 0,162.10^{-10}.\frac{44.10^{10}.0,754}{58}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{365.4,4.10^5}}\right]$$

$$= 1,6.10^{-3}\ \frac{\mu Ci}{gr}$$

ἤτοι πρακτικῶς ἡ ἐπαγομένη ραδιενέργεια εἶναι μηδέν.

γ) Ἡ ἐνεργὸς διατομὴ τοῦ $^{37}Cl$ εἶναι 0,56 b. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $^{38}Cl$ εἶναι $t_{1/2}=38,5$ min. Ἡ ἰσοτοπικὴ ἀναλογία τοῦ $^{37}Cl$ εἰς τὸ φυσικὸν χλώριον, εἶναι 0,246. Δεδομένου ὅτι ὁ χρόνος βομβαρδισμοῦ εἶναι λίαν μεγάλος ἐν σχέσει πρὸς τὸ $t_{1/2}$ τοῦ $^{38}Cl$, ἔχομεν κορεσμόν.

Ἄρα $$A_s = 0,162.10^{-10}\ \frac{0,56.10^{10}.0,246}{58} \approx 0,4\ \frac{mCi}{gr}$$

Παράδειγμα 2) 1 gr ZnO βομβαρδίζεται διὰ νετρονίων ροῆς $10^{9}$ n/cm²sec ἐπὶ 4 ἡμέρας. Ποία ἡ ἀπόδοσις τῆς (n,γ) ἀντιδράσεως.

Ὁ φυσικὸς Zn ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ ἑξῆς ἰσότοπα:

$^{64}Zn$ =48,88%, $^{66}Zn$=27,82%, $^{67}Zn$=4,14%

$^{68}Zn$ =18,54% καὶ $^{70}Zn$=0,62%.

Ἀπὸ τὴν (n,γ) ἀντίδρασιν ἔχομεν τὰ ἑξῆς προϊόντα:

α) $^{64}Zn(n,\gamma)\ ^{65}Zn$ ραδιενεργόν, β) $^{66}Zn(n,\gamma)\ ^{67}Zn$ σταθερόν γ) $^{67}Zn(n,\gamma)\ ^{68}Zn$ σταθερόν, δ) $^{68}Zn(n,\gamma)\ ^{69}Zn$ ραδιενεργόν καὶ ε) $^{70}Zn(n,\gamma)\ ^{71}Zn$ ραδιενεργόν.

Μᾶς ἐνδιαφέρουν αἱ ἀντιδράσεις α), δ) καί ε) αἱ ὁποῖαι δίδουν ραδιενεργά προϊόντα.

α) Ἡ ἐνεργός διατομή τοῦ $^{64}Zn$ εἶναι 0,5b. $t_{1/2}(^{65}Zn)$= =250 d. H=0,488. Ἐπομένως βάσει τῆς σχέσεως (5.161) ἔχομεν:

$$As=0,162.10^{-10}.\frac{0,5.10^{10}.0,488}{81,4}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{250}}\right]$$

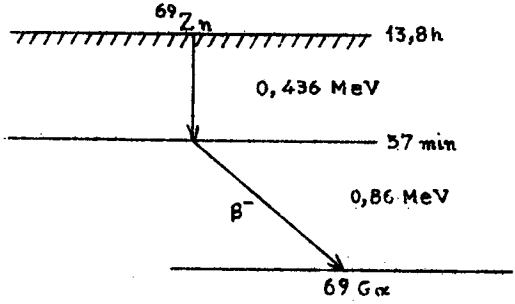
$$\approx 5,4\frac{\mu Ci}{gr}$$

ε) $\sigma(^{70}Zn)=0,09b$, $t_{1/2}(^{71}Zn)=2,2$ min, H =0,0062. Λόγῳ τοῦ μεγάλου χρόνου βομβαρδισμοῦ ἐν σχέσει πρός τό $t_{1/2}$ ἔχομεν κορεσμόν. Ἄρα

$$A=0,162.10^{-10}\frac{0,09.10^{10}.0,0062}{81,4}\approx 1,1\frac{\mu Ci}{gr}$$

Παρατηροῦμεν ὅτι παρά τόν μικρόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ ἡ ἐπαγομένη εἰς τό $^{71}Zn$ ραδιενέργεια εἶναι μικρά, λόγῳ τῆς μικρᾶς ἐνεργοῦ διατομῆς καί τῆς λίαν μικρᾶς ἰσοτοπικῆς ἀναλογίας.

δ) Ἡ ἀντίδρασις αὕτη παρουσιάζει ἐνδιαφέρον καθ' ὅσον ἀποτελεῖ πλέον πολύπλοκον, ἀλλά συχνάκις ἀπαντωμένην, περίπτωσιν. Θεωρήσωμεν τό σχῆμα τῆς διασπάσεως τοῦ $^{69}Zn$.




Παρατηροῦμεν ὅτι ἔχομεν δύο ἰσομερῆ νουκλίδια $^{69m}Zn$ ($t_{1/2}$=13,8h) καί $^{69}Zn$($t_{1/2}$=57 min).

Ἐπομένως κατά τόν βομβαρδισμόν μέ νετρόνια, ἡ προκύπτουσα ραδιενέργεια τοῦ $^{69}Zn$ ($t_{1/2}=57$ min), προέρχεται α) ἐκ τῆς ἀπ' εὐθείας ἀντιδράσεως $(n,\gamma)$, καί β) ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ ἰσομεροῦς $^{69m}Zn$ ($t_{1/2}=13,8$ h). Ὁ $^{69m}Zn$($t_{1/2}=13,8$ h) ὅστις δημιουργεῖται ἐκ τῆς ἀντιδράσεως $(n,\gamma)$ ὑπολογίζεται εὐκόλως ἐκ τῆς σχέσεως (5,162), λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι $\sigma(^{68}Zn)=0,29$b, $t_{1/2}(^{69m}Zn)=13,8$ h καί $H=0,1854$

Ἄρα

$$A_s=0,162.10^{-10}\frac{0,29.10^{10}.0,1854}{81,4}$$

$$\approx 0,11\frac{mCi}{gr}$$

Ἡ ραδιενέργεια τοῦ $^{69}Zn$($t_{1/2}=57$ min), προερχομένη ἐκ τῆς $(n,\gamma)$ ἀντιδράσεως εἶναι, διά $\sigma=1$b, $H=0,1854$

$$A_{s_1}=0,162.10^{-10}.\frac{1.10^{10}.0,1854}{81,4}\approx 0,38\frac{mCi}{gr}$$

Ὁ σχηματισμός τοῦ $^{69}Zn$ ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ $^{69m}Zn$ δύναται νά παρασταθῇ διά τοῦ σχήματος

$$^{68}Zn \xrightarrow{\text{σύλληψις } n} {}^{69m}Zn \xrightarrow[t_{1/2}=13,8\text{h}]{\lambda_B} {}^{69}Zn \xrightarrow[t_{1/2}=57\text{m}]{\lambda_C} {}^{69}Ga$$

Ἡ γενικωτέρα μορφή τοῦ ὡς ἄνω σχήματος εἶναι

$$A \xrightarrow{\text{σύλληψις } n} B \xrightarrow{\lambda_B} C \xrightarrow{\lambda_C} D \qquad (5.164).$$

Ἡ ὁλική (καθαρά) ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ C ἰσοῦται μέ τήν ταχύτητα σχηματισμοῦ τούτου ἐκ τοῦ B μεῖον τήν ταχύτητα διασπάσεως τοῦ C ἤτοι

$$\frac{dN_C}{dt}=\lambda_B N_B-\lambda_C N_C \qquad (5.165).$$

Ἀλλά, βάσει τῆς ἐξισώσεως (5.151)

$$\lambda_B N_B=\sigma\Phi N_A(1-e^{-\lambda_B t}) \qquad (5.151)$$

ἡ ἐξίσωσις (5.165) τροποποιεῖται εἰς

$$\frac{dN_c}{dt} = \sigma\Phi N_A(1-e^{-\lambda_B t}) - \lambda_c N_c$$

$$= \sigma\Phi N_A - \sigma\Phi N_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_c N_c \qquad (5.166),$$

Η εξίσωσις (5.166) γράφεται

$$\frac{dN_c}{dt} + \lambda_c N_c = \sigma\Phi N_A - \sigma\Phi N_A e^{-\lambda_B t} \qquad (5.167),$$

Διά πολλαπλασιασμού άμφοτέρων τῶν πλευρῶν τῆς εξισώσεως επί $e^{\lambda_c t}$, λαμβάνομεν

$$e^{\lambda_c t}\frac{dN_c}{dt} + \lambda_c N_c e^{\lambda_c t} = \sigma\Phi N_A e^{\lambda_c t} - \sigma\Phi N_A e^{(\lambda_c - \lambda_B)t}$$

ή $$\frac{d}{dt}(N_c e^{\lambda_c t}) = \sigma\Phi N_A e^{\lambda_c t} - \sigma\Phi N_A e^{(\lambda_c - \lambda_B)t}$$

Άρα δι' ολοκληρώσεως ταύτης καί ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι $N_A$=σταθερόν, λαμβάνομεν

$$N_c e^{\lambda_c t} = \frac{\sigma\Phi N_A e^{\lambda_c t}}{\lambda_c} - \frac{\sigma\Phi N_A e^{(\lambda_c - \lambda_B)t}}{\lambda_c - \lambda_B} + C \qquad (5.168)$$

διά $t=0$, $N_c=0$ καί επομένως

$$C = \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c - \lambda_B} - \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c} \qquad (5.169),$$

Άρα ή εξίσωσις (5.168) γράφεται

$$N_c e^{\lambda_c t} = \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c}(e^{\lambda_c t} - 1) + \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c - \lambda_B}\left[1 - e^{(\lambda_c - \lambda_B)t}\right] \qquad (5.170),$$

Ἐκ τῆς (5.170) λαμβάνομεν

$$N_c = \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c}(1 - e^{-\lambda_c t}) + \frac{\sigma\Phi N_A}{\lambda_c - \lambda_B}(e^{-\lambda_c t} - e^{-\lambda_B t}) =$$

$$= \sigma\Phi N_A\left[\frac{1 - e^{-\lambda_c t}}{\lambda_c} + \frac{e^{-\lambda_c t} - e^{-\lambda_B t}}{\lambda_c - \lambda_B}\right] \qquad (5.171),$$

Η ραδιενέργεια τοῦ C, επομένως, εἶναι

$$A_c=\lambda_c N_c=\sigma\Phi N_A\left[1-e^{-\lambda_c t}+\frac{\lambda_c\left(e^{-\lambda_c t}-e^{-\lambda_B t}\right)}{\lambda_D-\lambda_B}\right]$$

$$=\sigma\Phi N_A\left[1-\frac{\lambda_B e^{-\lambda_c t}-\lambda_c e^{-\lambda_B t}}{\lambda_B-\lambda_c}\right] \qquad (5.172).$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δίδει τήν ραδιενέργειαν τοῦ $^{69}Zn$ λόγῳ τῆς ἰσομεροῦς μετατροπῆς τοῦ $^{69m}Zn$.

Ὁ χρόνος τῶν 4 ἡμερῶν εἰς τό παράδειγμα τοῦ $^{69}Zn$, θεωρεῖται ἐπαρκής διά τόν κορεσμόν καί συνεπῶς θά ἔχωμεν,

$$A_{s2}=\sigma\Phi N_A=0,162.10^{-10}.\frac{0,29.10^{10}0,1854}{81,4}\approx 0,11\ \frac{mCi}{gr}$$

ἤτις εἶναι ἴση πρός τήν ραδιενέργεια τοῦ $^{69m}Zn$. Συνολικῶς λοιπόν ἔχομεν:

$$A_s(^{69}Zn)=A_{s1}+A_{s2}=0,38+0,11$$
$$=0,49\ mCi/gr$$

Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι διακόπτομεν τόν βομβαρδισμόν τοῦ ZnO, διά νετρονίων, εἰς χρόνον t καί ὅτι μέχρι τῆς μετρήσεως παρέρχεται χρόνος $t_1$, τότε, διά νά εὕρωμεν τόν ἀριθμόν $N_c$ τοῦ νουκλιδίου C, πρέπει νά λάβωμεν ὑπ' ὄψιν α) τήν σχέσιν (5.171), καί β) ὅτι τό νουκλίδιον B δέν σχηματίζεται πλέον ἐκ τοῦ A, ἀλλά διασπᾶται κατά τόν γνωστόν ἐκθετικόν νόμον τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Ἑπομένως, βάσει τῶν σχέσεων (5,171) καί (5,156) ἔχομεν

$$N_{c'}=\sigma\Phi N_A\left[\frac{1-e^{-\lambda_c t}}{\lambda_c}+\frac{e^{-\lambda_c t}-e^{-\lambda_B t}}{\lambda_c-\lambda_B}\right]e^{-\lambda_c t_1}$$

καί βάσει τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ B κατά τό σχῆμα

$$B \xrightarrow{\lambda_B} C \xrightarrow{\lambda_c} D$$

ὁμοίως θά ἔχωμεν:

$$N_C'' = \frac{\lambda_B}{\lambda_C - \lambda_B} \; N_{B(t)} \left( e^{-\lambda_B t_1} - e^{-\lambda_C t_1} \right)$$

ἔνθα $N_{B(t)}$ = ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ νουκλιδίου B κατά τόν χρόνον τῆς διακοπῆς τοῦ βομβαρδισμοῦ.

Ἄρα $N_C = N_C' + N_C''$

$$= \sigma \Phi N_A \left[ \frac{1 - e^{-\lambda_C t}}{\lambda_C} + \frac{e^{-\lambda_C t} - e^{-\lambda_B t}}{\lambda_C - \lambda_B} \right] e^{-\lambda_C t_1} +$$

$$+ \frac{\sigma \Phi N_A}{\lambda_C - \lambda_B} \left( 1 - e^{-\lambda_B t} \right) \left( e^{-\lambda_B t_1} - e^{-\lambda_C t_1} \right) \qquad (5.173).$$

## 5.13. Ὑπολογισμός συγκεντρώσεως Ἰωδίου καί Ξένου.

Ἰδιαίτερως πρακτικοῦ ἐνδιαφέροντος εἶναι ἡ περίπτωσις τῆς παρουσίας τοῦ Ξένου ἐντός τοῦ ἀντιδραστῆρος. Τό Ξένον ($^{135}Xe$) δημιουργεῖται κατά τήν σχάσιν τοῦ U ἀπ' εὐθείας μέν, εἰς λίαν μικράν ἀπόδοσιν ὥστε νά δύναται νά παραληφθῇ, εἰς μεγαλυτέραν δέ ἀπόδοσιν, ἐκ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ $^{135}I$ κατά τό σχῆμα

$$U \xrightarrow{\text{σχάσις}} {}^{135}Te \xrightarrow[t_{1/2}=2\,min]{} {}^{135}I \xrightarrow[t_{1/2}=6{,}7\,h]{\beta^-} {}^{135}Xe \xrightarrow[t_{1/2}=9{,}2\,h]{\beta^-} {}^{135}Cs \xrightarrow[t_{1/2}=3.10^6\,y]{} {}^{135}Ba \quad (\text{σταθερόν})$$

Δεδομένου ὅτι τό $t_{1/2}$ τοῦ $^{135}Te$ εἶναι μόνον 2 min ἐνῶ τοῦ $^{135}I$ (ὅπερ εἶναι τό μητρικόν τοῦ $^{135}Xe$), εἶναι 6,7h, δυνάμεθα διά λόγους ἁπλότητος νά θεωρήσωμεν ὅτι τό $^{135}I$ σχηματίζεται ἀπ' εὐθείας διά σχάσεως τοῦ U. Ἡ ἀπόδοσις τῆς σχάσεως εἶναι 5,6%. Ἐπίσης δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ὅτι τό $^{135}Cs$ εἶναι σταθερόν λόγῳ τοῦ μεγάλου χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ.

Ἡ ὑπόθεσις αὕτη δέν ἐπηρεάζει τόν ὑπολογισμόν. Κατά τήν λειτουργίαν τοῦ ἀντιδραστῆρος, τό σχηματιζόμενον $^{135}Xe$

χαρακτηρίζεται ὡς "δηλητήριον" λόγῳ τῆς μεγίστης ἐνεργοῦ διατομῆς ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων ($\sigma_{Xe} = 2,7.10^6$b). Ἡ συγκέντρωσις τοῦ $^{135}Xe$ ἐλαττοῦται α) διὰ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως αὐτοῦ, καί β) διὰ τῆς ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων, ὅτε σχηματίζεται $^{136}Xe$, τοῦ ὁποίου ἡ ἐνεργὸς διατομὴ ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων εἶναι ἀμελητέα.

Κατὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ ἀντιδραστῆρος ἀποκαθίσταται ἰσορροπία συγκεντρώσεως τοῦ $^{135}Xe$.

Ἐάν μετὰ ταῦτα διακοπῇ ἡ λειτουργία τοῦ ἀντιδραστῆρος, ἡ συγκέντρωσις τοῦ $^{135}Xe$ θὰ διέλθῃ δι' ἑνὸς μεγίστου. Ὅταν λοιπὸν θελήσωμεν νὰ θέσωμεν ἐκ νέου εἰς λειτουργίαν τὸν ἀντιδραστῆρα, δὲν δύναται νὰ λάβῃ χώραν ἀλυσωτὴ ἀντίδρασις καθ' ὅσον, λόγῳ τῆς μεγάλης συγκεντρώσεως τοῦ $^{135}Xe$, τὰ νετρόνια, ἅτινα εἶναι ἀπαραίτητα διὰ τὴν ἀντίδρασιν τῆς σχάσεως, συλλαμβάνονται ὑπὸ τοῦ $^{135}Xe$. Μόνον μετὰ παρέλευσίν δύο περίπου ἡμερῶν εἶναι δυνατὴ ἡ ἐπαναλειτουργία τοῦ ἀντιδραστῆρος, ὅτε ἡ συγκέντρωσις τοῦ $^{135}Xe$ ἔχει ἐλαττωθῇ σημαντικῶς λόγῳ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως.

Ἔστω λοιπὸν $N_A$ καὶ $N_B$ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων κατὰ μονάδα ὄγκου, $^{135}I$, καὶ $^{135}Xe$, καὶ ἔστω γ ἡ ἀπόδοσις τῆς σχάσεως διὰ τὴν ἄλυσον τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ 135.

Ἔστω $\Sigma_f$ = ἡ μακροσκοπικὴ ἐνεργὸς διατομὴ τῆς σχάσεως τοῦ U, καὶ $\Phi$ = ἡ ροὴ τῶν θερμικῶν νετρονίων. Ἔστω δὲ $\lambda_A$ καὶ $\lambda_B$ αἱ σταθεραὶ διασπάσεως τῶν νουκλιδίων $^{135}I$ καὶ $^{135}Xe$.

Βάσει τῶν προηγουμένων σχέσεων, ἔχομεν

$$\frac{dN_A}{dt} = \gamma \Sigma_f \Phi - \lambda_A N_A \qquad (5.174)$$

διά τήν αὔξησιν τοῦ $^{135}I$

καί $$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B - \sigma_B \Phi N_B \qquad (5.175)$$

διά τήν αὔξησιν τοῦ $^{135}Xe$. $\sigma_B$= ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων τοῦ $^{135}Xe$. Ὑποθέτομεν ἐπίσης ὅτι ἡ ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως θερμικῶν νετρονίων τοῦ $^{135}I$ εἶναι ἀμελητέα. Παρατηροῦμεν ἐπίσης ὅτι ἡ μέση διάρκεια ζωῆς τοῦ $^{135}Xe$ εἶναι $\frac{1}{\lambda_B+\sigma_B\Phi}$ ἤτις εἶναι μικροτέρα τῆς $\frac{1}{\lambda_B}$ λόγῳ διασπάσεως.

Ἡ σχέσις (5.175) γράφεται

$$\frac{dN_B}{dt} + (\lambda_B+\sigma_B\Phi) N_B = \lambda_A N_A \qquad (5.176)$$

διά χρόνον $t=0$, $N_A=N_B=0$.

Ἡ ἐξίσωσις (5.174), δι' ὁλοκληρώσεως, δίδει κατά τά προηγούμενα,

$$N_A = \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\lambda_A} \left(1-e^{-\lambda_A t}\right) \qquad (5.177)$$

Ἡ ἐξίσωσις (5.176), ὁμοίως δι' ὁλοκληρώσεως, δίδει

$$N_B = \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\sigma_B \Phi+\lambda_B} \left[1-e^{-(\sigma_B \Phi+\lambda_B)t}\right] +$$

$$+ \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\sigma_B \Phi+\lambda_B-\lambda_A} \left[e^{-(\sigma_B\Phi+\lambda_B)t} - e^{-\lambda_A t}\right] \qquad (5.178)$$

Εἰς τήν κατάστασιν ἰσορροπίας θά ἔχωμεν:

Ἐκ τῆς σχέσεως (5.177)

$$N_A^{eq} = \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\lambda_A} \qquad (5.179)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (5.178)

$$N_B^{eq} = \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\sigma_B \Phi+\lambda_B} \qquad (5.180)$$

Ἐάν ἡ νετρονική ροή εἶναι πολύ μεγάλη καί $\sigma_B\Phi >> \lambda_B$ τότε,

$$N_B^{eq} \longrightarrow \frac{\gamma\Sigma_f}{\sigma_B} \qquad (5.181).$$

Ἄς ἴδωμεν, ἤδη, τί θά συμβῇ, ἐάν, μετά τήν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας, διακόψωμεν τήν λειτουργίαν τοῦ ἀντιδραστῆρος. Ἡ περίπτωσις ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν μεταβατικήν ἰσορροπίαν.

Τό $^{135}I$ διασπᾶται κατά τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \qquad (5.182).$$

Ἡ ὁλική ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ $^{135}Xe$, βάσει τῶν ἤδη γνωστῶν, θά εἶναι

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \qquad (5.183).$$

Αἱ ἀρχικαί συνθῆκαι, διά $t=0$, εἶναι $N_A = N_A^{eq}$ καί $N_B = N_B^{eq}$. Ἄρα

$$N_A = N_A^{eq} e^{-\lambda_A t} \qquad (5.184)$$

καί

$$N_B = N_B^{eq}\left[e^{-\lambda_B t} + \frac{\sigma_B\Phi + \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right)\right] \qquad (5.185).$$

Ἐκ ταύτης ἔχομεν

$$\frac{dN_B}{dt} = N_B^{eq}\left[-\lambda_B e^{-\lambda_B t} + \frac{\sigma_B\Phi + \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\left(-\lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_B e^{-\lambda_B t}\right)\right] = \qquad (5.186)$$

$$= N_B^{eq}\left[-\lambda_B e^{-\lambda_B t} - \frac{\lambda_A\sigma_B\Phi}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_A t} + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_B\sigma_B\Phi}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_B t} + \frac{\lambda_B^2}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_B t}\right]$$

$$= \frac{N_B^{eq}}{\lambda_B - \lambda_A}\left[\lambda_B e^{-\lambda_B t}(\lambda_A + \sigma_B\Phi) - \lambda_A e^{-\lambda_A t}(\lambda_B + \sigma_B\Phi)\right] \qquad (5.187).$$

'Επομένως

$$\left(\frac{dN_B}{dt}\right)_{t=0}=\sigma_B\Phi N_B^{eq} \qquad (5.188).$$

Δηλαδή ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων του $^{135}Xe$, μετά τήν διακοπήν τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος, αὐξάνει μετά τοῦ χρόνου, λόγῳ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ $^{135}I$. Μετά τήν διακοπήν τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος, τό $^{135}Xe$ διασπᾶται λόγῳ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τούτου καί ὄχι λόγῳ συλλήψεως νετρονίων. Τελικῶς ὅλον τό $^{135}I$ θά μετατραπῆ εἰς $^{135}Xe$ καί ὅλον τό $^{135}Xe$ θά μετατραπῆ εἰς $^{135}Cs$. Συνεπῶς μετά τήν διακοπήν τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος, θά ἔχωμεν ἕν μέγιστον συγκεντρώσεως τοῦ $^{135}Xe$ εἰς χρόνον $t'_{max}$ 'Ο χρόνος οὗτος εὑρίσκεται θέτοντες $\frac{dN_B}{dt}=0$, ἐξίσωσις (4.52), ὅτε, ἐκ τῆς σχέσεως, (5.186) προκύπτει

$$\lambda_B e^{-\lambda_B t'_m}\ (\lambda_A+\sigma_B\Phi)=\lambda_A e^{-\lambda_A t'_m}(\lambda_B+\sigma_B\Phi) \qquad (5.189)$$

ἤ

$$\frac{(\lambda_A+\sigma_B\Phi)}{(\lambda_B+\sigma_B\Phi)}\cdot\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=e^{(\lambda_B-\lambda_A)t'_{max}} \qquad (5.190).$$

Θέτοντες $\lambda_A=2,87.10^{-5}sec^{-1}$, $\lambda_B=2,09.10^{-5}\ sec^{-1}$ $\sigma_B=2,7.10^{6}b$ καί $\Phi=2.10^{14}n/cm^2sec$ εὑρίσκομεν $t'_{max}=11,3\ h$.

'Η μεγίστη αὕτη συγκέντρωσις τοῦ $^{135}Xe$, μετά πάροδον 11,3 ὡρῶν ἀπό τῆς διακοπῆς τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος εἶναι ἀρκετά μεγαλυτέρα τῆς συγκεντρώσεως ἰσορροπίας τοῦ $^{135}Xe$.

'Εάν ὁρισθῆ ὡς δηλητηρίασις, G, τοῦ ἀντιδραστῆρος, ὁ λόγος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀπορροφουμένων ὑπό τοῦ $^{135}Xe$ νετρονίων πρός τόν ἀριθμόν τῶν ἀπορροφουμένων νετρονίων ὑπό τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ, τότε θά ἔχωμεν

$$G=\frac{\Sigma_B}{\Sigma_U}=\frac{N_B\sigma_B}{\Sigma_U} \qquad (5.191)$$

ἔνθα $\Sigma_B, \Sigma_U$= ἡ μακροσκοπική ἐνεργός διατομή ἀπορροφήσεως τοῦ Xe καί U.

Ὅταν, κατά τήν λειτουργίαν τοῦ ἀντιδραστῆρος, ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία συγκεντρώσεως τοῦ $^{135}$Xe, ἡ ἀντίστοιχος τιμή τῆς δηλητηριάσεως τοῦ ἀντιδραστῆρος θά εἶναι, βάσει τῆς σχέσεως (5.180).

$$G_{eq}=\frac{N_B^{eq}\sigma_B}{\Sigma_U}=\frac{\gamma.\Sigma_f.\Phi.\sigma_B}{\Sigma_U(\sigma_B\Phi+\lambda_B)} \qquad (5.192)$$

Θέτοντες $\sigma_B$= 2,7.10$^6$b=2,7.10$^{-18}$ cm$^2$, $\lambda_B$=2,1.10$^{-5}$ sec$^{-1}$ $\gamma$=0,056 καί $\frac{\Sigma_f}{\Sigma_U}$=0,83, εὑρίσκομεν, διά $\Phi$=10$^{12}$ n/cm$^2$sec,

$$G_{eq}\approx 0,005$$

ἤτοι μόνον 0,5% τῶν νετρονίων θά ἀπορροφηθοῦν ὑπό τοῦ $^{135}$Xe, εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ. Διά $\Phi$=10$^{13}$ n/cm$^2$sec, εὑρίσκομεν

$$G_{eq}\approx 0,025$$

ἤτοι 2,5% τῶν νετρονίων θά ἀπορροφηθοῦν ὑπό τοῦ $^{135}$Xe, ἐνῶ, διά $\Phi$=10$^{15}$ n/cm$^2$sec, εὑρίσκομεν

$$G_{eq}\approx 0,045$$

ἤτοι περίπου 5%.

Αἱ ἐξισώσεις (5.192) καί (5.185) δίδουν τήν μεταβολήν τῆς δηλητηριάσεως τοῦ ἀντιδραστῆρος συναρτήσει τοῦ χρόνου, μετά τήν διακοπήν τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος. Ἤτοι

$$\frac{G}{G_{eq}}=\frac{N_B}{N_B^{eq}}=\left[e^{-\lambda_B t}+\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t}-e^{-\lambda_B t}\right)\right] \qquad (5.193).$$

Δεδομένου ὅτι εἰς τήν σχέσιν ταύτην ὑπεισέρχεται ἡ νετρονική ροή, πρό τῆς διακοπῆς τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδραστῆρος, ἕπεται ὅτι εἰς διάγραμμα τῆς $\frac{G}{G_{eq}}=f(t)$ θά ἔχωμεν διάφορον καμπύλην διά διάφορον νετρονικήν ροήν.

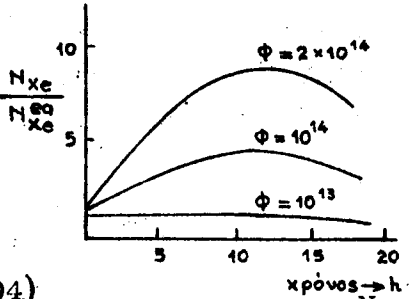
Φ. Οὕτω τό σχῆμα (5.16) δίδει τήν ὡς ἄνω σχέσιν (5.193).

Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (5.193), $t=t_{max}$ λαμβάνομεν

$$\frac{G_{max}}{G_{eq}}=\frac{N_B^{max}}{N_B^{eq}}=e^{-\lambda_B t_{max}}+$$

$$+\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t_{max}}-e^{-\lambda_B t_{max}}\right) \quad (5.194)$$

Λύτη, ἐν συνδυασμῷ μέ τήν ἐξίσωσιν (5.190) δίδει




Σχ. 5.16. Σχέσις $\frac{N_{Xe}}{N_{Xe}^{eq}}$ συναρτήσει τοῦ χρόνου, μετά τήν διακοπήν τῆς λειτουργίας τοῦ ἀντιδρ.

$$\frac{G_{max}}{G_{eq}}=\frac{N_B^{max}}{N_B^{eq}}=e^{-\lambda_B t_{max}}+\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t_{max}}-e^{-\lambda_B t_{max}}\right)\cdot\frac{e^{-\lambda_B t_{max}}}{e^{-\lambda_B t_{max}}}$$

$$=e^{-\lambda_B t_{max}}\left[1+\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\cdot\frac{\left(\sigma_B\Phi+\lambda_A\right)}{\left(\sigma_B\Phi+\lambda_B\right)}\cdot\frac{\lambda_B}{\lambda_A}-\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\right]$$

$$=e^{-\lambda_B t_{max}}\left[1+\frac{\left(\sigma_B\Phi+\lambda_A\right)\cdot\lambda_B}{\left(\lambda_B-\lambda_A\right)\cdot\lambda_A}-\frac{\sigma_B\Phi+\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\right]$$

$$=e^{-\lambda_B t_{max}}\left(1+\frac{\sigma_B\Phi}{\lambda_A}\right) \quad (5.195).$$

Ἀντικαθιστῶντες τάς ἀντιστοίχους τιμάς $\lambda_A, t_{max}, \sigma_B$, εὑρίσκομεν, διά $\Phi=10^{14}$ n/cm²sec.

$$\frac{G_{max}}{G_{eq}}=\frac{N_B^{max}}{N_B^{eq}}=4,4 \quad (5.196)$$

Διά $\Phi=2.10^{14}$ n/cm²sec, ὁ λόγος οὗτος εἶναι 8,4.

Ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ σχήματος (5.16), ὁ ἀντιδραστήρ πρέπει νά τεθῇ ἐκ νέου ἐν λειτουργίᾳ εἴτε πρίν φθάσωμεν εἰς τήν μεγίστην συγκέντρωσιν τοῦ $^{135}Xe$ εἴτε μετά παραμονήν, ἕως ὅτου ἡ συγκέντρωσις τοῦ $^{135}Xe$, ἐλαττωθῇ σημαντικῶς διά τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Τό θέμα τοῦτο σχετίζεται μέ τήν περίσσειαν τῆς δραστικότητος τοῦ ἀντιδραστῆρος δι'ἧς ἀντισταθμίζονται αἱ ἀπώλειαι νετρονίων.

## 5.14. Βομβαρδισμός ραδιενεργοῦ στόχου.

Εἰς τό κεφάλαιον (5.12) ἐξητάσθη ἡ περίπτωσις καθ' ἥν τό θυγατρικόν ραδιενεργόν νουκλίδιον προήρχετο διά βομβαρδισμοῦ μή ραδιενεργοῦ στόχου. Εἰς τό κεφάλαιον τοῦτο ἐξετάζεται ἡ περίπτωσις καθ'ἥν τό μητρικόν, ὅπερ ὑφίσταται τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν, εἶναι ἐπίσης ραδιενεργόν. Εἶναι σαφές ὅτι, ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ, ἡ ταχύτης μετασχηματισμοῦ τοῦ μητρικοῦ δέν καθορίζεται μόνον ἀπό τόν νόμον τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως ἀλλά καί ἐκ τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Συνήθως, ἐν τῇ πράξει, ἡ ταχύτης μετασχηματισμοῦ λόγῳ πυρηνικῆς ἀντιδράσεως εἶναι μικρά ἐν σχέσει πρός τήν ραδιενεργόν διάσπασιν. Προκειμένου ὅμως περί μακροβίων νουκλιδίων, ἐν συνδυασμῷ μέ μεγάλην ροήν σωματίων, ἡ ὡς ἄνω περίπτωσις ἀποκτᾷ ἐνδιαφέρον.

Θεωρήσωμεν N ἄτομα ραδιενεργοῦ νουκλιδίου, μέ σταθεράν διασπάσεως λ, ὑφιστάμενα βομβαρδισμόν διά νετρονίων, ροῆς Φ ($n/cm^2 sec$). Ἡ ταχύτης τοῦ πυρηνικοῦ μετασχηματισμοῦ, λόγῳ τοῦ βομβαρδισμοῦ διά νετρονίων, εἶναι, κατά τά γνωστά, σΦN, ἡ δέ ταχύτης τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως εἶναι λN. Ἐπομένως ἡ ὁλική ταχύτης μετατροπῆς τοῦ νουκλιδίου τούτου εἶναι:

$$-\frac{dN}{dt}=(\lambda+\sigma\Phi)N=\Lambda N \qquad (5.197)$$

ἔνθα $\lambda+\sigma\Phi=\Lambda$, θεωρουμένη ὡς τροποποιημένη σταθερά διασπάσεως. Ἡ σχέσις αὕτη, δι' ὁλοκληρώσεως, δίδει, κατ' ἀναλογίαν πρός τήν (4.5),

$$N=N_0e^{-\Lambda t} \qquad (5.198).$$

Τό δημιουργούμενον θυγατρικόν εἶναι ραδιενεργόν καί διασπᾶται α) διά τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τούτου, καί β) διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως, κατά τό σχῆμα

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow[\lambda_A]{\text{ραδ. διάσπασις}} & B & \xrightarrow[\lambda_B]{\text{ραδ. διάσπασις}} & C \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ & (n,\gamma) & & (n,\gamma) & \\ & \text{ἀντίδρασις} & & \text{ἀντίδρασις} & \end{array} \qquad (5.199)$$

Δηλαδή ὁ ραδιενεργός στόχος (μητρικόν νουκλίδιον A) ἐλαττοῦται καί διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως καί διά τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως αὐτοῦ, τό δέ θυγατρικόν B, δημιουργεῖται μόνον ἐκ τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ μητρικοῦ, ἐνῶ διασπᾶται κατά τούς δύο ἀναφερθέντας ἀνωτέρω τρόπους.

Συνεπῶς ἔχομεν

$$-\frac{dN_A}{dt}=(\lambda_A+\sigma_A\Phi)N_A=\Lambda_AN_A \qquad (5.200)$$

καί

$$\begin{aligned}\frac{dN_B}{dt}&=\lambda_AN_A-\sigma_B\Phi N_B-\lambda_BN_B\\ &=\lambda_AN_A-(\sigma_B\Phi+\lambda_B)N_B\\ &=\lambda_AN_A-\Lambda_BN_B \qquad (5.201).\end{aligned}$$

Ἀλλά, βάσει τῆς σχέσεως (5.198), ἡ (5.201) γράφεται:

$$\frac{dN_B}{dt}=\lambda_A N_A^0 e^{-\Lambda_A t}-\Lambda_B N_B \qquad (5.202)$$

ἤτις, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι διά $t=0$ $N_B=0$, δίδει κατά τά γνωστά,

$$N_B=\frac{\lambda_A}{\Lambda_B-\Lambda_A}N_A^0\left(e^{-\Lambda_A t}-e^{-\Lambda_B t}\right) \qquad (5.203)$$

ἡ σχέσις (5.201) δύναται νά γραφῇ ὑπό τήν γενικήν μορφήν

$$\frac{dN_{i+1}}{dt}=\lambda_i N_i-\Lambda_{i+1}N_{i+1} \qquad (5.204).$$

Εἰς τάς περιπτώσεις καθ'ἄς ἡ πυρηνική ἀντίδρασις ὡς καί ἡ ραδιενεργός διάσπασις τοῦ μητρικοῦ ὁδηγεῖ εἰς τό θυγατρικόν, τό ὁποῖον, πάλιν, μετασχηματίζεται διά τοῦ αὐτοῦ τρόπου, τότε ἡ προηγουμένη σχέσις (5.204) δύναται νά γραφῇ

$$\frac{dN_{i+1}}{dt}=\Lambda_i N_i-\Lambda_{i+1}N_{i+1} \qquad (5.205)$$

Ἐάν, εἴτε ἡ πυρηνική ἀντίδρασις εἴτε ἡ ραδιενεργός διάσπασις τοῦ μητρικοῦ δέν ὁδηγῃ εἰς τό θυγατρικόν, τότε ἀντί τοῦ $\Lambda_i$ τίθεται τό $\Lambda_i^*$, ὅτε ἡ προηγουμένη σχέσις γράφεται

$$\frac{dN_{i+1}}{dt}=\Lambda_i^* N_i-\Lambda_{i+1}N_{i+1} \qquad (5.206).$$

Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς Λ καί Λ* συνίσταται εἰς τό ἑξῆς: Εἰς τό Λ* περιλαμβάνονται μόνον ἐκεῖναι αἱ ἀντιδράσεις τοῦ Α αἱ ὁποῖαι ὁδηγοῦν ἀπό τό Α εἰς τό θυγατρικόν νουκλίδιον Β, ἐνῶ εἰς Λ περιλαμβάνονται ὅλαι αἱ ἀντιδράσεις τοῦ Α αἱ ὁποῖαι ὁδηγοῦν εἰς ἐλάττωσιν τοῦ μητρικοῦ Α.

Συγκρίνοντες τήν ἐξίσωσιν (5.206) μετά τῆς ἐξισώσεως (4.64), παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι τῆς αὐτῆς μορφῆς. Ἐπομένως ἡ γενική λύσις μιᾶς τοιαύτης ἐξισώσεως, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι διά $t=0$, $N_1=N_1^0$, $N_2^0=N_3^0=N_n^0=0$, θά εἶναι, κατ' ἀναλογίαν πρός τήν (4.65),

$$N_n=C_1e^{-\lambda_1 t}+C_2e^{-\lambda_2 t}+\ldots+C_ne^{-\lambda_n t} \qquad (5.207)$$

ἔνθα

$$C_1=\frac{\lambda_1^*\lambda_2^*\ldots\lambda_{n-1}^*}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\ldots(\lambda_n-\lambda_1)}N_1^0$$

$$C_2=\frac{\lambda_1^*\lambda_2^*\ldots\lambda_{n-1}^*}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\ldots(\lambda_n-\lambda_2)}N_1^0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$C_n=\frac{\lambda_1^*\lambda_2^*\lambda_{n-1}^*}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}N_1^0$$

Ἔστω ἡ ἀντίδρασις

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{\text{σύλληψις n}} & B & \xrightarrow{\text{σύλληψις n}} & C \\ & & \downarrow{\scriptstyle \lambda_B} & & \downarrow{\scriptstyle \lambda_C} \\ & & \beta^- \text{διάσπασις} & & \beta^- \text{διάσπασις} \end{array} \qquad (5.208)$$

Εἰς τήν ἀντίδρασιν ταύτην τό B δημιουργεῖται ἐν τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως τοῦ A, ἀλλά μεταβάλλεται διά τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως καί τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Ἐπομένως

$$\frac{dN_B}{dt}=\lambda_A^*N_A-\lambda_BN_B \qquad (5.209)$$

ἔνθα, ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως, τό $\lambda_A^*$ ἀναφέρεται εἰς τήν πυρηνικήν ἀντίδρασιν (σύλληψις n) ἥτις ὁδηγεῖ εἰς τόν σχηματισμόν τοῦ νουκλιδίου B, ἐνῶ τό $\lambda_B$ ἀναφέρεται

εἰς ὅλας τάς ἀντιδράσεις αἵτινες ὁδηγοῦν εἰς ἐλάττωσιν τοῦ B, ἤτοι

$$\Lambda_A^* = \sigma_A \Phi \tag{5.210}$$

$$\Lambda_B = \sigma_B \Phi + \lambda_B \tag{5.211}$$

Ἐπομένως, βάσει τῆς σχέσεως (5.207) ἔχομεν

$$N_B = C_A e^{-\Lambda_A t} + C_B e^{-\Lambda_B t} \tag{5.212}$$

ἔνθα $$C_A = \frac{\Lambda_A^*}{\Lambda_B - \Lambda_A} N_A^o$$

καί $$C_B = \frac{\Lambda_A^*}{\Lambda_A - \Lambda_B} N_A^o$$

ἤτοι $$N_B = \Lambda_A^* N_A^o \left( \frac{e^{-\Lambda_A t}}{\Lambda_B - \Lambda_A} + \frac{e^{-\Lambda_B t}}{\Lambda_A - \Lambda_B} \right) \tag{5.213}$$

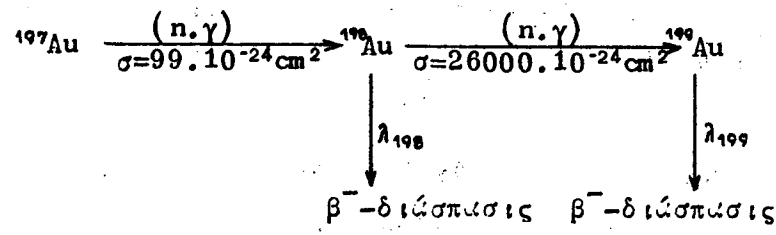
Ἐπομένως ἡ ραδιενέργεια τοῦ B εἶναι

$$\lambda_B N_B = \lambda_B \Lambda_A^* N_A^o \left( \frac{e^{-\Lambda_A t}}{\Lambda_B - \Lambda_A} + \frac{e^{-\Lambda_B t}}{\Lambda_A - \Lambda_B} \right) \tag{5.214}$$

Κατ'ἀναλογίαν πρός τά ἀνωτέρω, διά τό νουκλίδιον C θά ἔχωμεν:

$$N_C = \Lambda_A^* \Lambda_B^* N_A^o \left[ \frac{e^{-\Lambda_A t}}{(\Lambda_B - \Lambda_A)(\Lambda_C - \Lambda_A)} + \frac{e^{-\Lambda_B t}}{(\Lambda_A - \Lambda_B)(\Lambda_C - \Lambda_B)} + \frac{e^{-\Lambda_C t}}{(\Lambda_A - \Lambda_C)(\Lambda_B - \Lambda_C)} \right] \tag{5.215}$$

Ὡς παράδειγμα θεωρήσωμεν τόν σχηματισμόν τοῦ $^{199}Au$ κατά δύο διαδοχικάς (n,γ) ἀντιδράσεις ὅταν 1 gr $^{197}Au$ βομβαρδισθῇ ἐπί 30 ὥρας εἰς ἀντιδραστῆρα νετρονικῆς ροῆς $10^{14}$ $n/cm^2 sec$. Τό σχῆμα τῆς ἀντιδράσεως εἶναι




Δηλαδή τό νουκλίδιον $^{199}Au$ σχηματίζεται διά διαδοχικῶν ἀντιδράσεων ἐκ τοῦ $^{197}Au$, ἀλλά τόσον τό νουκλίδιον $^{198}Au$ ὅσον καί τό $^{199}Au$ ὑφίστανται ταυτοχρόνως ραδιενεργόν β-διάσπασιν.

Βάσει τῆς ἐξισώσεως (5.213) ἔχομεν

$$N_{198}=\Lambda^*_{197}N^0_{197}\left(\frac{e^{-\Lambda_{197}t}}{\Lambda_{198}-\Lambda_{197}}+\frac{e^{-\Lambda_{198}t}}{\Lambda_{197}-\Lambda_{198}}\right) \qquad (5.216).$$

Ἀλλά $\Lambda_{197}=\Lambda^*_{197}=\sigma_{197}\Phi=99.10^{-24}.10^{14}=99.10^{-10}\ sec^{-1}$

$$N^0_{197}=\frac{gN_L}{A.B}=\frac{6,02.10^{23}}{197}=3,05.10^{21}$$

$$\Lambda_{198}=\lambda_{198}+\sigma_{198}\Phi=3.10^{-6}+26000.10^{-24}.10^{14}$$
$$=3.10^{-6}+2,6.10^{-6}$$
$$=5,6.10^{-6}\ sec^{-1}$$

$$\Lambda^*_{198}=\sigma_{198}\Phi=2,6.10^{-6}\ sec^{-1}$$

Ἐπομένως ἡ προηγουμένη σχέσις γράφεται

$$N_{198}=99.10^{-10}\,3,05.10^{21}\left(\frac{e^{-99.10^{-10}.30.60.60}}{5,6.10^{-6}-9,9.10^{-9}}-\frac{e^{-5,6.10^{-6}.30.60.60}}{5,6.10^{-6}-9,9.10^{-9}}\right)$$
$$=3,02.10^{13}\left(\frac{e^{-0,00107}}{5,6.10^{-6}}-\frac{e^{-0,605}}{5,6.10^{-6}}\right)=$$
$$=3,02.10^{13}\left(\frac{0,999-0,546}{5,6.10^{-6}}\right)$$
$$=2,44.10^{18} \qquad (5.217)$$

Ἡ ταχύτης τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως τοῦ νουκλιδίου $^{198}Au$ εἶναι

$$\lambda_{198}N_{198}=3.10^{-6}.2,44.10^{18}=7,32.10^{12}\ \text{dps}$$

Ὁμοίως ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ $^{199}Au$, βάσει τῆς ἐξισώσεως (5.215) θά εἶναι

$$N_{199}=\Lambda^{*}_{197}\Lambda^{*}_{198}N^{0}_{197}\left[\frac{e^{-\Lambda_{197}t}}{(\Lambda_{198}-\Lambda_{197})(\Lambda_{199}-\Lambda_{197})}+\frac{e^{-\Lambda_{198}t}}{(\Lambda_{197}-\Lambda_{198})(\Lambda_{199}-\Lambda_{198})}\right.$$

$$\left.+\frac{e^{-\Lambda_{199}t}}{(\Lambda_{197}-\Lambda_{199})(\Lambda_{198}-\Lambda_{199})}\right] \qquad (5.218)$$

$$=7,85.10^{7}\left[\frac{e^{-0,00107}}{5,6.10^{-6}.2,55.10^{-6}}+\frac{e^{-0,605}}{5,6.10^{-6}.3,05.10^{-6}}-\right.$$

$$\left.-\frac{e^{-0,275}}{2,55.10^{-6}.3,05.10^{-6}}\right]$$

$$=7,85.10^{7}(6,99.10^{10}+3,2.10^{10}-9,77.10^{10})$$

$$=3,3.10^{17}$$

ἔνθα $\Lambda_{199}=\lambda_{199}=2,55.10^{-6}\ \text{sec}^{-1}$

Ἄρα ἡ ταχύτης διασπάσεως τοῦ νουκλιδίου $^{199}Au$ εἶναι

$$\lambda_{199}N_{199}=3,3.10^{17}.2,55.10^{-6}=8,4.10^{11}\ \text{dps}$$

Ἐκ τῆς συνολικῆς ραδιενεργείας $8,16.10^{12}$ dps , ἕν ποσοστόν περίπου 10% προέρχεται ἐκ τοῦ νουκλιδίου $^{199}Au$.

# Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

Σελίς

ΠΡΟΛΟΓΟΣ . . . . . 3

ΕΙΣΑΓΩΓΗ . . . . . 5

1. ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ . . . . . 11

1.1. Φυσική ραδιενέργεια . . . . . 11

1.2. Φυσικά ραδιενεργά στοιχεῖα. . . . . 11

1.3. Ἐλλείποντα καί νέα στοιχεῖα τοῦ περιοδικοῦ συστήματος. . . . . 13

1.4. Ραδιενεργός διάσπασις . . . . . 14

1.5. Ἀνακάλυψις ἰσοτόπων . . . . . 15

1.6. Νουκλίδια. . . . . 18

1.7. Χάρτης νουκλιδίων . . . . . 22

1.8. Μᾶζα νουκλιδίων . . . . . 25

1.9. Ἐνέργεια συνδέσεως. . . . . 28

1.10. Μᾶζα καί σταθερότης . . . . . 38

1.11. Ἐξίσωσις ἐνεργείας συνδέσεως κατά WEIZSÄCKER. 42

1.12. Ἐνέργεια συνδέσεως καί ἰσοβαρεῖς μεταβολαί . . 49

1.13. Κανόνες ἰσοβάρων καί ἰσοτόπων. . . . . 58

1.14. Δυνάμεις COULOMB καί σταθερότης πυρήνων. . . . 60

2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΥΡΗΝΟΣ. . . . . 63

2.1. Ἀκτίς τοῦ πυρῆνος . . . . . 63

2.2. Μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς ἀκτῖνος τοῦ πυρῆνός . 65

2.3. Μεσονικά ἄτομα καί ἀκτίς πυρῆνος. . . . . 75

Σελίς

2.4. Πρότυπον ἀερίου Fermi . . . 78
2.5. Πυκνότης σταθμοῦ ἐνεργείας 78
2.6. Φρέαρ δυναμικοῦ. . . . . 79
2.7. Στροφορμή-SPIN πυρῆνος . . . . . 80
2.8. Μαγνητική ροπή ἠλεκτρονίου . . . . . 88
2.9. Μαγνητική ροπή νουκλεονίων . . . . . 94
2.10. Μαγνητική ροπή τῶν πυρήνων . . . . . 97
2.11. Στατιστική τῶν πυρήνων. . . . . 103
2.12. Ὁμοτιμία. . . . . 104
2.13. Στοιχειώδη σωμάτια. . . . . 105
2.14. Ἠλεκτρική τετραπολική ροπή τῶν πυρήνων. . . . 111
2.15. Ὑπόθεσις πρωτονίων-ἠλεκτρονίων ἐντός τοῦ πυρῆνος. . . . . 114
2.16. Μαγικοί ἀριθμοί. . . . . 115
2.17. Πρότυπον τῶν στιβάδων . . . . . 119
2.18. Μέτρησις SPIN καί μαγνητικῆς ροπῆς. . . . . 129
2.19. Πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός (NMR). . . . 140
2.20. Φασματοσκοπική μέθοδος πυρηνικοῦ μαγνητικοῦ συντονισμοῦ (NMR). . . . . 143
2.20.1. Γενικά. . . . . 143
2.20.2. Φασματόμετρον NMR . . . . . 145
2.20.3. Χημική μετατόπισις. . . . . 154
2.20.4. Λεπτή ὑφή τῶν γραμμῶν συντονισμοῦ . . . . . 164

3. ΙΣΟΤΟΠΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΙΣ. . . . . 176
3.1. Διαφοραί εἰς τάς ἰδιότητας τῶν ἰσοτόπων νουκλιδίων. . . . . 176
3.2. Διαφοραί ὀφειλόμεναι εἰς τάς πυρηνικάς ἰδιότητας. . . . . 176

Σελίς

3.3. Διαφοραί όφειλόμεναι εἰς διαφοράν μάζης. . . . 178
3.4. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῶν ὀπτικῶν ἰδιοτήτων τῶν ἰσοτόπων. . . . . 182
3.5. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῆς χημικῆς ἰσορροπίας 191
3.6. Συναρτήσεις κατανομῆς. . . . . 194
3.7. Ὑπολογισμός σταθερᾶς ἰσορροπίας . . . . . 202
3.8. Ἰσοτοπική ἐπίδρασις ἐπί τῆς ταχύτητος τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων. . . . . 217
3.9. Θεωρία κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως. . . . 223
3.10. Διαμοριακή καί ἐνδομοριακή ἰσοτοπική ἐπίδρασις 227
3.11. Προσδιορισμός τῆς κινητικῆς ἰσοτοπικῆς ἐπιδράσεως ἐκ πειραματικῶν δεδομένων. . . . . 233
3.12. Ἀντιδράσεις ἰσοτοπικῆς ἀνταλλαγῆς. . . . . 235

4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΕΠΙ ΤΗΣ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΥ ΔΙΑΣΠΑΣΕΩΣ . . . 244
4.1. Νόμος ραδιενεργοῦ διασπάσεως. . . . . 244
4.2. Ρυθμός κρούσεων. . . . . 250
4.3. Μῖγμα ραδιενεργῶν νουκλιδίων . . . . . 253
4.4. Σχηματισμός καί διάσπασις τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος. . . . . 256
4.5. Μόνιμος ραδιενεργός ἰσορροπία . . . . . 258
4.6. Μονάς ραδιενεργείας. . . . . 263
4.7. Μεταβατική ραδιενεργός ἰσορροπία . . . . . 266
4.8. Βραχύβιον μητρικόν νουκλίδιον. . . . . 270
4.9. Διαδοχικαί ραδιενεργοί διασπάσεις. . . . . 273
4.10. Διακλαδιζομένη ραδιενεργός διάσπασις . . . . . 277

5. ΠΥΡΗΝΙΚΑΙ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ . . . . . 279
5.1. Γενικά. . . . . 279

Σελίς

5.2. Τύποι πυρηνικῶν ἀντιδράσεων. . . . . 282

5.3. Ἰσοζύγιον μάζης καί ἐνεργείας εἰς πυρηνικάς ἀντιδράσεις. . . . . 286

5.4. Σύγκρισις ἐνεργείας πυρηνικῶν καί χημικῶν ἀντιδράσεων. . . . . 294

5.5. Μηχανισμός πυρηνικῶν ἀντιδράσεων . . . . . 296

5.6. Διάρκεια ζωῆς συνθέτου πυρῆνος . . . . . 302

5.7. Στάθμαι ἐνεργείας πυρῆνος. . . . . 303

5.8. Ἐνεργός διατομή. . . . . 310

5.9. Μακροσκοπική ἐνεργός διατομή. . . . . 316

5.10. Μεταβολή ἐνεργοῦ διατομῆς μετά τῆς ἐνεργείας. . . 317

5.11. Τύποι πυρηνικῶν ἀντιδράσεων . . . . . 326

5.11.1. Ἀντιδράσεις μέ βραδέα νετρόνια . . . . . 326

5.11.2. Ἀντιδράσεις μέ ταχέα νετρόνια. . . . . 331

5.11.3. Ἀντιδράσεις μέ πρωτόνια. . . . . 332

5.11.4. Ἀντιδράσεις μέ δευτερόνια. . . . . 336

5.11.5. Ἀντιδράσεις μέ α-σωμάτια . . . . . 341

5.11.6. Ἀντιδράσεις μέ γ-ἀκτινοβολίαν. . . . . 345

5.11.7. Ἀντιδράσεις μέ ἠλεκτρόνια. . . . . 347

5.11.8. Ἀντιδράσεις μέ βαρέα ἰόντα . . . . . 347

5.12. Ὑπολογισμός ἀποδόσεως πυρηνικῶν ἀντιδράσεων 353

5.13. Ὑπολογισμός συγκεντρώσεως Ἰωδίου καί Ξένου 366

5.14. Βομβαρδισμός ραδιενεργοῦ στόχου. 373