4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΕΠΙ ΤΗΣ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΟΥ ΔΙΑΣΠΑΣΕΩΣ

4.1. Νόμος ραδιενεργοῦ διασπάσεως.

Ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἰδιότης τοῦ πυρῆνος καί κατά συνέπειαν δέν ἐπηρεάζεται ἀπό τήν χημικήν καί φυσικήν κατάστασιν τῆς οὐσίας, τήν πίεσιν, τήν θερμοκρασίαν ὡς καί ἀπό τήν παρουσίαν ἄλλων πυρήνων (ὑπάρχουν μικραί ἐξαιρέσεις εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ ραδιενεργός διάσπασις διαλαμβάνει ἀντίδρασιν τοῦ πυρῆνος μετά τῶν τροχιακῶν ἠλεκτρονίων). Ἡ πιθανότης ὅτι ὁ πυρήν θά διασπασθῆ ἐντός ὡρισμένου χρόνου δέν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἡλικίας τοῦ ἀτόμου οὔτε ἐκ τῆς προϊστορίας αὐτοῦ.

Γενικῶς ἓν σύστημα εἶναι σταθερόν ἔναντι ἄλλου ἐάν ἡ μάζα ἠρεμίας αὐτοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς μάζης ἠρεμίας τοῦ ἑτέρου συστήματος. Ἡ διαφορά μάζης εἶναι μέτρον τῆς σταθερότητος ἑνός συστήματος ἔναντι ἑνός ἄλλου. Κατά συνέπειαν εἰς πυρήν ὅστις εἶναι ἀσταθής, ὑπό τήν ἀνωτέρω ἔννοιαν, τείνει νά μεταπέσῃ εἰς ἕτερον πυρῆνα σταθερώτερον. Τοῦτο καθίσταται σαφές διά τοῦ ἑξῆς παραδείγματος. Θεωρήσωμεν τόν πυρῆνα $^{22}_{11}Na$. Ἡ μάζα αὐτοῦ εἶναι 21,994435 a.m.u. Ἡ μάζα 11p καί 11n εἶναι 22,18139726 a.m.u ἤτις εἶναι μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ ^{22}Na κατά 0,187 a.m.u ἢ 174 MeV. Ἄρα τό ^{22}Na δέν δύναται νά διασπασθῆ αὐθορμήτως εἰς 11p καί 11n διότι πρέπει νά προσδώσωμεν ἔξωθεν ἐνέργειαν 174 MeV. Ἐάν τό ^{22}Na ὑφίστατο α-ραδιενεργόν διάσπασιν θά ἔδιδεν ^{4}He καί ^{18}F, τῶν ὁποίων ἡ μάζα εἶναι 22,0035535 a.m.u ἤτις εἶναι

μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ ^{22}Na κατά 0,009113 α.m.u ἤ 8,49 MeV. Ἑπομένως αὐθόρμητος α-ραδιενεργός διάσπασις τοῦ ^{22}Na δέν εἶναι δυνατή. Ἡ μάζα τοῦ $^{22}_{10}$Ne εἶναι 21,9913845 α.m.u ἤτις εἶναι μικροτέρα τῆς μάζης τοῦ ^{22}Na. Ἄρα τό ^{22}Na δύναται νά μεταπέση εἰς ^{22}Ne διά δύο μάλιστα μηχανισμῶν (β^+-διάσπασις, καί σύλληψις e^-).

Συγκρίνοντες τήν ραδιενεργόν διάσπασιν μέ τάς χημικάς ἀντιδράσεις, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἁπλουστέρα καθ'ὅσον ἀκολουθεῖ κινητικῶς ἕνα μόνον νόμον. Ἡ ταχύτης τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων, ὅπερ εἰς τήν γλῶσσαν τῆς χημικῆς κινητικῆς σημαίνει ὅτι ἡ ραδιενεργός διάσπασις εἶναι ἀντίδρασις πρώτης τάξεως, ἤτοι

$$-\frac{dN}{dt}=\lambda N \qquad (4.1)$$

ἔνθα λ=σταθερά τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως καί N= ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t. Αἱ διαστάσεις τῆς σταθερᾶς αὐτῆς εἶναι ἀντιστρόφου χρόνου. Ἡ λ εἶναι χαρακτηριστική τοῦ εἴδους τῶν πυρήνων καί τοῦ τρόπου τῆς διασπάσεως. Δι'ὁλοκληρώσεως τῆς (4.1) λαμβάνομεν

$$\int -\frac{dN}{N}=\int \lambda dt \qquad (4.2)$$

ἤ

$$-\ln N=\lambda t+C \qquad (4.3)$$

Διά t=0, $N=N_0$ καί ἡ (4.3) καθίσταται

$$-\ln N=\lambda t-\ln N_0 \qquad (4.4)$$

ἤ

$$N=N_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.5).$$

Ἡ ἐκθετική αὕτη σχέσις ἀποτελεῖ τόν βασικόν νόμον τῆς ραδιενεργοῦ διασπάσεως. Εἰς τήν σχέσιν ταύτην N εἶναι

ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t καί N_0 εἶναι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἰς t=0.

Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ, ἤτοι ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα διασπασθῇ τό ἥμισυ τῶν πυρήνων $\left(N=\frac{N_0}{2}\right)$ παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0,69315}{\lambda} \qquad (4.6).$$

Μολονότι ἓν δεδομένον ραδιενεργόν διασπᾶται μέ καθωρισμένον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ, εἰς πυρήν ἤ καλλίτερον ἕκαστος πυρήν τοῦ ραδιενεργοῦ δύναται νά διασπασθῇ εἰς οἱονδήποτε χρόνον, ἀπό χρόνον μηδέν ἕως ἄπειρον χρόνον. Ἐάν N_0 εἶναι ὁ ἀρχικός ἀριθμός τῶν πυρήνων, μετά χρόνον t θά ἔχωμεν $N_{(t)}$ ἐπιζήσαντας πυρήνας $N_t=N_0 e^{-\lambda t}$. Εἰς τό χρονικόν διάστημα μεταξύ t καί t+dt ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων ἐλαττοῦται κατά dN. Ἤτοι, βάσει τῆς σχέσεως (4.1) θά ἔχωμεν

$$\begin{aligned} dN &= -\lambda N dt \\ &= -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt \end{aligned} \qquad (4.7).$$

Ὁ ἀριθμός ἑπομένως τῶν πυρήνων οἵτινες ἔζησαν ἐπί χρόνον t καί διεσπάσθησαν εἰς τό χρονικόν διάστημα dt εἶναι $\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$. Ὁ χρόνος μέσης ζωῆς εὑρίσκεται διά πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ τούτου ἐπί t, ὁλοκληρώσεως ἀπό χρόνον μηδέν ἕως ἄπειρον καί διά διαιρέσεως διά τοῦ ἀρχικοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων N_0, ἤτοι

$$\tau=\frac{1}{N_0}\int_0^\infty \lambda t N_0 e^{-\lambda t} dt=\int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt \qquad (4.8).$$

Ἐκτελοῦντες τήν ὁλοκλήρωσιν εὑρίσκομεν

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{\lambda}\left[\left[-\lambda t e^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \left[e^{-\lambda t}\right]_0^\infty\right]. \\ &= -\left[\frac{\lambda t+1}{\lambda} e^{-\lambda t}\right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda} \end{aligned} \qquad (4.9).$$

θέτοντες τήν τιμήν $\tau=\frac{1}{\lambda}$ εἰς τήν σχέσιν (4.5) εὑρίσκομεν $N=N_0\frac{1}{e}$. Δηλαδή ὁ μέσος χρόνος ζωῆς εἶναι ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ὁ ἀριθμός τῶν ἀρχικῶν πυρήνων ἑνός ραδιενεργοῦ ἐλαττωθῇ εἰς τό $\frac{1}{e}$ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς ἤτοι εἰς τό 36,7%. Ἡ μεταξύ τῶν $t_{1/2}$ καί τ σχέσις εἶναι

$$\tau=\frac{1}{\lambda}=\frac{t_{1/2}}{0,693}=1,45t_{1/2} \qquad (4.10).$$

Ἡ σχέσις (4.5) ἐν συνδιασμῷ μέ τήν (4.6) δίδει

$$N=N_0e^{-\ln 2(t/t_{1/2})}$$

$$=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \qquad (4.11).$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων μετά χρόνον $t=1t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό $\frac{N_0}{2}$, μετά χρόνον $t=7\ t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό $1/128\ N_0$, ἤτοι ἀπομένει ὀλιγώτερον τοῦ 1%, καί διά χρόνον $t=10\ t_{1/2}$ ἐλαττοῦται εἰς τό $\frac{1N_0}{1024}$, ἤτοι εἰς τό 1o/oo τοῦ ἀρχικοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων. Τό γεγονός ὅτι μετά χρόνον $10\ t_{1/2}$ ἡ ραδιενέργεια ἑνός ραδιενεργοῦ ἐλαττοῦται εἰς τό 1/1000 τῆς ἀρχικῆς τιμῆς ἀποτελεῖ καί μίαν διέξοδον ἀπαλλαγῆς τῶν χρησιμοποιηθέντων, εἰς ἓν σύνηθες ραδιοχημικόν ἐργαστήριον, ραδιενεργῶν διαλυμάτων. Ἐάν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ αὐτῶν εἶναι σχετικῶς μικρός, τά χρησιμοποιηθέντα διαλύματα ἀφίενται ἐπί χρόνον περίπου $10\ t_{1/2}$ ὅτε ἡ ραδιενέργεια ἐλαττοῦται εἰς τό 1/1000 οὕτως ὥστε μετά ταῦτα νά δύνανται ν'ἀποχυθοῦν ἄνευ κινδύνου.

Ἐξετάζοντες τήν σχέσιν (4.5) παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη δίδει ἕν, ἀνεξάρτητον τῶν συνθηκῶν, ὡρολόγιον. Θεωρήσωμεν ὡς παράδειγμα τόν προσδιορισμόν τῆς ἡλικίας κατά

τήν μέθοδον τοῦ ^{14}C. Ὁ ^{14}C ἔχει χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ 5730 ἔτη. Ἡ ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ ^{14}C εἰς τήν ἀτμόσφαιραν εἶναι κατά τήν διάρκειαν τῶν ἐτῶν σταθερά. Ὁ ἄνθραξ οὗτος διά τῆς ἀφομοιώσεως ἀπορροφᾶται καί κατανέμεται ἐξ ἴσου ἐφ' ὅλων τῶν ζώντων ὀργανισμῶν. Ἐάν ὁ ὀργανισμός ἀποθάνῃ, παύει τό φαινόμενον τῆς ἀφομοιώσεως καί ὁ εὑρισκόμενος ^{14}C, κατά τήν στιγμήν τοῦ θανάτου τοῦ ὀργανισμοῦ, ἐντός αὐτοῦ παραμένει ἀποκεκλεισμένος ἐκ τῆς ἀτμοσφαίρας. Κατά συνέπειαν οἱαδήποτε ἐλάττωσις τῆς ραδιενεργείας τοῦ ^{14}C εἰς τόν ὀργανισμόν τοῦτον θά ὀφείλεται εἰς τήν ραδιενεργόν μόνον διάσπασιν τοῦ ^{14}C. Ἡ ραδιενέργεια (N_0) τοῦ ὀργανισμοῦ, λόγῳ ^{14}C, κατά τήν στιγμήν τοῦ θανάτου τοῦ ὀργανισμοῦ, εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν εἰς ^{14}C ραδιενέργειαν ἑνός ζῶντος σήμερον ὀργανισμοῦ. Ἄρα συγκρίνοντες τήν ραδιενέργειαν εἰς ^{14}C, ἑνός ἀποθανόντος καί ἑνός ζῶντος ὀργανισμοῦ δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ἡλικίαν τοῦ πρώτου. Πχ. μέτρησις τῆς ραδιενεργείας εἰς ^{14}C ἑνός τεταριχευμένου πτώματος ἔδωσε τιμήν 58% τῆς ραδιενεργείας ἑνός ζῶντος ὀργανισμοῦ. Βάσει τῆς σχέσεως (4.11) ἔχομεν

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} = 0,58$$

ἄρα

$$t = t_{1/2}\,\frac{\log 0,58}{\log 0,5} \simeq 4.500 \text{ ἔτη}$$

Ἑπομένως ὁ θάνατος ἐπῆλθε πρό 4.500 περίπου ἐτῶν. Ὁμοίως ἡ ἐξίσωσις (4.5) ἐπιτρέπει τόν κατ' ἐκτίμησιν ὑπολογισμόν τῆς ἡλικίας τῆς γῆς. Τό ^{238}U ἔχει χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2} \simeq 4,5.10^9$ ἔτη, ἐνῶ τό ^{235}U ἔχει $t_{1/2} = 7,1.10^8$ ἔτη. Ἡ περιεκτικότης αὐτῶν εἰς τό φυσικόν οὐρά-

νιον εἶναι: 99,28% ^{238}U καί 0,7196% ^{235}U. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἀρχική περιεκτικότης αὐτῶν ἦτο ἴση καί ὅτι δέν ἔλαβεν χώραν φυσικός ἤ χημικός διαχωρισμός, τότε ἡ διαφορά εἰς τήν περιεκτικότητα σήμερον ὀφείλεται εἰς τόν διάφορον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.5) ἔχομεν

$$^{235}N = {}^{235}N_0 \; e^{-\lambda_{235} t}$$

καί

$$^{238}N = {}^{238}N_0 \; e^{-\lambda_{238} t} \qquad (4.12)$$

Ἐπί τῇ προϋποθέσει ὅτι $^{235}N_0 = {}^{238}N_0$, καταλήγομεν

$$e^{-\lambda_{238} t} : e^{-\lambda_{235} t} = \frac{^{238}N}{^{235}N} = \frac{99,28}{0,7196} \approx 138$$

Ἑπομένως $-(\lambda_{238} - \lambda_{235})\, t = 2,3 \log 138 = 4,91$

Ἐφ' ὅσον ὅμως εἶναι $\lambda_{238} = \frac{0,693}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{4,5 . 10^9} = 1,54 . 10^{-10}$ ἔτη^{-1}

καί $\lambda_{235} = \frac{0,693}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{7,1 . 10^8} = 0,76 10^{-10}$ ἔτη^{-1}

ἄρα $t = \frac{4,91}{8,22 . 10^{-10}} \approx 6 . 10^9$ ἔτη

Ὁ ὑπολογισμός οὗτος δίδει, διά τήν ἡλικίαν τῆς γῆς, περίπου 6 δισεκατομμύρια ἔτη, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι ἀρχικῶς τό ^{238}U καί ^{235}U εὑρίσκοντο εἰς ἴσας ἀναλογίας. Εἶναι λογικόν νά ὑποθέσωμεν ὅτι ἐφ' ὅσον τό ^{235}U εἶναι νουκλίδιον τύπου α-π ἐνῶ τό ^{238}U εἶναι τύπου α-α, ἡ ἀρχική συγκέντρωσις τοῦ ^{235}U δέν ἦτο μεγαλυτέρα τοῦ ^{238}U καί ἑπομένως τά $6 . 10^9$ ἔτη παριστοῦν τό ἀνώτερον ὅριον τῆς ἡλικίας τῆς γῆς. Εἶναι ἐπίσης ἐνδιαφέρον νά τονισθῇ ὅτι εὑρέθη ἡ αὐτή σχέσις τῶν ἰσοτόπων τοῦ U εἰς μελετη-

θέντας μετεωρίτας. Τοῦτο σημαίνει ὅτι οἱ μετεωρῖται ἔχουν τήν αὐτήν ἡλικίαν μετά τῆς γῆς.

4.2. Ρυθμός κρούσεων.

Εἶναι προφανές ὅτι ἡ ταχύτης διασπάσεως ἑνός ραδιενεργοῦ εἶναι ταυτόσημος μέ τήν ραδιενέργειαν αὐτοῦ, Α, καί συνεπῶς δυνάμεθα νά ἀντικαταστήσωμεν τήν σχέσιν (4.5) διά τῆς σχέσεως:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.13)$$

ἥτις δεικνύει ὅτι ἡ ραδιενέργεια μιᾶς πηγῆς ἐλαττοῦται ἐκθετικῶς μετά τοῦ χρόνου. Κατ'ἀντιστοιχίαν πρός τήν σχέσιν (4.12) θά ἔχωμεν

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \qquad (4.14).$$

Εἰς τήν πρᾶξιν δέν μετρῶμεν ἀπ'εὐθείας τόν ἀριθμόν τῶν ἀτόμων N, ἀλλά μίαν ποσότητα ἀνάλογον αὐτῆς ἥτις ἀποτελεῖ τόν ρυθμόν κρούσεων τῆς ραδιενεργοῦ πηγῆς. Μέ ἄλλους λόγους ὁ ρυθμός κρούσεων, ὁ μετρούμενος ὑπό τινος συσκευῆς, καί ἡ ραδιενέργεια τῆς πηγῆς, συνδέονται διά τῆς σχέσεως

$$I = nA \qquad (4.15)$$

ἔνθα I= ὁ ρυθμός κρούσεων, A = ἡ ραδιενέργεια τῆς πηγῆς καί n = ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀπαριθμητοῦ. Ἡ τιμή τοῦ n εἶναι προφανές ὅτι ἐξαρτᾶται ἐκ πολλῶν παραγόντων ὡς τό εἶδος τῆς ἀκτινοβολίας, ἐνέργειαν αὐτῆς, τό εἶδος τοῦ ἀπαριθμητοῦ, τήν γεωμετρικήν διάταξιν, τήν αὐτοαπορρόφησιν τῆς ἀκτινοβολίας εἰς τό δεῖγμα καί τήν ὀπισθοσκέδασιν αὐτῆς. Ἡ ἀπόδοσις n δίδει τό ποσοστόν τῶν διασπάσεων ὅπερ μετρεῖται ὑπό τοῦ ἀπαριθμητοῦ καί εἶναι συνήθης $0,01 < n < 1$. Κατά τήν μέτρησιν τῆς ραδιενεργείας ἑνός

δείγματος μετρεῖται ὑπό τοῦ ἀπαριθμητοῦ καί ἡ ραδιενέργεια τοῦ ὑποστρώματος, ἤτοι

$$I' = nA+u \qquad (4.16).$$

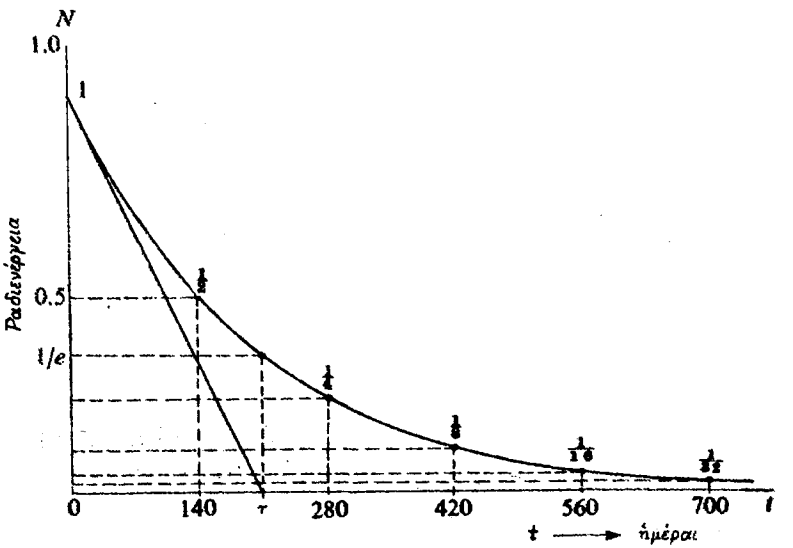
Εἰς τήν ραδιοχημείαν σύνήθως λαμβάνονται σχετικαί μετρήσεις διά τοῦ αὐτοῦ ὀργάνου ὑπό τῆς αὐτῆς συνθήκης οὕτως ὥστε ἡ τιμή τοῦ n παραμένει σταθερά.

Ἐκ τῆς (4.15) προκύπτει ὅτι, διά n=σταθερόν, ἡ σχέσις (4.13) δύναται νά γραφῇ

$$I = I_0 e^{-\lambda t} \qquad (4.17).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (4.1) προκύπτει ὅτι ἐάν τό ραδιενεργόν διασπᾶται μέ τήν ἀρχικήν ταχύτητα λN_0, θά ἐξαφανισθῇ εἰς χρόνον $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

Θέτοντες εἰς διάγραμμα I=f(t) ἤ A=f(t) λαμβάνομεν ἐκθετικήν καμπύλην ἡ ἐφαπτομένη τῆς ὁποίας εἰς t=0 τέμνει τόν ἄξονα t εἰς χρόνον τ. Σχῆμα 4.1. Θέτοντες ἀν-



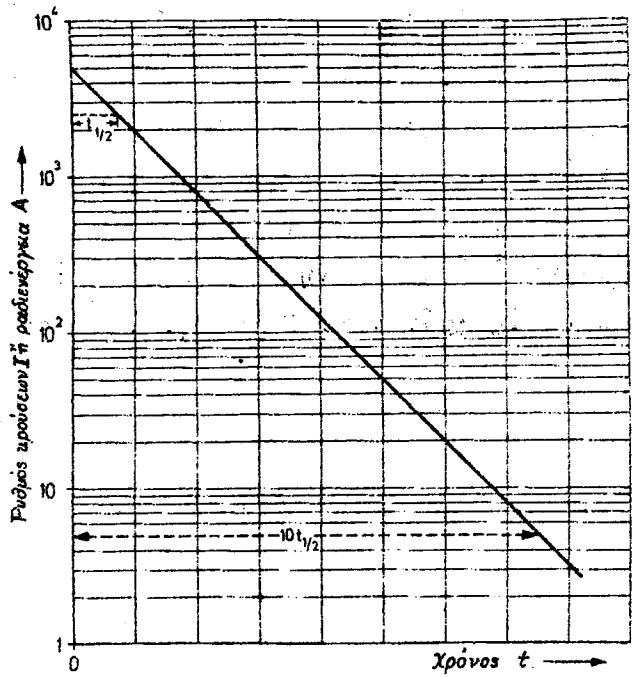
Σχ. 4.1. Ραδιενεργός διάσπασις νοσκλιδίου.

τιθέτως εἰς διάγραμμα, βάσει τῶν σχέσεων (4.13) καί (4.17) log I=f(t) καί log A=f(t) λαμβάνομεν εὐθεῖαν

$$\log A = \log A_0 - \frac{\lambda t}{2,3} \qquad (4.18)$$

ἡ κλίσις τῆς ὁποίας δίδει $-\lambda/2,3$.

Συνήθως ἡ γραφική παράστασις γίνεται ἐπί ἡμιλογαριθμικοῦ χάρτου ὅτε ἐκ ταύτης εὑρίσκεται ἀπ'εὐθείας ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2}$, ὡς δείκνυται εἰς τό σχῆμα(4.2).



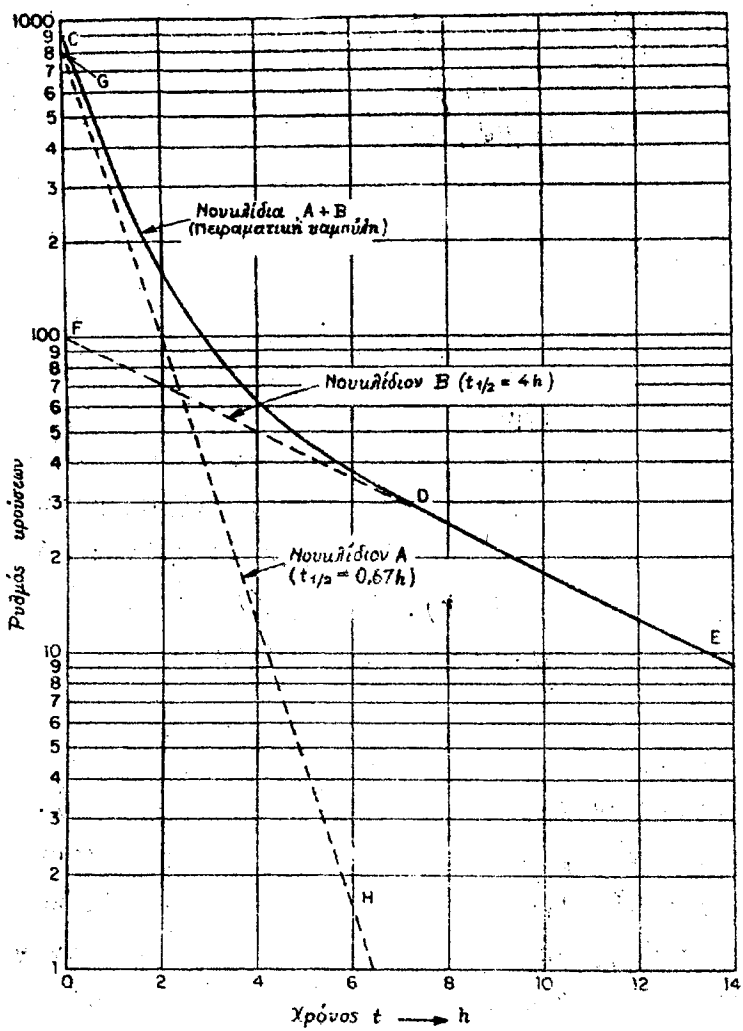
Σχ. 4.2. Ραδιενέργεια A(ἤ ρυθμός κρούσεων I) συναρτήσει τοῦ χρόνου.

4.3. Μίγμα ραδιενεργῶν ἀνεξαρτήτων νουκλιδίων.

Ἐάν, ὡς συμβαίνει πολλάκις, παρίστανται εἰς τό δεῖγμα καί ἕτερα ραδιενεργά νουκλίδια, τότε ἑκάστου νουκλίδιον εἰς τό δεῖγμα διασπᾶται μέ τήν χαρακτηριστικήν αὐτοῦ ταχύτητα καί ἑπομένως ἡ μετρουμένη ραδιενέργεια θά εἶναι

$$I=I_1+I_2+\cdots=n_1A_1+n_2A_2+\cdots=n_1\lambda_1N_1+n_2\lambda_2N_2+\cdots \quad (4.19)$$

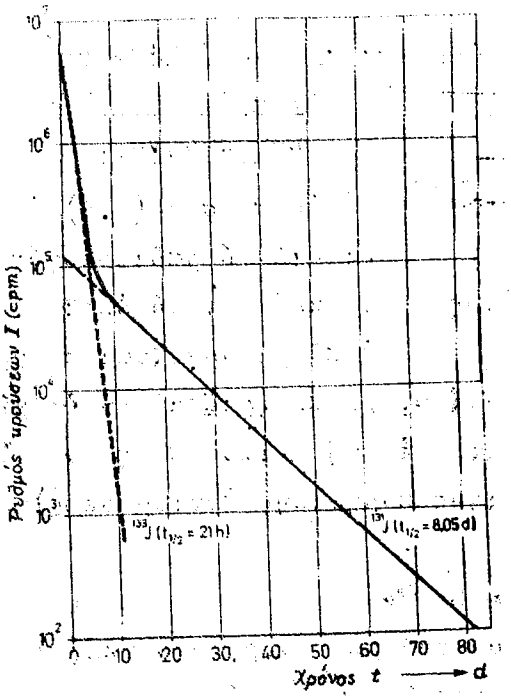
Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτη εἰς τό διάγραμμα $\log I=f(t)$ δέν λαμβάνομεν πλέον εὐθεῖαν. Τό σχῆμα (4.3) δεικνύει τήν περίπτωσιν μίγματος δύο διαφόρων νουκλιδίων. Ἐάν οἱ χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ διαφέρουν ἐπαρκῶς, τότε τό βραχύβιον νουκλίδιον (A) διασπᾶται πλήρως μετά πάροδον ὡρισμένου χρόνου καί εἰς τό μῖγμα παραμένει μόνον τό μακρόβιον νουκλίδιον (B). Ἡ καμπύλη καθίσταται τότε εὐθεῖα (τμῆμα DE). Ἐάν προεκτείνωμεν τήν DE μέχρι $t=0$ λαμβάνομεν τήν εὐθεῖαν FE ἥτις δίδει τήν $I_2=f(t)$. Ἐκ τῆς καμπύλης FE δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου (B). Ἐάν ἀφαιρέσωμεν τό I_B ἀπό τόν συνολικόν ρυθμόν κρούσεων I, λαμβάνομεν τήν $I_A=f(t)$ ἥτις δίδεται ὑπό τῆς καμπύλης GH. Ἐκ ταύτης ὑπολογίζομεν τό $t_{1/2}$ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου (A). Τά σημεῖα F καί G παριστοῦν τάς κρούσεις τῶν νουκλιδίων (A) καί (B) εἰς χρόνον μηδέν. Ἡ γραφική αὕτη παράστασις δύναται νά ἐκταθῇ εἰς οἱονδήποτε ἀριθμόν συστατικῶν τοῦ μίγματος, ἀλλά ἡ ἀνάπτυξις τῆς καμπύλης καθίσταται πρακτικῶς ἀδύνατος διά περισσότερα τῶν 3 νουκλιδίων, ἐκτός ἐάν οἱ χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ διαφέρουν οὐσιωδῶς. Ἐάν βεβαίως οἱ χρόνοι ὑποδι-



Σχ. 4.3. Ἀνάλυσις καμπύλης μίγματος ραδιενεργῶν νουκλιδίων.

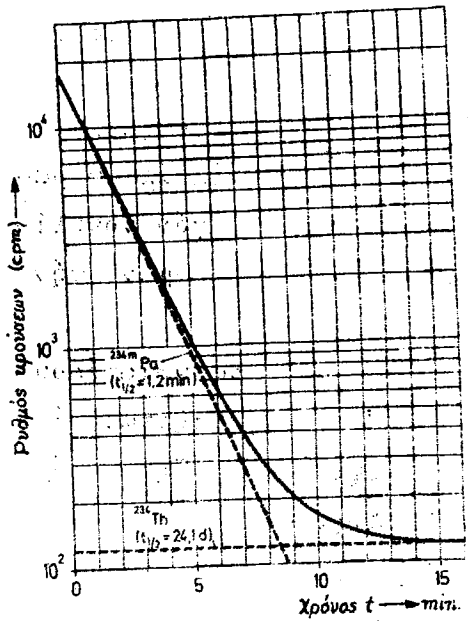
πλασιασμοῦ τοῦ μίγματος εἶναι περίπου οἱ αὐτοί, τότε ἡ μέθοδος αὕτη δέν δύναται νά χρησιμοποιηθῇ. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ χρησιμοποιοῦμεν ἀπαριθμητικήν διάταξιν

ἤτις ἐπιτρέπει τήν διάκρισιν μεταξύ αὐτῶν, ἤ καταφεύγομεν εἰς τόν χημικόν διαχωρισμόν αὐτῶν. Ἡ ἐμφάνισις εὐθείας γραμμῆς εἰς διαγράμματα $\log I = f(t)$, ἀποτελεῖ ἀπόδειξιν ὅτι τό ὑπό μέτρησιν δεῖγμα εἶναι ραδιοχημικῶς καθαρόν, ἤτοι ὅτι δέν περιέχει πρόσμιξιν ἐξ ἄλλου ραδιενεργοῦ νουκλιδίου. Ἐάν π.χ. τό ραδιενεργόν νουκλίδιον ^{131}J περιέχῃ πρόσμιξιν ^{133}J, τότε λαμβάνομεν τήν καμπύλην τοῦ σχήματος (4.4). Ἡ πρόσμιξις ἐκ τοῦ βραχυβιωτέρου ^{133}J ἐμφανίζεται εἰς τήν ἀρχήν τῆς καμπύλης. Εἰς τό σχῆμα (4.5) ἡ πρόσμιξις ἐκ τοῦ μακροβιωτέρου νουκλιδίου ^{234}Th, εἰς τό ^{234m}Pa, ἐμφανίζεται εἰς τό τέλος τῆς καμπύλης. Προκειμένου περί λίαν μακροβίων νουκλιδίων, τό διάγραμμα $\log I = f(t)$ δέν δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τόν προσδιορισμόν τοῦ $t_{1/2}$ (ἤ λ), καθ' ὅσον κατά τό διάστημα τῆς παρατηρήσεως δέν ἐμφανίζεται διαφορά εἰς τόν ἀριθμόν προύσεων.



Σχ. 4.4. Πρόσμιξις δι' ἑνός βραχυβίου νουκλιδίου.

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ, ἐάν ἡ ραδιενεργός οὐσία εὑρίσκεται εἰς ποσότητα δυναμένην νά ζυγισθῇ, τότε ἐκ τῆς σχέσεως (βάρος οὐσίας)x(ἀριθμός Loschmidt) : M(μορι-



Σχ. 4.5. Πρόσμιξις δι'ένός μακροβίου νουκλιδίου.

ακόν βάρος, γνωστόν), εὑρίσκομεν τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων N τοῦ νουκλιδίου. Ἐάν, ἐπί πλέον, μετρήσωμεν τόν ἀριθμόν τῶν διασπωμένων πυρήνων κατά μονάδα χρόνου $\left(\frac{dN}{dt}\right)$, τότε ἐκ τῆς σχέσεως (4.1) εὑρίσκομεν ~~τό λ.~~

4.4. Σχηματισμός καί διάσπασις τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος.

Ἡ σχέσις (4.5) ἰσχύει διά τό ραδιενεργόν νουκλίδιον τό ὁποῖον δέν ἀναδημιουργεῖται συγχρόνως ἐκ τινος ἄλλου νουκλιδίου, χαρακτηριζομένου ὡς μητρικοῦ. Ἐάν ὅμως προέρχεται ἐκ τῆς διασπάσεως ἑνός ἄλλου (μητρικοῦ) A (ἤ ἐκ τινος πυρηνικῆς ἀντιδράσεως) κατά τό σχῆμα

$$A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C \qquad (4.20)$$

τότε ἡ ταχύτης σχηματισμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου B, χαρακτηριζομένου ὡς θυγατρικοῦ τοῦ A, θά εἶναι ἴση μέ τήν ταχύτητα διασπάσεως τοῦ μητρικοῦ A. Ταυτοχρόνως ὅμως τό θυγατρικόν B διασπᾶται μέ τήν ἰδίαν αὐτοῦ ταχύτητα, παρεχομένην ὑπό τῆς σχέσεως (4.1). Ἑπομένως ἡ καθαρά ταχύτης αὐξήσεως τοῦ θυγατρικοῦ θά εἶναι ἡ διαφορά τῶν δύο ταχυτήτων, (ταχύτης σχηματισμοῦ–ταχύτης διασπάσεως), ἤτοι

$$\frac{dN_B}{dt} = -\frac{dN_A}{dt} - \lambda_B N_B = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \qquad (4.21)$$

ἔνθα N_A=ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ μητρικοῦ Α. Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.5) ἔχομεν

$$N_A = N_A^0 e^{-\lambda_A t} \qquad (4.22)$$

καί ἐπομένως ἡ (4.21) καθίσταται

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_B \qquad (4.23).$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη πρέπει νά λυθῇ ὡς πρός N_B, ἤτοι τόν ἀριθμόν, κατά τόν χρόνον t, τῶν πυρήνων τοῦ νουκλιδίου Β. Ἡ λύσις θά εἶναι τῆς μορφῆς

$$N_B = Ue^{-\lambda_B t} \qquad (4.24)$$

ἔνθα U = μία συνάρτησις τοῦ t.

Ἐκ ταύτης προκύπτει

$$\frac{dN_B}{dt} = -U\lambda_B e^{-\lambda_B t} + e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} \qquad (4.25).$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν (4.24) καί (4.25) εἰς τήν (4.23) λαμβάνομεν

$$-U\lambda_B e^{-\lambda_B t} + e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} - \lambda_B U e^{-\lambda_B t}$$

ἤ

$$e^{-\lambda_B t}\frac{dU}{dt} = \lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t} \qquad (4.26).$$

Δι' ὁλοκληρώσεως ταύτης λαμβάνομεν

$$U = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 \; e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} + C \qquad (4.27).$$

Ἡ σχέσις αὕτη μετά τῆς (4.24) δίδει

$$N_B = Ue^{-\lambda_B t} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 \; e^{-\lambda_A t} + C e^{-\lambda_B t} \qquad (4.28)$$

διά t=0, $N_B = N_B^0$ καί ἄρα

$$N_B^0 = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^0 + C \qquad (4.29).$$

Ἑπομένως ἡ (4.28) τροποποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_A t} + N_B^o e^{-\lambda_B t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_B t}$$

$$= \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) + N_B^o e^{-\lambda_B t} \qquad (4.30).$$

Εἰς τήν ἐξίσωσιν ταύτην $e^{-\lambda_A t}$ περιγράφει τόν σχηματισμόν τοῦ θυγατρικοῦ Β ἐκ τοῦ μητρικοῦ Α, $e^{-\lambda_B t}$ περιγράφει τήν διάσπασιν τοῦ θυγατρικοῦ Β. Ὁ τελευταῖος ὅρος περιγράφει τήν συνεισφοράν τῶν θυγατρικῶν πυρήνων Β, ἐάν παρίστανται ταῦτα ἀρχικῶς. N_B^o παριστᾷ τόν ἀριθμόν τῶν πυρήνων εἰς χρόνον t=0. Ἐάν $N_B^o=0$, τότε καί $N_B^o e^{-\lambda_B t}=0$. Ἑπομένως τήν πραγματικήν αὔξησιν τῶν θυγατρικῶν πυρήνων δίδει ὁ πρῶτος μόνον ὅρος, ἤτοι

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \qquad (4.31).$$

Ἡ (4.31) δύναται νά γραφῇ·

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A^o e^{-\lambda_A t} \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right]$$

$$= \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right] \qquad (4.32).$$

4.5. Μόνιμος ραδιενεργός ἰσορροπία

Ὑπάρχουν, μεταξύ τοῦ μητρικοῦ καί τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, ὡρισμέναι σχέσεις αἵτινες εἶναι μεγάλης σπουδαιότητος. Πρόκειται περί τῶν καταστάσεων ἰσορροπίας, κατά τήν ἀποκατάστασιν τῶν ὁποίων ἡ μεταξύ τοῦ μητρικοῦ καί θυγατρικοῦ σχέσις ραδιενεργείας ἤ ποσότητος καθίσταται ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου.

Ἡ πρώτη ἐκ τῶν εἰδῶν ἰσορροπίας λαμβάνει χώραν ὅταν

$\lambda_B \gg \lambda_A$, ἤτοι ὅταν $t^B_{1/2} \ll t^A_{1/2}$. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην τό μητρικόν εἶναι πολύ μακροβιώτερον τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου καί ἑπομένως ἡ διάσπασις τοῦ μητρικοῦ εἶναι ἀμελητέα ἔναντι τῆς διασπάσεως τοῦ θυγατρικοῦ.

Βάσει τῶν ἀνωτέρω ($\lambda_B \gg \lambda_A$), ἡ ἐξίσωσις (4,32) ἁπλοποιεῖται εἰς

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A (1 - e^{-\lambda_B t}) \qquad (4.33).$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δίδει τήν ποσότητα τοῦ θυγατρικοῦ ἥτις ἐδημιουργήθη εἰς χρόνον t. Διά t=0, $N_B=0$, ἥτις ἀπετέλει τήν ἀρχικήν προϋπόθεσιν διά τήν χρησιμοποίησιν τῆς σχέσεως (4.32) ἀντί τῆς (4.30). Διά χρόνον t ἐπαρκῶς μεγάλον, τό $e^{-\lambda_B t}$ καθίσταται λίαν μικρόν καί ὡς ἐκ τούτου παραλείπεται. Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἐξίσωσις (4.33) καθίσταται:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{t^B_{1/2}}{t^A_{1/2}} \qquad (4.34).$$

Ἑπομένως θά εἶναι

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B \qquad (4.35).$$

Ἡ σχέσις αὕτη δηλοῖ ὅτι

$$A_A = A_B \qquad (4.36).$$

Δηλαδή ἡ ραδιενέργεια τοῦ μητρικοῦ εἶναι ἴση μέ τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου. Ἡ κατάστασις αὕτη καθ'ἣν αἱ δύο ραδιενέργειαι εἶναι ἴσαι ἤ, ὅπερ τό αὐτό, ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου B οἱ ὁποῖοι διασπῶνται εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν σχηματιζομένων πυρήνων τοῦ νουκλιδίου B, χαρακτηρίζεται ὡς μόνιμος ἰσορροπία. Εἰς τήν κατάστασιν ἰσορροπίας ὁ λόγος τῆς ποσότητος τῶν νουκλιδίων παραμένει σταθερός. Ἡ ποσότης τοῦ ἐν ἰσορροπίᾳ θυγατρικοῦ νουκλιδίου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ

λόγου τῶν χρόνων ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ καί τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, ἀλλά καί ἐκ τῆς ποσότητος τοῦ μητρικοῦ νουκλιδίου. Τοῦτο καθίσταται σαφές ἐκ τῆς σχέσεως (4.34).

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.33) προκύπτει ὅτι ὁ χρόνος ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου καί ὄχι τοῦ μητρικοῦ. Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (4.33)

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{t^B_{1/2}}$$

καταλήγομεν εἰς τήν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t^B_{1/2}}\right] \qquad (4.37)$$

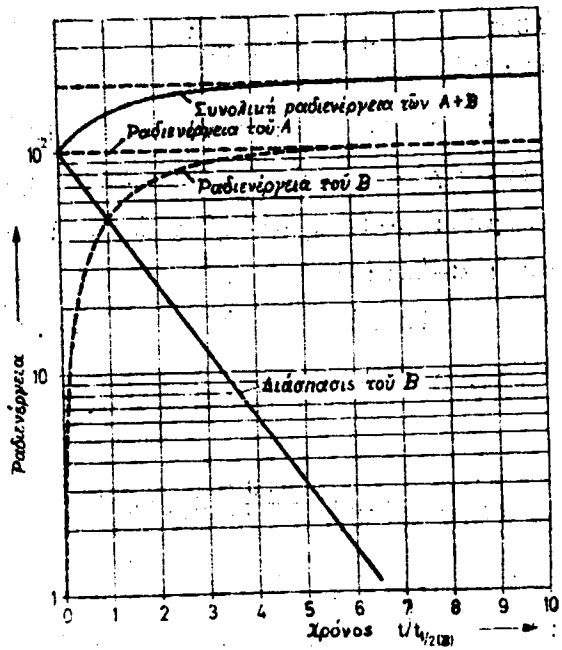
ἐκ τῆς ὁποίας καταφαίνεται ὅτι διά $t \approx 10 t^B_{1/2}$ ἀποκαθίσταται ἡ μόνιμος ἰσορροπία τῆς ἐξισώσεως (4.34).

Τό σχῆμα 4.6 ἀποδίδει τήν περίπτωσιν τῆς μονίμου ἰσορροπίας. Ἡ ραδιενέργεια $A_A = \lambda_A N^0_A = \lambda_A N_A$ εἰς τήν ἰσορροπίαν εἶναι ἴση μέ τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ A_B. Ἡ συνολική ραδιενέργεια εἶναι διπλασία ($A = A_A + A_B$). Ἰδιαιτέρως πρέπει νά τονισθῆ ὅτι μετά πάροδον πολλοῦ χρόνου, ὅλα τά μέλη μιᾶς σειρᾶς ραδιενεργῶν νουκλιδίων, προερχομένων ἐκ τοῦ λίαν μακροβίου μητρικοῦ, θά φθάσουν εἰς τήν κατάστασιν ἰσορροπίας, ὅτε θά ἰσχύῃ, κατ' ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (4.35),

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B = \lambda_C N_C = \ldots \qquad (4.38)$$

Ἡ ἁπλῆ αὕτη σχέσις εἶναι ἰδιαιτέρου πρακτικοῦ ἐνδιαφέροντος. Π.χ. εἰς τήν σειράν τοῦ ^{238}U

$$^{238}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}Th \xrightarrow{\beta} {}^{234m}Pa \xrightarrow{\beta} {}^{234}U \xrightarrow{\alpha} {}^{230}Th \xrightarrow{\alpha} {}^{226}Ra \xrightarrow{\alpha}$$
$$\longrightarrow {}^{222}Rn \text{ κλπ.} \qquad (4.39)$$



Σχ. 4.6. Μόνιμος ραδιενεργός ἰσορροπία. Συνολική καί ἐπί μέρους ραδιενέργεια συναρτήσει τοῦ χρόνου.

μολονότι πολλά νουκλίδια τῆς σειρᾶς ἔχουν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ μεγαλύτερον προηγουμένου τινός, ἐν τούτοις, ἤτοι ἐν συγκρίσει πρός τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ^{238}U, εἶναι λίαν μικρός καί ἄρα εἰς τεμάχιον ^{238}U εἰς τό ὁποῖον ἀποκατεστάθη ἡ ἰσορροπία, ὅλα τά μέλη τῆς σειρᾶς θά εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ. Δυνάμεθα ἑπομένως νά ὑπολογίσωμεν τήν ποσότητα τοῦ ^{226}Ra ὅπερ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μετά 1 gr ^{238}U, βάσει τῆς σχέσεως (4.34).

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} = \frac{t_{1/2}(Ra)}{t_{1/2}(U)} \qquad (4.34)$$

ἤ

$$N_{Ra} = N_U \frac{t_{1/2}(Ra)}{t_{1/2}(U)}$$

Ἀλλά $N_U = \frac{1}{238} 6,02.10^{23}$, $t_{1/2}(Ra) = 1622y$ καί

$t_{1/2}(U) = 4,5.10^9 y$, καί $N_{Ra} = \frac{X gr. Ra}{226} 6,02.10^{23}$

ἄρα $\frac{X_{(Ra)}}{226} 6,02.10^{23} = \frac{1}{238} \frac{1622}{4,5 \cdot 10^9} 6,02.10^{23}$

ἤ $$X_{(Ra)} = \frac{226}{238} \cdot \frac{1622}{4,5.10^9} \approx 3,4 10^{-7} grRa/grU$$

Δηλαδή ἐν ἰσορροπίᾳ πρός 1 gr ^{238}U εὑρίσκονται $3,4.10^{-7}$grRα. Ἐάν ἐξετάσωμεν τήν ραδιενεργόν σειράν τῆς (4.39) παρατηροῦμεν ὅτι τό ^{234m}Pa ἐκπέμπει β-ἀκτινοβολίαν ὡς καί τό ^{234}Th, ἐνῶ τό ^{238}U ἐκπέμπει α-ἀκτινοβολίαν.

Κατά τήν μόνιμον ἰσορροπίαν, ἰσχύει ἡ σχέσις (4.38) καί ἑπομένως εἰς 1 mgr ^{238}U θά ἔχωμεν

$$\lambda_{Pa} N_{Pa} = \lambda_U N_U$$

$$= \frac{0,693}{4,5.10^9.365.24.60,60} \cdot \frac{10^{-3}}{238} 6,02 10^{23}$$

$$= 12,3 \text{ dps}$$

Ἑπομένως ἡ ραδιενέργεια τοῦ ^{234m}Pa, $A=\lambda_{Pa} N_{Pa}$ εἶναι 12,3 διασπάσεις κατά δευτερόλεπτον ἤ 0,33 nCi (1 nCi=37 dps). Ἐάν λοιπόν ζυγίσωμεν 1 mg_T ^{238}U, θά ἔχωμεν ἕν παρασκεύασμα ὅπερ ἐκπέμπει $12,3 \times 60 \approx 740$ β^--σωμάτια κατά λεπτόν. Ἡ ἐνέργεια τῶν β^--σωματίων τοῦ ^{234m}Pa εἶναι 2,29 MeV, ἥτις εἶναι ἐπαρκής διά τήν εὔκολον μέτρησιν. Ἐάν θέσωμεν ἐπί τοῦ παρασκευάσματος λεπτόν φύλλον Al, παρεμποδίζομεν τήν δίοδον τῆς ἀσθενοῦς β-ἀκτινοβολίας τοῦ ^{234}Th(0,191 MeV) ὡς καί τῆς α-ἀκτινοβολίας τοῦ ^{238}U (ὡς καί τοῦ ^{235}U καί ^{234}U ἅτινα περιέχονται εἰς λίαν μικράς ποσότητας εἰς τό φυσικόν U). Τό παρασκεύασμα τοῦτο δύναται πλέον νά χρησιμοποιηθῇ ὡς παρασκεύασμα ἀναφορᾶς διά τόν προσδιορισμόν τῆς ἀποδόσεως τοῦ ἀπαριθμητοῦ βάσει τῆς σχέσεως (4,15). Ἡ ραδιενέργεια τοῦ ^{234m}Pa εἶναι ἡ ἀπόλυτος ραδιενέργεια A.

Μία πρακτική χρησιμοποίησις τῆς ραδιενεργοῦ μονίμου ἰσορροπίας εἶναι ἡ χρησιμοποίησις τοῦ ^{90}Sr διά τήν μέτρησιν τοῦ πάχους ὑλικοῦ. Ἡ πηγή ^{90}Sr συνδυάζει δύο

ἀντιθέτους ἰδιότητας. Μεγάλον χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ καί μεγάλην ἐνέργειαν. Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως τά μεγάλης ἐνεργείας (2,27 MeV) β-σωμάτια δέν προέρχονται ἐκ τοῦ ^{90}Sr, τό ὁποῖον ἐκπέμπει β-σωμάτια ἐνεργείας μόνον 0,546 MeV, ἀλλ' ἐκ τοῦ θυγατρικοῦ ^{90}Y, ὅπερ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μέ τό ^{90}Sr. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ^{90}Sr εἶναι $t_{1/2}=28,1$ ἔτη, ἐνῶ τοῦ ^{90}Y εἶναι $t_{1/2}=64$ h. Δηλαδή τό βραχύβιον ^{90}Y δίδει τά μεγάλης ἐνεργείας β-σωμάτια, ἐνῶ τό μακρόβιον ^{90}Sr ἀποτελεῖ τήν σταθεράν πηγήν τοῦ ^{90}Y.

Εἰς τά ραδιοχημικά ἐργαστήρια συχνάκις χρησιμοποιεῖται ἐπίσης ἡ ἄμελξις, ἐκ τινος μητρικοῦ μακροβίου διαλύματος, ἑνός βραχυβίου θυγατρικοῦ, ὡς π.χ. τοῦ ^{90}Y ἐκ τοῦ ^{90}Sr, τοῦ ^{234}Th ἐκ τοῦ ^{238}U κλπ.

4.6. Μονάς ραδιενεργείας.

Καθ' ὅμοιον πρός τόν προηγουμένως ἀναφερθέντα τρόπον, ἡ ποσότης τοῦ ^{222}Rn ἐν ἰσορροπίᾳ μέ 1 gr Ra εὑρίσκεται ὅτι εἶναι (διά $t_{1/2}$ Rn = 3,825 d)

$$X_{Rn} = \frac{222}{226}\ \frac{3,825}{1622.365} \approx 6,53.10^{-6}\,grRn/grRa$$

Ἡ ποσότης αὕτη τοῦ ραδονίου ἥτις εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ μέ ἕν γραμμάριον ραδίου ὡρίσθη ἀρχικῶς ὡς μονάς "Curie".

Βάσει τῆς σχέσεως (4.1) θά ἔχωμεν διά τήν περίπτωσιν τοῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ πρός 1 gr Ra, ραδονίου

$$\frac{-dN}{dt} = \lambda N$$

$$= \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_{Rn}$$

$$= \frac{0,693}{3,825.24.60.60}\ \frac{6,53.10^{-6}}{222}\ 6,02.10^{23}$$

$$= 3,7.10^{10} \text{ διασπάσεις/δευτερόλ.} \quad (4.40)$$

Ἐνῶ λοιπόν ἀρχικῶς ἐλήφθη ἡ ραδιενέργεια ἑνός γραμμαρίου ραδίου ὡς ἡ μονάς Curie, καθιερώθη ἀργότερον, παρά τάς παρατηρηθείσας μικράς ἀποκλίσεις, νά θεωρῆται γενικῶς ὡς μονάς Curie ἡ ποσότης οἱουδήποτε ραδιενεργοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς $3,7.10^{10}$ διασπάσεις κατά δευτερόλεπτον,

ἤτοι 1 Curie (1 Ci) = $3,7.10^{10}$ διασπάσεις/δευτερ. (4.41),

1 mCi ἀντιστοιχεῖ ἑπομένως εἰς $3,7.10^{7}$ dps/διασπάσεις / δευτερόλεπτον, καί 1 μCi ἀντιστοιχεῖ εἰς $3,7.10^{4}$ dps.

Εἰς τά συνήθη ραδιοχημικά ἐργαστήρια αἱ χρησιμοποιούμεναι ραδιενέργειαι, διά πειράματα, εἶναι συνήθως τῆς τάξεως 1mCi–1μCi. Παρασκευάσματα εἰς τήν περιοχήν τοῦ mCi θεωροῦνται ὡς μέσης ραδιενεργείας καί πρέπει νά λαμβάνωνται εἰδικά μέτρα προφυλάξεως. Ἡ σχέσις μεταξύ ραδιενεργείας A καί ποσότητος τοῦ ραδιενεργοῦ παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως

$$m = \frac{N}{N_L} M = \frac{A}{\ln 2} t_{1/2} \frac{M}{N_L} \quad (4.42)$$

ἔνθα m=ἡ ποσότης τοῦ ραδιενεργοῦ νουκλιδίου

N=ἀριθμός τῶν ραδιενεργῶν ἀτόμων

M=AB τοῦ νουκλιδίου καί

N_L=ὁ ἀριθμός Loschmidt.

Ἡ σχέσις αὕτη προκύπτει ὡς ἑξῆς:

$$-\frac{dN}{dt} = A = \lambda N$$

Ἀλλά $N = \frac{m}{M} N_L$ καί $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

Ἐκ τούτων εὑρίσκομεν τήν ἐξίσωσιν (4.42)

Οὕτω 1mCi ^{14}C ἀντιστοιχεῖ εἰς $0,224.10^{-3}$ gr. Βάσει τῆς

ἐξισώσεως (4.42) ἔχομεν:

$$m=\frac{3,7.10^{7}}{0,693}\;\frac{5730.365.24.60.60.14}{6,02.10^{23}}=0,224.10^{-3}gr$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{14}C)=5730y=5730.365.24.60.60$ sec καί $A=1mCi=$
$=3,7.10^{7}dps$

Ὁμοίως 1mCi ^{11}C ἀντιστοιχεῖ εἰς $1,2.10^{-12}gr$.

Βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.42) ἔχομεν:

$$m=\frac{3,7.10^{7}}{0,693}\;20,3.60.\;\frac{11}{6,02.10^{23}}=1,2.10^{-12}gr$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{11}C)=20,3$ min$=20,3.60$ sec.

Κατά τόν αὐτόν τρόπον εὑρίσκομεν ὅτι 1mCi ^{32}P (μέ $t_{1/2}=$ 14,3 d) ἀντιστοιχεῖ εἰς $3,5.10^{-9}$ gr.

Ἡ ραδιενέργεια κατά μονάδα βάρους ἤ ὄγκου χαρακτηρίζεται ὡς εἰδική ραδιενέργεια

$$A_s=\frac{A}{m}\left[\frac{Ci}{gr}\right] \qquad (4.43)$$

ἤ

$$A_s=\frac{A}{V}\left[\frac{Ci}{ml}\right] \qquad (4.44)$$

Ἡ εἰδική ραδιενέργεια χαρακτηρίζει τήν συγκέντρωσιν τοῦ ραδιενεργοῦ εἰς τό δεῖγμα.

Ἐπί παραδείγματι, ἔστω διάλυμα 2 gr NaBr εἰς 10 ml H_2O, ραδιενεργείας 4mCi. Εἰς τό διάλυμα τοῦτο περιέχονται 1,54 gr Br (ραδιενεργοῦ καί μή). Συνεπῶς ἡ εἰδική ραδιενέργεια εἶναι 0,4 mCi κατά ml διαλύματος ἤ 4:1,54= 2,6 mCi κατά gr Br.

Εἰς τήν βιβλιογραφίαν συναντᾶται καί ἡ μονάς Rutherford (1 rd). Αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς 10^{6} dps.

Ἡ μεταξύ μονάδος Curie καί Rutherford σχέσις εἶναι

$$1\ mCi = 37\ rd \qquad (4.45)$$

4.7. Μεταβατική ραδιενεργός ισορροπία.

Επανερχόμενοι εἰς τήν ἐξίσωσιν (4.31), παρατηροῦμεν ὅτι ἐάν εἶναι ἁπλῶς $\lambda_B > \lambda_A$, ἤτοι $t^B_{1/2} < t^A_{1/2}$, ὅτε δέν δυνάμεθα πλέον νά ἀγνοήσωμεν τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ νουκλιδίου, δυνάμεθα ἐφ'ὅσον $\lambda_B > \lambda_A$, νά παραλείψωμεν, διά μεγάλον t, τό $e^{-\lambda_B t}$ ὡς μικρόν ἔναντι τοῦ $e^{-\lambda_A t}$. Ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις (4.31) ἁπλοποιεῖται εἰς

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N^0_A e^{-\lambda_A t} \qquad (4.46).$$

Ἡ (4.46) βάσει τῆς (4.5) γράφεται

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \qquad (4.47).$$

Πολλαπλασιάζοντες τήν (4.47) ἐπί λ_B λαμβάνομεν

$$\lambda_B N_B = \lambda_A N_A \cdot \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \qquad (4.48)$$

ἤτοι

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{t^A_{1/2}}{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}} \qquad (4.49).$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ λόγος τῆς ραδιενεργείας θυγατρικοῦ καί μητρικοῦ εἶναι σταθερός. Ὅταν φθάσωμεν εἰς τήν κατάστασις ταύτην (ὅτε $e^{-\lambda_B t} \to 0$), ἔχομεν τήν καλουμένην μεταβατικήν ἰσορροπίαν. Ἡ ἀποκατάστασις τῆς μεταβατικῆς ἰσορροπίας, βάσει τῆς ἐξισώσεως (4,32),

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right] \qquad (4,32)$$

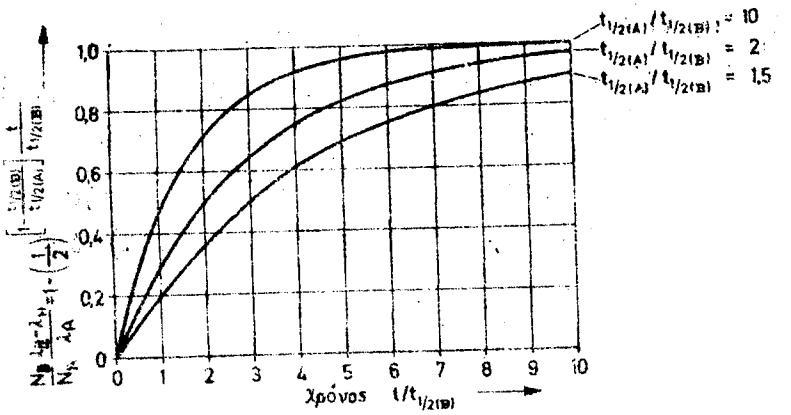
ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς διαφορᾶς $\lambda_B - \lambda_A$. Συνεπῶς, ἐάν ἡ διαφορά μεταξύ τῶν λ_A καί λ_B εἶναι μικρά, ἀπαιτεῖται μεγαλύτερος χρόνος διά τήν ἀποκατάστασιν τῆς μεταβατικῆς ἰσορροπίας. Θέτοντες εἰς σχέσιν (4.32) ἀντί λ_A, λ_B τούς χρόνους ὑπο-

διπλασιασμοῦ καταλήγομεν εἰς τὴν σχέσιν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{t\left(\frac{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}}{t^A_{1/2}\, t^B_{1/2}}\right)} \right] \qquad (4.50)$$

Ἄρα ἰσορροπία θά ἀποκατασταθῆ μετά χρόνον $t \geqq 10\left(\frac{t^A_{1/2}\, t^B_{1/2}}{t^A_{1/2} - t^B_{1/2}}\right)$

Τό σχῆμα (4.7) ἀποδίδει τόν χρόνον ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας διά διαφόρους σχέσεις $t^A_{1/2}/t^B_{1/2}$.



Σχ. 4.7. Ἀποκατάστασις ραδιενεργοῦ ἰσορροπίας συναρτήσει τοῦ χρόνου.

Μετά τήν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας ἡ ὁλική ραδιενέργεια ὡς καί ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ ἐλαττοῦνται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ, καθ' ὅσον τά θυγατρικά ἄτομα διασπῶνται κατά τήν βραχύβιον ταύτην ἰσορροπίαν μεθ' ἧς σχηματίζονται.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.49) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ, ὅταν ἔχῃ ἀποκατασταθῆ ἡ ἰσορροπία, εἶναι πάντοτε μεγαλυτέρα τῆς ραδιενεργείας τοῦ μητρικοῦ. Ἐπί παραδείγματι κατά τήν μεταβατικήν ἰσορροπίαν μεταξύ ^{140}Βα καί ^{140}Ελ, ἡ ραδιενέργεια τοῦ ^{140}Λα διά I(Βα)=1600 cpm, θά εἶναι

$$I(La) = 1600 \cdot \frac{\frac{\ln 2}{1,66}}{\frac{\ln 2}{1,66} - \frac{\ln 2}{12,8}}$$

$$= 1600 . 1,41$$

$$= 1826 \text{ cpm}$$

ἔνθα $t_{1/2}(^{140}La) = 1,66$ d καί $t_{1/2}(^{140}Ba) = 12,8$ d. Ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀπαριθμητοῦ θεωρεῖται ἡ αὐτή.

Τό σχῆμα (4.8) ἀποδίδει μίαν μεταβατικήν ἰσορροπίαν διά $t^A_{1/2}/t^B_{1/2} = 5$.

Ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ συναρτήσει τοῦ χρόνου t παρέχεται, βάσει τῆς σχέσεως (4.31) ὑπό τῆς ἐξισώσεως

$$A_B = \lambda_B N_B = \frac{\lambda_A . \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} N^0_A (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \qquad (4.51).$$

Ἡ ραδιενέργεια αὐτη τοῦ θυγατρικοῦ διέρχεται δι'ἑνός μεγίστου, εἰς χρόνον $t = t'_m$ ὅπερ εὑρίσκεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4.51):

$$\frac{dA_B}{dt} = \frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} N^0_A (-\lambda_A e^{-\lambda_A t} + \lambda_B e^{-\lambda_B t}) = 0 \qquad (4.52)$$

διά $t = t'_m$.

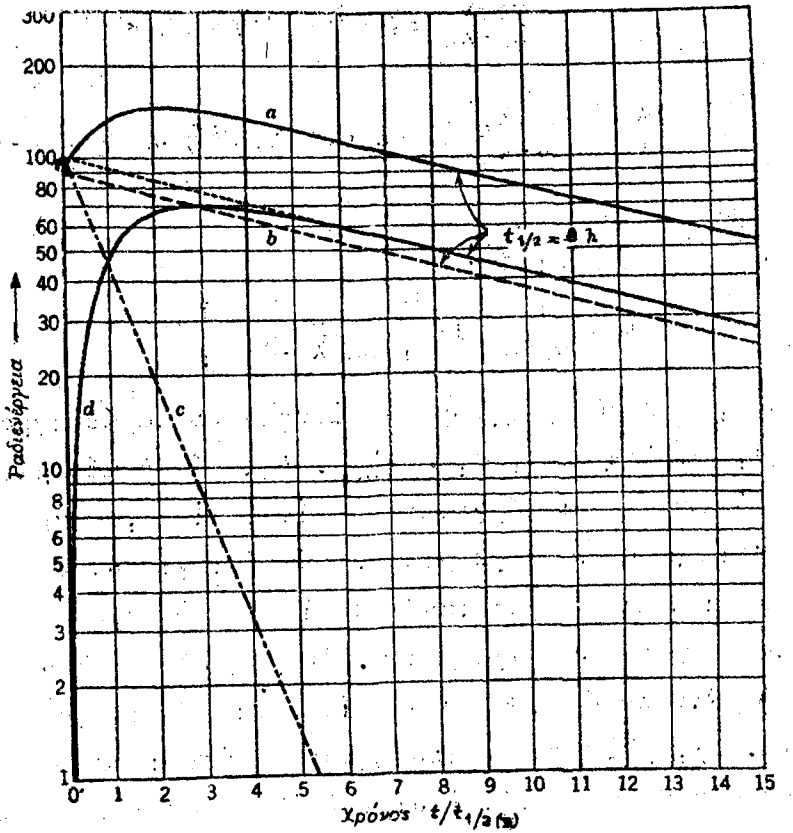
ἤτοι

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = e^{(\lambda_B - \lambda_A) t'_m} \qquad (4.53)$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι

$$t'_m = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \qquad (4.54).$$

Ἐπί παραδείγματι διά τήν περίπτωσιν καθ'ἣν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ εἶναι πέντε φοράς μεγαλύτερος τοῦ θυγατρικοῦ, ἤτοι $\lambda_B = 5\lambda_A$, ἡ σχέσις (4.54) δίδει



Σχ. 4.3. Μεταβατική ἰσορροπία
α=ὁλική ραδιενέργεια-b=ραδιενέργεια μητρικοῦ
c=διάσπασις θυγατρικοῦ, d=αύξησις ραδιενεργείας θυγατρικοῦ ἐντός τοῦ μητρικοῦ.

$$t'_m = \frac{5}{4}\,\frac{\ln 5}{\lambda_B} = 2,88\ t^B_{1/2}$$

Ἐπομένως τό μέγιστον εἰς τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ Β θά λάβῃ χώραν εἰς 2,88 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ.

Τό μέγιστον εἰς τήν ὁλικήν ραδιενέργειαν εὑρίσκεται καθ'ὅμοιον τρόπον. Δεδομένου ὅτι

$$A_{o\lambda}=A_B+A_A$$
$$=\frac{\lambda_A\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\,N_A^o\left(e^{-\lambda_A t}-e^{-\lambda_B t}\right)+\lambda_A N_A^o e^{-\lambda_A t} \qquad (4.55)$$

ἕπεται ὅτι
$$\frac{dA_{o\lambda}}{dt}=\frac{\lambda_A.\lambda_B}{\lambda_B-\lambda_A}\,N_A^o\left(-\lambda_A e^{-\lambda_A t}+\lambda_B e^{-\lambda_B t}\right)-\lambda_A^2 N_A^o\,e^{-\lambda_A t}=0 \qquad (4.56)$$

διά $t = t_m$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι
$$t_m=\frac{1}{\lambda_B-\lambda_A}\,\ln\left[\frac{\lambda_B^2}{2\lambda_A\lambda_B-\lambda_A^2}\right] \qquad (4.57).$$

Ἐπομένως, διά τό προηγουμένως ἀναφερθέν παράδειγμα ($\lambda_B=5\lambda_A$), θά ἔχωμεν $t_m=1,84\ t_{1/2}^B$. Δηλαδή τό μέν μέγιστον εἰς τήν ὁλικήν ραδιενέργειαν θά εἶναι εἰς 1,84 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ, τό δέ μέγιστον εἰς τήν ραδιενέργειαν τοῦ θυγατρικοῦ θά εἶναι εἰς 2,88 χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ. Ἡ μεταβατική ἰσορροπία διά τό ὡς ἄνω παράδειγμα ἀποκαθίσταται βάσει τῆς ἐξισώσεως (4.50), μετά 10 περίπου χρόνους ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ θυγατρικοῦ, μετά τήν ὁποίαν ἡ ὁλική ραδιενέργεια ὡς καί ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ ἐλαττοῦνται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ μητρικοῦ.

4.8. Βραχύβιον μητρικόν νουκλίδιον.

Μία τρίτη περίπτωσις εἶναι ὅταν τό μητρικόν νουκλίδιον ἔχῃ χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ μικρότερον τοῦ θυγατρικοῦ, ἤτοι ὅταν τό μητρικόν νουκλίδιον εἶναι πλέον βραχύβιον τοῦ θυγατρικοῦ ($\lambda_A > \lambda_B$, $t_{1/2}^B > t_{1/2}^A$). Εἰς τήν περίπτωσιν ταύτην δέν ἀποκαθίσταται ἰσορροπία. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἀρχικῶς δέν ὑπῆρχε θυγατρικόν ($N_B^o=0$), ἡ ὁλική ραδιενέργεια $A_{o\lambda}$ παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (4.55),

μέ τήν διαφοράν ὅτι ὁ ὅρος $\lambda_A N_A^0 e^{-\lambda_A t}$ τῆς σχέσεως ταύτης ὅστις παριστᾷ τήν ραδιενέργειαν τοῦ μητρικοῦ, καθίσταται ἐντός βραχέος χρόνου ἀμελητέος. Δηλαδή τό μητρικόν νουκλίδιον διασπᾶται ἐνωρίτερον τοῦ θυγατρικοῦ. Ἐπομένως μετά τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ, τό θυγατρικόν B δέν δημιουργεῖται πλέον ἐκ τοῦ A, ἀλλα διασπαται μέ τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ αὐτοῦ (B). Ἐκ τῆς σχέσεως (4.51) ἤ (4.32) ἔχομεν

$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_A^0 e^{-\lambda_B t} (1 - e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}) \qquad (4.58)$$

Ἐφ'ὅσον μέ τήν πάροδον τοῦ χρόνου ὁ ὅρος $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$ καθίσταται ἀμελητέος ($e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} << 1$), θά ἔχωμεν

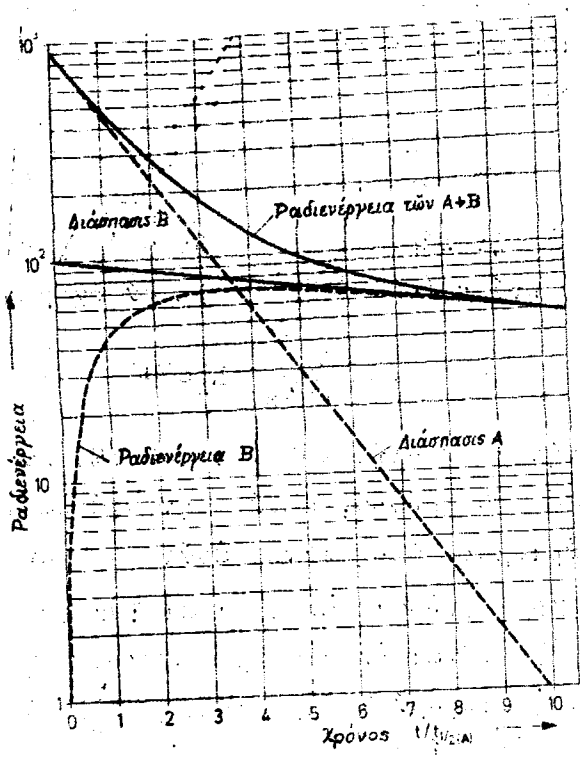
$$N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_A^0 e^{-\lambda_B t} \qquad (4.59)$$

ἥτις δίδει τήν μεταβολήν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων τοῦ θυγατρικοῦ μετά τοῦ χρόνου, μετά τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ. Ὁ ἀριθμός οὗτος εἶναι ἀνάλογος τοῦ N_A^0. Εἶναι σαφές ὅτι ὁ χρόνος, ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ἰσχύῃ ἡ ἐξίσωσις (4.59), ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὅρου $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$ τῆς ἐξισώσεως (4.58). Ἐάν ἡ διαφορά $\lambda_A - \lambda_B$ εἶναι μεγάλη, ὁ χρόνος οὗτος εἶναι μικρός καί ἀντιστρόφως. Ἑπομένως, μετά τινα ραδιοχημικόν διαχωρισμόν, πρέπει ν'ἀναμένωμεν ἐπί τινα χρόνον διά νά παρατηρήσωμεν τήν διάσπασιν τοῦ μακροβιωτέρου θυγατρικοῦ. Ἐάν π.χ. ἀρκεσθῶμεν εἰς τήν σχέσιν $e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} = 0,01$, τότε ὁ χρόνος οὗτος t θά εἶναι

$$t = \frac{\log 100}{\log 2} \frac{t_{1/2}^A \cdot t_{1/2}^B}{t_{1/2}^B - t_{1/2}^A}$$

Οὕτω διά τήν περίπτωσιν τοῦ διαγράμματος (4.9) ἔνθα $t_{1/2}^A = 0,3$ καί $t_{1/2}^B = 3,0h$, προκύπτει $t \approx 6h$.

Τό μέγιστον τῆς ραδιενεργείας τοῦ θυγατρικοῦ νουκλιδίου, t'_m, παρέχεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως (4.54). Ἡ ἐξίσωσις (4.57) δέν ἰσχύει εἰς τήν ἐξεταζομένην ταύτην περίπτωσιν τῆς μή ἰσορροπίας. Μία τυπική καμπύλη δι' ἕν τοιοῦτον σύστημα παρίσταται εἰς τό σχῆμα (4.9).



Σχ. 4.9. Μή ἰσορροπία. Βραχύβιον μητρικόν.

Παρατηροῦμεν ὅτι τό t'_m διά τήν καμπύλην ταύτην, εἰς ἥν $t^B_{1/2}=8h$, παρατηρεῖται εἰς χρόνον $0,368\, t^B_{1/2}\, h$, ἤτοι 2,95 h. Ἐκ τῆς (4.59) προκύπτει ὅτι ἡ ραδιενέργεια τοῦ θυγατρικοῦ B, μετά τήν διάσπασιν τοῦ μητρικοῦ εἶναι

$$A_B=\lambda_B N_B=\frac{\lambda_A\cdot\lambda_B}{\lambda_A-\lambda_B}\, N^o_A e^{-\lambda_B t} \qquad (4.60)$$

θεωροῦντες ἤδη ὅτι $\lambda_A \gg \lambda_B$, διά προεκτάσεως εἰς χρόνον t=0, λαμβάνομεν

$$A_B=\lambda_B N_A^0 \qquad (4.61)$$

ἀντί τῆς τιμῆς μηδέν. Ἡ φαινομένη αὕτη ραδιενέργεια ὀφείλεται εἰς τό γεγονός ὅτι ἡ ταχεῖα διάσπασις τῶν N_A^0 ἀτόμων δημιουργεῖ ἀμέσως ἄτομα N_B, οὕτως ὥστε νά ἐμφανίζηται ὅτι ἡ N_A^c ἔχει τήν τιμήν τῆς προεκτάσεως τῆς N_B διά χρόνον t=0. Ἡ σχέσις μεταξύ τῆς φαινομένης ραδιενεργείας, τῆς λαμβανομένης ἐκ προεκτάσεως εἰς t=0, $\lambda_B N_A^0$, πρός τήν ἀρχικήν ραδιενέργειαν $\lambda_A N_A^0$, δίδει τόν λόγον τῶν χρόνων ὑποδιπλασιασμοῦ

$$\frac{\lambda_B N_A^0}{\lambda_A N_A^0} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{t^A_{1/2}}{t^B_{1/2}} \qquad (4.62).$$

Ἀπόκλισις ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑποδηλοῖ μή κανονικότητα τοῦ ληφθέντος διαγράμματος.

4.9. Διαδοχικαί ραδιενεργοί διασπάσεις.

Ἐάν ἡ ραδιενεργός διάσπασις τοῦ θυγατρικοῦ ὁδηγῇ εἰς ἕτερον ραδιενεργόν C, ἡ διαφορά τῆς χρονικῆς αὐξήσεως καί διασπάσεως αὐτοῦ δίδει τήν χρονικήν μεταβολήν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων τοῦ νουκλιδίου C, ἤτοι

$$\frac{dN_3}{dt}=\lambda_2 N_2-\lambda_3 N_3 \qquad (4.63).$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐξισώσεως (4.21), ἀλλ ἡ λύσις αὐτῆς εἶναι πλέον ἐπίπονος καθ'ὅσον ἡ N_2 εἶναι πλέον πολύπλοκος συνάρτησις ἐν σχέσει πρός τήν N_1.

Κατ'ἀναλογίαν πρός τήν σχέσιν (4.63) θά ἔχωμεν καί διά τό νυοστόν μέλος τῆς ραδιενεργοῦ σειρᾶς,

$$\frac{dN_n}{dt}=\lambda_{n-1}\,N_{n-1}-\lambda_n N_n \qquad (4.64).$$

Ὁ Bateman ἔδωσεν τήν γενικήν λύσιν εἰς τήν περίπτωσιν ραδιενεργοῦ ἀλύσου ἐκ n-μελῶν, ὑπό τήν προϋπόθεσιν ὅτι ἀρχικῶς (t=0) παρευρίσκετο μόνον τό μητρικόν νουκλίδιον, ἤτοι $N_2^0=N_3^0=\ldots=N_n^0=0$, καί $N_1^0\neq 0$.

Ἡ λύσις αὐτή εἶναι:

$$N_n=C_1 e^{-\lambda_1 t}+C_2 e^{-\lambda_2 t}+\ldots+C_n e^{-\lambda_n t} \qquad (4.65)$$

ἔνθα

$$C_1=\frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{(n-1)}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_n-\lambda_1)}N_1^0$$

$$C_2=\frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{(n-1)}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_n-\lambda_2)}N_1^0 \qquad (4.66)$$

κ.λ.π.

Ἐπί παραδείγματι διά τήν ἄλυσον ἐκ 3 μελῶν

$$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 3 \qquad (4.67)$$

θά ἔχωμεν:

$$N_3=C_1 e^{-\lambda_1 t}+C_2 e^{-\lambda_2 t}+C_3 e^{-\lambda_3 t} \qquad (4.68)$$

ἔνθα

$$C_1=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}N_1^0$$

$$C_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}N_1^0$$

$$C_3=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}N_1^0$$

Ἑπομένως ἡ (4.68) γράφεται:

$$N_3=N_1^0\left[\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}e^{-\lambda_2 t}+\right.$$
$$\left.+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}e^{-\lambda_3 t}\right] \qquad (4.69)$$

Ἐάν τό τελευταῖον εἶναι σταθερόν, ἤτοι ἐάν $\lambda_3=0$, ἡ (4.69) ἁπλοποιεῖται εἰς τήν σχέσιν

$$N_3=N_1^0\left[\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)\cdot(-\lambda_1)}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)\cdot(-\lambda_2)}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}e^{-0}\right]$$

$$=N_1^0\left[-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}e^{-\lambda_2 t}+1\right] \qquad (4.70).$$

Ἀλλά $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}=\dfrac{\lambda_2-\lambda_1+\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}=1+\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}$

καί ἄρα ἡ (4.70) καθίσταται

$$N_3=N_1^0\left[-e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t}+1\right]$$

$$=N_1^0\left[1-e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)\right]$$

$$=N_1^0-N_1^0\,e^{-\lambda_1 t}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad (4.71).$$

Ἡ σχέσις (4.71) δηλοῖ ὅτι

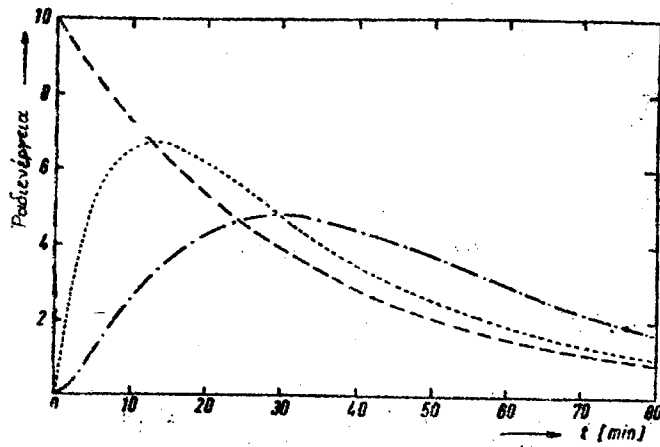
$$N_3=N_1^0-N_1-N_2=N_1^0-(N_1+N_2) \qquad (4.72)$$

ἤτοι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου 3, ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν τῶν ὑπαρχόντων ἀτόμων τῶν νουκλιδίων 1 καί 2 ἀπό τόν ἀρχικόν ἀριθμόν τοῦ 1. Τοῦτο εἶναι προφανές διότι, ἐφ' ὅσον δέν ἔχομεν ἀπώλειαν ἀτόμων, πρέπει εἰς οἱανδήποτε χρονικήν στιγμήν νά ἰσχύῃ

$$N_1^0=N_1+N_2+N_3$$

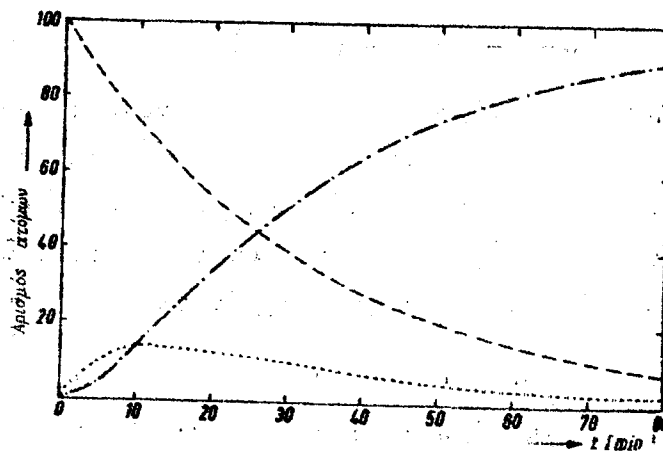
Τό σχῆμα (4.10) ἀποδίδει τήν σχέσιν (4.69). Τό ἀρχικόν νουκλίδιον μέ $t_{1/2}=22$ min διασπᾶται εἰς τό θυγατρικόν

μέ $t_{1/2}$=4,5 min καί τοῦτο εἰς τό τρίτον ραδιενεργόν (ἐγγονός) μέ $t_{1/2}$=10 min. Ἀρχικῶς $N_2^0=N_3^0=0$.



Σχ. 4.10. Σχέσις ραδιενεργείας -χρόνου δι'ἄλυσον 3 μελῶν.

Ἐάν τό τρίτον ραδιενεργόν εἶναι σταθερόν, τότε ἡ σχέσις (4.70) ἀποδίδεται εἰς τό σχῆμα (4.11). Παρατηροῦ-

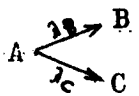


Σχ. 4.11. Σχέσις ἀτόμων-χρόνου δι'ἄλυσον 3 μελῶν ἔνθα τό τελικόν προϊόν εἶναι σταθερόν.

μεν ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων τοῦ σταθεροῦ νουκλιδίου συνεχῶς αὐξάνει. Εἰς οἱονδήποτε χρόνον t πρέπει τό ἄθροισμα τῶν ἀτόμων τῶν τριῶν νουκλιδίων νά εἶναι ἴσον πρός N_1^0.

4.10. Διακλαδιζομένη ραδιενεργός διάσπασις.

Εἶναι δυνατόν ἕν ραδιενεργόν νουκλίδιον νά ὑφίσταται διάσπασιν κατά δύο τρόπους ὡς δεικνύεται κατωτέρω



Τοιαῦται διασπάσεις ἀπαντῶνται κυρίως εἰς ραδιενεργά νουκλίδια τύπου π–π ὡς $^{40}_{19}K$, $^{64}_{29}Cu$ $^{130}_{55}Cs$ κλπ. ὡς καί εἰς τάς ραδιενεργούς σειράς τοῦ U καί Th. Τό νουκλίδιον B σχηματίζεται μέ ταχύτητα $\lambda_B N_A$, ἀλλά τό A διασπᾶται μέ ταχύτητα $(\lambda_B+\lambda_C)N_A$.

Ἤτοι
$$\frac{-dN_A}{dt}=(\lambda_B+\lambda_C)N_A$$
$$=\lambda_A N_A$$

Ἑπομένως δι' ὁλοκληρώσεως λαμβάνομεν

$$N_A=N_A^0 e^{-(\lambda_B+\lambda_C)t}$$

καί
$$t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda_B+\lambda_C}.$$

Γενικῶς δέ, θά ἔχωμεν

$$\lambda_{\text{ὁλικόν}}=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\ldots\lambda_n \qquad (4.73).$$

Οἱ μερικοί χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ συνδέονται πρός τάς μερικάς σταθεράς διασπάσεως διά τῆς γνωστῆς σχέσεως

$$t_{1/2\,(n)}=\frac{\ln 2}{\lambda_n} \qquad (4.74).$$

Τό κλάσμα τῆς διασπάσεως, ἥτις λαμβάνει χώραν κατά δεδομένον τρόπον, θά εἶναι

$$X_n = \frac{\lambda_n}{\lambda_{\text{ὁλικόν}}} \qquad (4.75)$$

Ἐπί παραδείγματι τό $^{130}_{55}Cs$ διασπᾶται μέ ὁλικόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ $t_{1/2}(\text{ὁλικόν}) = 30$ min, δι' ἐκπομπῆς β^+-σωματίων καί β^--σωματίων ὑπό τήν ἀναλογίαν 27,5 β^+ καί 1β^-. Ἑπομένως

$$\lambda(\text{ὁλικόν}) = \frac{\ln 2}{30.60} = 3,85.10^{-4}\ \text{sec}^{-1}$$

Ἐφ' ὅσον τό κλάσμα τῆς β^--διασπάσεως εἶναι $\frac{1}{28,5}$

ἄρα
$$X_{\beta^-} = \frac{1}{28,5} = \frac{\lambda_{\beta^-}}{\lambda(\text{ὁλικόν})} = \frac{\lambda_{\beta^-}}{3,85.10^{-4}}$$

ἤ
$$\lambda_{\beta^-} = \frac{3,85.10^{-4}}{28,5} = 1,35.10^{-5}\ \text{sec}^{-1}$$

Κατά συνέπειαν τό $t_{1/2}$ τῆς β^--διασπάσεως εἶναι

$$t_{1/2(\beta^-)} = \frac{\ln 2}{\lambda_{\beta^-}} = \frac{0,693}{1,35.10^{-5}} = 14,3\text{h}$$

Πρέπει νά σημειωθῆ ὅτι οἱ μερικοί χρόνοι ὑποδιπλασιασμοῦ ἔχουν τυπικήν μόνον σημασίαν καθ' ὅσον ἔχομεν μόνον ἕναν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τόν πολικόν ὅστις ἐξορισμοῦ σχετίζεται μέ τήν ὁλικήν ταχύτητα διασπάσεως, ἀνεξαρτήτως τοῦ μηχανισμοῦ διασπάσεως.