II(a) Θεωρία διαταράξεως - Μή ἐκφυλισμένες καταστάσεις

Ἡ δεύτερη γενική προσεγγιστική μέθοδος εἶναι ἡ θεωρία διαταράξεως. Ἡ μέθοδος ἐκμεταλλεύεται γνωστές λύσεις (ἤ γνωστές προσεγγιστικές λύσεις) μέρους τῆς Χαμιλτωνιανῆς $\hat{H}$ γιά τήν ἐπίτευξη λύσεων ὁλοκλήρου τοῦ προβλήματος.
Τό πρός λύση πρόβλημα εἶναι

$$\hat{H}\Psi_\mu = E_\mu \Psi_\mu \qquad (32)$$

Ὑποθέτουμε ὅτι ἡ Χαμιλτωνιανή $\hat{H}$ γράφεται ὡς

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}^{(1)} \qquad (33)$$

ὅπου $\hat{H}^{(1)}$ "διατάραξις". Ἡ $\hat{H}_0$ εἶναι ἡ "ἀδιατάρακτος" Χαμιλτωνιανή τῆς ὁποίας ὑποθέτουμε ὅτι οἱ λύσεις εἶναι γνωστές, δηλ. ὑποθέτουμε ὅτι γνωρίζουμε τίς λύσεις τῆς

$$\hat{H}_0 \Psi_\mu^{(0)} = E_\mu^{(0)} \Psi_\mu^{(0)} \qquad (34)$$

$\{\Psi_\mu^{(0)}\}_\mu^{\infty}$ → σύνολο συναρτήσεων γνωστό. Τό πνεῦμα τῆς θεωρίας διαταράξεως εἶναι ἡ χρησιμοποίησις τοῦ πλήρους συνόλου $\{\Psi_\mu^{(0)}\}_\mu$ στήν ἐπίλυση τῆς (32). Αὐτό βέβαια μέ τήν προϋπόθεση ὅτι τό μέγεθος τῆς διαταράξεως $\hat{H}^{(1)}$ δέν εἶναι μεγάλο ἐν σχέσει μέ τήν $\hat{H}_0$. Ἡ "φυσική" σημασία τῆς προηγουμένης προτάσεως εἶναι ὅτι οἱ λύσεις $\{\Psi_\mu\}$ "μοιάζουν" ἀρκετά μέ τίς γνωστές $\{\Psi_\mu^{(0)}\}$. Εἰσάγουμε τώρα τήν παράμετρο λ μέσω τῆς σχέσεως

$$\hat{H}(\lambda) = \hat{H}_0 + \lambda \hat{H}^{(1)} \qquad (35)$$

→ Ἀπό τήν (35) παίρνουμε

$$\left.\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}}(0) &= \hat{\mathcal{H}}_0 \\ \hat{\mathcal{H}}(1) &= \hat{\mathcal{H}}\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

Σύμφωνα μέ τήν (35) ή (32) γράφεται

$$\hat{\mathcal{H}}(\lambda)\Psi_\mu(\lambda) = E_\mu(\lambda)\Psi_\mu(\lambda) \qquad (37)$$

Γράφουμε

$$\Psi_\mu(\lambda) = \sum_{N=0}^{\infty}\left(\frac{\partial^N\Psi_\mu}{\partial\lambda^N}\right)_{\lambda=0}\frac{\lambda^N}{N!} = \sum_{N=0}^{\infty}\Psi_\mu^{(N)}\lambda^N \qquad (38)$$

Ἡ διάσπασις (38) γίνεται γύρω ἀπό τό $\lambda=0$, δηλ. γύρω ἀπό τήν $\Psi_\mu^{(0)}$. Ἐπίσης

$$\lim_{\lambda\to 0}\Psi_\mu(\lambda) = \Psi_\mu(0) \equiv \Psi_\mu^{(0)}$$

καί

$$\hat{\mathcal{H}}_0\Psi_\mu^{(0)} = E_\mu(0)\Psi_\mu^{(0)} = E_\mu^{(0)}\Psi_\mu^{(0)} \qquad (39)$$

Ἐπίσης

$$E_\mu(\lambda) = \sum_{N=0}^{\infty}\left(\frac{d^N E_\mu}{d\lambda^N}\right)_{\lambda=0}\frac{\lambda^N}{N!} = \sum_{N=0}^{\infty}E_\mu^{(N)}\lambda^N \qquad (40)$$

Ἀπό τήν (35) ἔχουμε

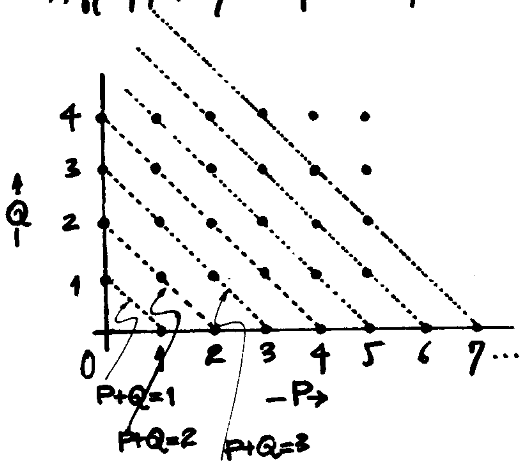
$$(\hat{\mathcal{H}}_0 + \lambda\hat{\mathcal{H}}^{(1)})\Psi_\mu = E_\mu\Psi_\mu \qquad (41)$$

Ἡ (41) λόγω τῆς (38) καί (40) γράφεται

$$(\hat{\mathcal{H}}_0 + \lambda\hat{\mathcal{H}}^{(1)})\sum_{N=0}^{\infty}\Psi_\mu^{(N)}\lambda^N = \sum_{P=0}^{\infty}E_\mu^{(P)}\lambda^P\sum_{Q=0}^{\infty}\Psi_\mu^{(Q)}\lambda^Q \qquad (42)$$

Τό ἄθροισμα $\sum_P^{\infty}\sum_Q^{\infty}\lambda^{P+Q}E_\mu^{(P)}\Psi_\mu^{(Q)}$ μπορεῖ νά γραφῆ

μέ διαφορετικό τρόπο, ὥστε τά ἀθροίσματα τοῦ πρώτου καί τοῦ δευτέρου μέλους τῆς (42) νά γίνουν ὅμοια. Τό ἐπόμενο διάγραμμα μετὰ βοηθείας στὴν ἀλλαγὴ δεικτῶν.



Θέτουμε $P+Q=k$, τότε τὸ προηγούμενο διπλὸ ἄθροισμα γράφεται:

$$\sum_{P=0}^{\infty}\sum_{Q=0}^{\infty}\lambda^{P+Q}E_\mu^{(P)}\psi_\mu^{(Q)}=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{Q=0}^{k}\lambda^{k}E_\mu^{(k-Q)}\psi_\mu^{(Q)}$$

(Ἀθροίζουμε ἀπὸ $Q=0$ μέχρι τὴν μεγίστη τιμή ἡ ὁποία εἶναι $k-P_{min}=k$ διότι $P_{min}=0$). Βάσει τῶν προηγουμένων ἡ (42) γράφεται

$$\left(\hat{\mathcal{H}}_0+\lambda\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\right)\sum_{N=0}^{\infty}\psi_\mu^{(N)}\lambda^N=\sum_{N=0}^{\infty}\lambda^N\sum_{Q=0}^{N}E_\mu^{(N-Q)}\psi_\mu^{(Q)}\quad \text{ἢ}$$

$$\hat{\mathcal{H}}_0\sum_{N=0}^{\infty}\psi_\mu^{(N)}\lambda^N+\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\sum_{N=0}^{\infty}\psi_\mu^{(N)}\lambda^{N+1}=\sum_{N=0}^{\infty}\lambda^N\sum_{Q=0}^{N}E_\mu^{(N-Q)}\psi_\mu^{(Q)}\quad(43)$$

Εἶναι καί

$$\sum_{N=0}^{\infty}\psi_\mu^{(N)}\lambda^{N+1}=\sum_{M=1}^{\infty}\psi_\mu^{(M-1)}\lambda^M=\sum_{M=0}^{\infty}\psi_\mu^{(M-1)}\lambda^M(1-\delta_{M0})$$

$$=\sum_{N=0}^{\infty}\psi_\mu^{(N-1)}\lambda^N(1-\delta_{N0}).$$ Ἄρα ἡ (43) γράφεται

$$\sum_{N=0}^{\infty}\lambda^N\left\{\hat{\mathcal{H}}_0\psi_\mu^{(N)}+\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\psi_\mu^{(N-1)}(1-\delta_{N0})-\sum_{Q=0}^{N}E_\mu^{(N-Q)}\psi_\mu^{(Q)}\right\}=0$$

Ἐάν θέλουμε ἡ τελευταία σχέσις νά ἰσχύη γιά κάθε λ ἀπαιτοῦμε:

$$\hat{\mathcal{H}}_0\Psi_\mu^{(N)} + \hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(N-1)}(1-\delta_{N0}) = \sum_{Q=0}^{N} E_\mu^{(N-Q)}\Psi_\mu^{(Q)}, \qquad (44)$$
$N = 0, 1, 2, 3 \ldots$

Μέχρι στιγμής δέν έχουμε κάνει καμμία προσέγγιση· τό σύνολο των εξισώσεων (44) (οί όποίες ονομάζονται καί εξισώσεις διαταραχής Rayleigh-Schrödinger) είναι μαθηματικώς ισοδύναμο μέ τήν (32). Διά $N=0$ παίρνουμε τήν εξίσωση μηδενικής τάξεως, διά $N=1$ τήν πρώτης τάξεως κ.τ.λ.
Διά $N=0$ ή (44) μάς δίνει

$$\hat{\mathcal{H}}_0\Psi_\mu^{(0)} = E_\mu^{(0)}\Psi_\mu^{(0)} \qquad N=0$$

ή όποία είναι τό αδιατάρακτο πρόβλημα τού όποίου οί λύσεις θεωρούνται γνωστές. Άρα ή $N=0$ δέν μάς παρέχει καινούργια πληροφορία. Διά $N\neq 0$ ό δεύτερος όρος τού αριστερού μέλους της (44) γράφεται

$$\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(N-1)}(1-\delta_{N0}) = \hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(N-1)}, \quad N\neq 0.$$

Άρα γιά $N\neq 0$ ή (44) γράφεται

$$\hat{\mathcal{H}}_0\Psi_\mu^{(N)} + \hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(N-1)} = \sum_{j=0}^{N-1} E_\mu^{(N-j)}\Psi_\mu^{(j)} + E_\mu^{(0)}\Psi_\mu^{(N)}$$

όπου στό δεξιό μέλος διαχωρίσαμε έξω τόν N-στό όρο από τό άθροισμα, ή

$$\boxed{\begin{array}{l}(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(N)} = -\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(N-1)} + \sum_{j=0}^{N-1} E_\mu^{(N-j)}\Psi_\mu^{(j)} \\ N = 1, 2, 3, \ldots\end{array}} \qquad (45)$$

Στήν εξ. (45) ή όποία καλείται καί εξίσωση διαταραχής τάξεως N παρατηρούμε ότι τό άθροισμα των εκθετών των διαφόρων όρων ($\hat{\mathcal{H}}_0 \equiv \hat{\mathcal{H}}^{(0)}$) είναι πάντοτε N. Δίνοντας διάφορες τιμές στό N ($N\neq 0$) παίρνουμε σειρά εξισώσεων τής δπρέπει πρῶτα νά ἐπιλύσουμε· π.χ.

$$N=1 \Rightarrow (\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\psi_\mu^{(1)} = -\hat{H}^{(1)}\psi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}\psi_\mu^{(0)}$$

$$N=2 \Rightarrow (\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\psi_\mu^{(2)} = -\hat{H}^{(1)}\psi_\mu^{(1)} + E_\mu^{(2)}\psi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}\psi_\mu^{(1)} \qquad (46)$$

$$N=3 \Rightarrow (\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\psi_\mu^{(3)} = -\hat{H}^{(1)}\psi_\mu^{(2)} + E_\mu^{(3)}\psi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(2)}\psi_\mu^{(1)} + E_\mu^{(1)}\psi_\mu^{(2)}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

†

Λύνοντας τίς ἐξ. (46) ἐπιτυγχάνουμε τίς προσεγγίσεις $\psi_\mu^{(1)}, \psi_\mu^{(2)}, \psi_\mu^{(3)}, \ldots$ καί $E_\mu^{(1)}, E_\mu^{(2)}, E_\mu^{(3)}, \ldots$ Ἀπό τήν (39) καί διά $\lambda=1$ ἔχουμε

$$\psi_\mu = \psi_\mu^{(0)} + \psi_\mu^{(1)} + \psi_\mu^{(2)} + \psi_\mu^{(3)} + \cdots$$ καί ἀπό τήν (40)

$$E_\mu = E_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)} + E_\mu^{(2)} + E_\mu^{(3)} + \cdots$$

Ὅπως θά δοῦμε οἱ ἐπιλύσεις ψ τάξεως μεγαλύτερης τῆς 2, δηλ. $\psi^{(3)}$ καί ἄνω εἶναι ἐξαιρετικά δύσκολο νά γίνη. Τίς περισσότερες φορές ἀρκούμεθα στήν πρώτη τάξεως προσέγγιση στήν συνάρτηση, δηλ. γράφουμε $\underline{\psi_\mu} \simeq \psi_\mu^{(0)} + \psi_\mu^{(1)}$. Ὅσον ἀφορᾶ τήν ἐνέργεια τά πράγματα εἶναι καλύτερα ὅπως ἀμέσως θά δείξουμε. Πρίν προχωρήσουμε στήν ἐξέταση τῶν ἐξ. (46) θά παράγουμε μιά <u>γενική</u> ἔκφραση γιά τόν ὑπολογισμό τῆς $E_\mu^{(N)}$.

Πολλαπλασιάζουμε τήν (45) ἐξ' ἀριστερῶν μέ τήν $(\psi_\mu^{(0)})^*$ καί ὁλοκληρώνουμε ὡς πρός ὅλο τόν κατάλληλο χῶρο

$$\langle\psi_\mu^{(0)}|(\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})|\psi_\mu^{(N)}\rangle = -\langle\psi_\mu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\psi_\mu^{(N-1)}\rangle + \sum_{j=0}^{N-1} E_\mu^{(N-j)}\langle\psi_\mu^{(0)}|\psi_\mu^{(j)}\rangle$$

$$\langle\psi_\mu^{(0)}|(\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})|\psi_\mu^{(N)}\rangle = \langle(\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\psi_\mu^{(0)}|\psi_\mu^{(N)}\rangle = 0,$$ ἄρα γράφουμε

$$-\langle \Psi_p^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_p^{(N-1)} \rangle + \sum_{j=0}^{N-1} E_p^{(N-j)} \langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(j)} \rangle = 0 \qquad (47)$$

Δίχως βλάβη της γενικότητος μπορούμε νά επιλέξουμε συναρτήσεις Ψ_p τέτοιες ώστε

$$\langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p \rangle = 1 \qquad (48)$$

ή λόγω της (38)

$$\langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p \rangle = \sum_{N=0}^{\infty} \langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(N)} \rangle \lambda^N = \langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(0)} \rangle + \sum_{N=1}^{\infty} \langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(N)} \rangle \lambda^N = 1$$

Αλλά $\langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(0)} \rangle = 1$, άρα

$$\sum_{N=1}^{\infty} \langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(N)} \rangle \lambda^N = 0$$

Ο μόνος τρόπος γιά νά είναι τό προηγούμενο ως πρός λ πολυώνυμο μηδέν είναι όλοι οί συντελεστές του νά είναι μηδέν, άρα $\langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(N)} \rangle = 0$, $N=1,2,3$, ή $\langle \Psi_p^{(0)} | \Psi_p^{(N)} \rangle = \delta_{N0}$. Άρα ή (47) γράφεται

$$-\langle \Psi_p^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_p^{(N-1)} \rangle + \sum_{j=0}^{N-1} E_p^{(N-j)} \delta_{j0} = 0$$

Ο μόνος όρος ό οποίος επιζεί από τό άθροισμα είναι ό $j=0$, άρα

$$\boxed{E_p^{(N)} = \langle \Psi_p^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_p^{(N-1)} \rangle} \qquad (49)$$

Η εξ. (49) είναι ίσως ή σπουδαιότερη σχέση-αποτέλεσμα της θεωρίας διαταραχών. Από τήν (49) προκύπτει ότι ή διόρθωση πρώτης τάξεως ως πρός τήν ενέργεια είναι

$$E_p^{(1)} = \langle \Psi_p^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_p^{(0)} \rangle \qquad (50)$$

ή

$$E_p^{(1)} = \langle \hat{\mathcal{H}}^{(1)} \rangle_{\Psi_p^{(0)}} \qquad (50a)$$

Ἡ (50α) μᾶς λέει ὅτι ἡ $E_\mu^{(1)}$ εἶναι ἡ μέση τιμή, ἡ ἀναμενόμενη τιμή ὀρθότερα, τοῦ τελεστοῦ διαταράξεως $\hat{\mathcal{H}}^{(1)}$ ὡς πρὸς τὴν ἀδιατάρακτη συνάρτηση $\Psi_\mu^{(0)}$ ἡ ὁποία εἶναι γνωστή. Λόγω τῆς (50) (ἢ (50α)) μποροῦμε ἀμέσως νὰ ὑπολογίσουμε τὴν $E_\mu^{(1)}$ καὶ νὰ γράψουμε $E_\mu \simeq E_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}$. Ἀπὸ τὴν (49) φαίνεται ὅτι πρέπει νὰ γνωρίζουμε τὴν (N-1)-τάξεως διορθωτικὴ συνάρτηση $\Psi_\mu^{(N-1)}$ ὥστε νὰ μποροῦμε νὰ ὑπολογίσουμε τὴν $E_\mu^{(N)}$. Ὅπως ἤδη ἔχουμε ἀναφέρει ἡ πραγματικὴ κατάσταση εἶναι εὐνοϊκότερη. Ἂς δοῦμε π.χ. τὴν $E_\mu^{(3)}$. Ἀπὸ τὴν ἐξ. (49) ἔχουμε

$$E_\mu^{(3)} = \langle \Psi_\mu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle = \langle \hat{\mathcal{H}}^{(1)} \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle \quad (51)$$

διότι ὁ $\hat{\mathcal{H}}^{(1)}$ εἶναι Ἑρμιτιανὸς τελεστής. Ἀπὸ τὴν πρώτη ὅμως ἐξ. (46) παίρνουμε $\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} = E_\mu^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} - (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)}$, ἄρα ἡ (51) γράφεται

$$E_\mu^{(3)} = \langle E_\mu^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} - (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle$$

$$= -\langle (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle + E_\mu^{(1)} \langle \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle$$

Ἀλλὰ $\langle \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(2)} \rangle = 0$ λόγω τῆς (48). Ἄρα

$$E_\mu^{(3)} = -\langle \Psi_\mu^{(1)} | (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)}) \Psi_\mu^{(2)} \rangle \qquad (52)$$

διότι ὁ τελεστής $(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})$ εἶναι Ἑρμιτιανός. Τώρα ἀπὸ τὴν δεύτερη τῶν ἐξ. (46) ἀντικαθιστοῦμε τὴν παράσταση $(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(2)}$ κι ἔχουμε

$$(52) \Rightarrow E_\mu^{(3)} = -\langle \Psi_\mu^{(1)} | -\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(1)} + E_\mu^{(2)}\Psi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}\Psi_\mu^{(1)} \rangle, \text{ ἢ}$$

$$E_\mu^{(3)} = \langle \Psi_\mu^{(1)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle - E_\mu^{(2)} \underbrace{\langle \Psi_\mu^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}_{0} - E_\mu^{(1)} \langle \Psi_\mu^{(1)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle$$

ἢ τελικῶς

$$E_\mu^{(3)} = \langle \Psi_\mu^{(1)} | (\hat{H}^{(1)} - E_\mu^{(1)}) | \Psi_\mu^{(1)} \rangle \qquad (53)$$

Ἀπό τήν (53) εἶναι φανερό ὅτι πρός ὑπολογισμόν τῆς $E_\mu^{(3)}$ ἀρκεῖ ἡ $\Psi_\mu^{(1)}$ (ἡ $E_\mu^{(1)}$ ὑπολογίζεται ἀπό τήν (50)) μόνον. Γενικότερα μπορεῖ νά δειχθῇ ὅτι οἱ συναρτήσεις $\Psi_\mu^{(0)}, \Psi_\mu^{(1)}, \ldots \Psi_\mu^{(N)}$ εἶναι ἱκανές γιά τόν προσδιορισμό διορθωτικῶν ἐνεργειῶν μέχρι καί τάξεως 2N+1, $E_\mu^{(2N+1)}$. Αὐτό εἶναι μᾶλλον εὐτυχές διότι οἱ συναρτήσεις $\Psi^{(N)}$ παρά δύσκολα ἐπιτυγχάνονται. Εἶναι τώρα ἐνδιαφέρον νά ὑπολογίσουμε καί τήν $E_\mu^{(2)}$

$$(49) \Rightarrow \qquad E_\mu^{(2)} = \langle \Psi_\mu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle = \langle \hat{H}^{(1)} \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle$$

Λύνοντας καί πάλι τήν πρώτη τῶν (46) ὡς πρός $\hat{H}^{(1)}\Psi_\mu^{(0)}$ καί ἀντικαθιστῶντας στήν προηγούμενη παίρνουμε:

$$E_\mu^{(2)} = \langle -(\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} + E_\mu^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle =$$

$$= -\langle (\hat{H}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle + E_\mu^{(1)} \underbrace{\langle \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle}_{0}$$

ἢ $$E_\mu^{(2)} = -\langle \Psi_\mu^{(1)} | \hat{H}_0 - E_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(1)} \rangle \qquad (54)$$

Ἐάν $\mu = 0$, δηλ. ὑπολογίζουμε τήν θεμελιώδη κατάσταση, ἀπό τήν (54) φαίνεται λόγω τοῦ θεωρήματος μεταβολῶν ὅτι $E_0^{(2)} \leq 0$ †.

Προχωρᾶμε τώρα στήν ἐπίλυση τῶν ἐξισώσεων τοῦ τύπου (46) μέ σκοπό νά βροῦμε τίς διορθωτικές συναρτήσεις διαφόρων τάξεων. Ἀρχίζουμε ἀπό τήν πρώτη τῶν (46):

$$(46) \Rightarrow \quad (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} = -\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}\Psi_\mu^{(0)} \quad \text{ἤ}$$

$$(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(1)} = -(\hat{\mathcal{H}}^{(1)} - E_\mu^{(1)})\Psi_\mu^{(0)} \qquad (46a)$$

$$\text{μέ} \quad E_\mu^{(1)} = \langle \Psi_\mu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle$$

Ἀπό τήν ἐξ. (46a) ὅλες οἱ ποσότητες εἶναι γνωστές ἐκτός τῆς $\Psi_\mu^{(1)}$. Ἡ (46a) εἶναι μιά ὁμογενής διαφορική ἐξίσωσις τῆς μορφῆς

$$\hat{G}\varphi = \chi \qquad (55)$$

ὅπου $\hat{G} \equiv (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})$, $\varphi \equiv \Psi_\mu^{(1)}$ καί $\chi \equiv -(\hat{\mathcal{H}}^{(1)} - E_\mu^{(1)})\Psi_\mu^{(0)}$, ὅπου φ ἡ ἄγνωστος συνάρτησις. Ἡ (55) (δηλ. ἡ (46a)) σέ ὁρισμένες περιπτώσεις εἶναι δυνατόν νά λυθῆ ἀναλυτικῶς ἀλλά συνήθως δέν γίνεται, γι' αὐτό θ' ἀκολουθήσουμε τήν μέθοδο Rayleigh-Schrödinger. Κατ' ἀρχάς γιά ν' ἐπιδέχεται λύση ἡ (55) πρέπει νά ὑπάρχη τό ἀντίστροφο τοῦ τελεστῆ G, δηλ. τότε

$$\varphi = \hat{G}^{-1}\chi \qquad (56)$$

Τώρα ἐπειδή τό σύνολο (τό γνωστό) τῶν συναρτήσεων $\{\Psi_\mu^{(0)}\}_\mu^{\infty}$ εἶναι πλῆρες μποροῦμε νά γράψουμε

$$\Psi_\mu^{(1)} = \sum_{j=0}^{\infty} c_{j\mu}\Psi_j^{(0)} \quad \left(= \vec{c}_\mu \vec{\Psi}^{(0)}\right)^\dagger \qquad (57)$$

Ἀπό τήν (57) εἶναι προφανές ὅτι ἡ λύσις μετατίθεται στόν προσδιορισμό τῶν συντελεστῶν $\{c_{j\mu}\}$. Ἀπό τό σύνολο τῶν συναρτήσεων $\{\Psi_\mu^{(0)}\}_\mu$ ὑπάρχει μία συνάρτησις τήν ὁποία δέν μποροῦμε νά χρησιμοποιήσουμε στήν σειρά (57), αὐτό ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς: ‡ Ἐάν ὑπάρχη τό ἀντίστροφο ἑνός τελεστῆ [illegible] $\hat{G}$, θά πρέπη νά ἀπέχη καί τό ἀντίστροφο τῆς μήτρας ἡ ὁποία ἀντιστοιχίζη τόν τελεστή ὡς πρός κάποιο σύνολο συναρτήσεων, στήν προκειμένη περίπτωση τό $\{\Psi_\mu^{(0)}\}_\mu$. Γιά νά ἀπέχει τό ἀντίστροφο τῆς μήτρας G τοῦ τελεστοῦ $\hat{G}$ ἡ ὁρίζουσα τῆς G, $|G|$ πρέπει νά εἶναι $\neq 0$. Ἐπειδή ἡ ὁρίζουσα (ἡ τιμή τῆς ὁριζούσης) εἶναι τό γινόμενο τῶν ἰδιοτιμῶν τῆς μήτρας G, ἀπαιτοῦμε οἱ ἰδιοτιμές τῆς G νά εἶναι ὅλες $\neq 0$. Ὅμως $\hat{G} = (\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})$ καί $(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_\mu^{(0)} = \hat{G}\Psi_\mu^{(0)} = 0$. Ἄρα θά πρέπη νά ἀποκλεισθῆ ἡ ἰδιοσυνάρτησις $\Psi_\mu^{(0)}$, δηλ. ἐκείνη ἡ ἰδιοσυνάρτησις τοῦ ἀδιατάρακτου προβλήματος στό ἐνεργειακό ἐπίπεδο τῆς ὁποίας ἐργαζόμαστε, ἐδῶ τό μ (ἄν τό ἐπιχείρημα αὐτό ἀποκλεισμοῦ τῆς $\Psi_\mu^{(0)}$ δέν εἶναι καί τόσο κατανοητό, αὐτό δέν ἔχει ἰδιαίτερη σημασία αὐτή τή στιγμή. Θά φανῆ καί ἀπό τήν πράξη γιατί πρέπει νά ἀποκλεισθῆ ἡ συνάρτησις αὐτή ἀπό τό ἄθροισμα (57)). Γράφομε λοιπόν καί πάλι τήν (57)

$$\Psi_\mu^{(1)} = \sum_{\substack{j=0 \\ (j\neq\mu)}}^{\infty} c_{j\mu}\Psi_j^{(0)} \qquad (57\alpha)$$

Ἀντικαθιστοῦμε τήν (57α) στήν (46α) κι' ἔχομε

$$\sum_{j(\neq\mu)} c_{j\mu}(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Psi_j^{(0)} = -(\hat{\mathcal{H}}^{(1)} - E_\mu^{(1)})\Psi_\mu^{(0)}$$

Πολλαπλασιάζομε καί τά δύο μέλη τῆς γνωστῆς ἐξισώσεως μέ $\Psi_\nu^{(0)*}$ $(\nu\neq\mu)$ καί ὁλοκληρώνομε

$$\sum_{j(\neq\mu)} c_{j\mu}\langle\Psi_\nu^{(0)}|(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})|\Psi_j^{(0)}\rangle = -\langle\Psi_\nu^{(0)}|(\hat{\mathcal{H}}^{(1)} - E_\mu^{(1)})|\Psi_\mu^{(0)}\rangle$$

ἤ

$$\sum_{j(\neq\mu)} c_{j\mu}(E_j^{(0)} - E_\mu^{(0)})\langle\Psi_\nu^{(0)}|\Psi_j^{(0)}\rangle = -\langle\Psi_\nu^{(0)}|(\hat{\mathcal{H}}^{(1)} - E_\mu^{(1)})|\Psi_\mu^{(0)}\rangle$$

Ἀλλά ἐπειδή $\langle\Psi_\nu^{(0)}|\Psi_j^{(0)}\rangle=\delta_{\nu j}$, ἡ τελευταία γράφεται

$$\sum_{j(\neq\mu)} c_{j\mu}\left(E_j^{(0)}-E_\mu^{(0)}\right)\delta_{\nu j} = -\langle\Psi_\nu^{(0)}|\left(\hat{H}^{(1)}-E_\mu^{(1)}\right)|\Psi_\mu^{(0)}\rangle, \quad \nu\neq\mu .$$

Λόγω τοῦ παράγοντος $\delta_{\nu j}$ ὁ μοναδικός ἐπιζῶν ὅρος τοῦ ἀριστεροῦ ἀθροίσματος εἶναι ὁ $\nu=j$· ἐπί πλέον τό δεξιό μέλος γράφεται

$$-\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle + E_\mu^{(1)}\underbrace{\langle\Psi_\nu^{(0)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle}_{0\ (\nu\neq\mu)} = -\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle$$

Ἄρα

$$c_{\nu\mu}\left(E_\nu^{(0)}-E_\mu^{(0)}\right) = -\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle$$

καί

$$c_{\nu\mu} = \frac{\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle}{E_\mu^{(0)}-E_\nu^{(0)}}, \quad \mu\neq\nu^{+} \qquad (58)$$

Ἀπό τήν ἐξ. (58) εἶναι φανερό γιατί ἀπό τήν ἀρχή ζητήσαμε $\nu\neq\mu$. Χρησιμοποιώντας τήν (58) στήν (57α) ἔχουμε τήν πρώτη διόρθωση τῆς συναρτήσεως ‡

$$\boxed{\Psi_\mu^{(1)} = \sum_{\nu(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle}{E_\mu^{(0)}-E_\nu^{(0)}}\Psi_\nu^{(0)}} \qquad (59)$$

Ἀπό τή (59) μποροῦμε νά ὑπολογίσουμε σύμφωνα μέ τίς σχέσεις (49) καί (53) τίς $E_\mu^{(2)}$ καί $E_\mu^{(3)}$. Πράγματι ἀπό τήν (49) δι' ἀπευθείας ἀντικαταστάσεως τῆς (59) παίρνουμε

$$E_\mu^{(2)} = \langle\Psi_\mu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(1)}\rangle = \sum_{\nu(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\langle\Psi_\nu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\mu^{(0)}\rangle\langle\Psi_\mu^{(0)}|\hat{H}^{(1)}|\Psi_\nu^{(0)}\rangle}{E_\mu^{(0)}-E_\nu^{(0)}}$$

ή επειδή $\langle \Phi_\nu^{(0)}|\hat{\mathcal{H}}^{(1)}|\Phi_\mu^{(0)}\rangle = \langle \Phi_\mu^{(0)}|\hat{\mathcal{H}}^{(1)}|\Phi_\nu^{(0)}\rangle^*$

$$E_\mu^{(2)} = \sum_{\nu(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\left|\langle \Phi_\nu^{(0)}|\hat{\mathcal{H}}^{(1)}|\Phi_\mu^{(0)}\rangle\right|^2}{E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}} \qquad (60)$$

Η έκφρασις (60) μας λέει, επίσης, ότι στην περίπτωση όπου $\mu = 0$ (φυσικά $\nu \neq 0$), $E_0^{(0)} < E_\nu^{(0)} \rightarrow E_0^{(0)} - E_\nu^{(0)} < 0$, άρα

$E_0^{(2)} < 0$, κάτι πού ήδη γνωρίζαμε.

Στό σημείο αυτό μπορούμε νά γράψουμε σύμφωνα μέ τά προηγούμενα

$$\left.\begin{aligned} \Phi_\mu &\simeq \Phi_\mu^{(0)} + \sum_{\nu(\neq\mu)}^{\infty} \frac{H^{(1)}_{\nu\mu}}{E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}} \Phi_\nu^{(0)} \\ \text{καί} \quad E_\mu &\simeq E_\mu^{(0)} + H^{(1)}_{\mu\mu} + \sum_{\nu(\neq\mu)}^{\infty} \frac{|H^{(1)}_{\nu\mu}|^2}{E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}} + E_\mu^{(3)} \end{aligned}\right\} \qquad (61)$$

όπου $H^{(1)}_{\nu\mu} = \langle \Phi_\nu^{(0)}|\hat{\mathcal{H}}^{(1)}|\Phi_\mu^{(0)}\rangle$

Από τήν γνωστή $\Phi_\mu^{(1)}$ όπως ήδη αναφέρθη μπορούμε νά υπολογίσουμε καί τήν $E_\mu^{(3)}$, όμως οι εκφράσεις γίνονται αρκετά περίπλοκες πλέον.† Στό σημείο αυτό θά σχολιάσουμε λίγο τίς σχέσεις (61). Από τήν πρώτη των (61) παρατηρούμε ότι η επίδρασις της διαταράξεως $\hat{\mathcal{H}}^{(1)}$ στην αδιατάρακτο συνάρτηση $\Phi_\mu^{(0)}$ είναι νά αναμιγνύη άλλες καταστάσεις $\{\Phi_\nu^{(0)}\}_{\nu\neq\mu}$ πολλαπλασιασμένες μέ συντελεστάς "βαρύτητος". Επειδή οι συντελεσταί αυτοί είναι ανάλογοι τού $1/E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}$, η σπουδαιότερη συνεισφορά από τόν συναρτησιακό χώρο $\{\Phi_\nu^{(0)}\}$ θά προέρχεται από καταστάσεις πλησιέστερες στην κατάσταση μ. Τώρα η διόρθωση πρώτης τάξεως στην ενέργεια είναι απλή καί δέν ἔχουμε πρῶτα νά ὑπολογίσουμε τό ὁλοκλήρωμα $H_{\mu\mu}^{(1)}$· ὅμως ἡ δευτέρας τάξεως διόρθωσις, ἡ $E_\mu^{(2)}$ δέν ἀπαιτεῖ μόνον τόν ὑπολογισμό τῶν μητροστοιχείων $H_{j\mu}^{(1)}$ μεταξύ τῆς καταστάσεως μ καί ὅλων τῶν ὑπολοίπων, ἀλλά καί τήν ἐκτέλεση τοῦ ἀπείρου ἀθροίσματος. Στίς περισσότερες τῶν περιπτώσεων ὁ ἀκριβής ὑπολογισμός τῆς $E_\mu^{(2)}$ εἶναι ἀδύνατος. Ἀκόμη μία παρατήρηση: Τό ἄθροισμα στίς ἐξ. (61) εἶναι ἄθροισμα ὡς πρός "καταστάσεις" καί ὄχι ὡς πρός ἐνεργειακές στάθμες. Αὐτό σημαίνει ὅτι ἐάν ἔχουμε (καί σχεδόν πάντοτε ἔχουμε) ἐκφυλισμένες καταστάσεις (ἐκτός βέβαια τῆς μ) στό ἄθροισμα πρέπει νά συμπεριληφθοῦν ὅλες οἱ γραμμικῶς ἀνεξάρτητες συναρτήσεις τοῦ ἐκφυλισμένου ἐπιπέδου.

Ἄς δοῦμε τώρα τήν δεύτερη τῶν ἐξισώσεων (46)

$$(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Phi_\mu^{(2)} = -\hat{\mathcal{H}}^{(1)}\Phi_\mu^{(1)} + E_\mu^{(2)}\Phi_\mu^{(0)} + E_\mu^{(1)}\Phi_\mu^{(1)}, \text{ ἤ}$$

$$(\hat{\mathcal{H}}_0 - E_\mu^{(0)})\Phi_\mu^{(2)} = E_\mu^{(2)}\Phi_\mu^{(0)} + (E_\mu^{(1)} - \hat{\mathcal{H}}^{(1)})\Phi_\mu^{(1)} \qquad (62)$$

Ἡ (62), καθώς καί ὅλες οἱ ἐξισώσεις τοῦ τύπου (46), ἤ γενικώτερα ἡ (45) εἶναι τοῦ τύπου $\hat{G}\varphi = \chi$ ὅπου χ γνωστή συνάρτησις, διότι ὅλες οἱ ποσότητες τοῦ δεξιοῦ μέρους τῆς (62) εἶναι γνωστές. Ἀξίζει νά ὑπολογίσουμε ἀπό τήν (62) τήν $\Phi_\mu^{(2)}$. Γράφουμε ὅπως καί προηγουμένως

$$\Phi_\mu^{(2)} = \sum_{j=0}^{\infty} c_{j\mu}\Phi_j^{(0)} \qquad (63)$$

δίχως κατ' ἀρχάς περιορισμό ἐπί τοῦ ἀθροίσματος. Ἀντικατάστασις τῆς (63) στήν (62), πολλαπλασιασμός ἐξ' ἀριστερῶν μέ τήν $(\Phi_\nu^{(0)})^*$ καί ὁλοκλήρωσις μᾶς δίνει

$$\sum_{j=0}^{\infty} c_{j\mu} \left(E_j^{(0)} - E_\mu^{(0)} \right) \langle \psi_\nu^{(0)} | \psi_j^{(0)} \rangle = E_\mu^{(2)} \langle \psi_\nu^{(0)} | \psi_\mu^{(0)} \rangle +$$

$$+ E_\mu^{(1)} \langle \psi_\nu^{(0)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle - \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle , \quad \text{ή}$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} c_{j\mu} \left(E_j^{(0)} - E_\mu^{(0)} \right) \delta_{\nu j} = E_\mu^{(2)} \delta_{\nu\mu} + E_\mu^{(1)} \langle \psi_\nu^{(0)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle -$$

$$- \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle ,$$

$$\Rightarrow \quad c_{\nu\mu} \left(E_\nu^{(0)} - E_\mu^{(0)} \right) = E_\mu^{(2)} \delta_{\nu\mu} + E_\mu^{(1)} \langle \psi_\nu^{(0)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle - \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle \qquad (64)$$

Εξετάζουμε δύο περιπτώσεις, (α) $\nu = \mu$ και (β) $\nu \neq \mu$. Όπως αμέσως θα διαπιστώσουμε η περίπτωση (α) δεν μας παρέχει τίποτε το καινούργιο, ενώ η (β) μας δίνει την συνάρτηση $\psi_\mu^{(2)}$.

(α) $\nu = \mu$. Η (64) μας παρέχει

$$0 = E_\mu^{(2)} + E_\mu^{(1)} \underbrace{\langle \psi_\mu^{(0)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle}_{0} - \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle$$

$$\Rightarrow \quad E_\mu^{(2)} = \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle$$

και έτσι επαληθεύσαμε την γενική σχέση (49) για την περίπτωση $N=2$.

(β) $\nu \neq \mu$. $c_{\nu\mu} \left(E_\nu^{(0)} - E_\mu^{(0)} \right) = - \langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(1)} \rangle$

ή $$c_{\nu\mu} = \frac{\langle \psi_\nu^{(0)} | \hat{\mathcal{H}}^{(1)} | \psi_\mu^{(0)} \rangle}{E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}} , \quad \nu \neq \mu \qquad (65)$$

Ἡ (65) λόγῳ τῆς (59) γράφεται

$$C_{\nu\mu} = \frac{\left\langle \Psi_\nu^{(0)} \middle| \hat{H}^{(1)} \middle| \sum_{k(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\langle \Psi_k^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}{E_\mu^{(0)} - E_k^{(0)}} \Psi_k^{(0)} \right\rangle}{E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)}} \qquad \nu \neq \mu$$

$$= \frac{\langle \Psi_\nu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\nu^{(0)} \rangle \langle \Psi_\nu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}{(E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)})^2}$$

$$+ \sum_{k(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\langle \Psi_\nu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_k^{(0)} \rangle \langle \Psi_k^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}{(E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)})(E_\mu^{(0)} - E_k^{(0)})} \qquad \nu \neq \mu$$

ἢ

$$C_{\nu\mu} = \frac{E_\nu^{(1)} \langle \Psi_\nu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}{(E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)})^2} + \frac{1}{(E_\mu^{(0)} - E_\nu^{(0)})} \sum_{k(\neq\mu)}^{\infty} \frac{\langle \Psi_\nu^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_k^{(0)} \rangle \langle \Psi_k^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\mu^{(0)} \rangle}{E_\mu^{(0)} - E_k^{(0)}} \qquad \nu \neq \mu \qquad (65a)$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν (65a) στὴν (63) παίρνομε γιὰ τὴν $\Psi_\mu^{(2)}$

$$\Psi_\mu^{(2)} = \sum_{j(\neq\mu)}^{\infty} \frac{E_j^{(1)} H_{j\mu}^{(1)}}{(E_\mu^{(0)} - E_j^{(0)})} \Psi_j^{(0)} + \sum_{j(\neq\mu)}^{\infty} \sum_{k(\neq\mu)}^{\infty} \frac{H_{jk}^{(1)} H_{k\mu}^{(1)}}{(E_\mu^{(0)} - E_j^{(0)})(E_\mu^{(0)} - E_k^{(0)})} \Psi_j^{(0)} \qquad (66)$$

ὅπου

$$H_{\rho\sigma}^{(1)} \equiv \langle \Psi_\rho^{(0)} | \hat{H}^{(1)} | \Psi_\sigma^{(0)} \rangle$$

Ἀπὸ τὴ σχέση (65a) ὁ συντελεστὴς τῆς (63) $C_{\mu\mu}$ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ, ἀλλὰ λόγῳ τῆς $\langle \Psi_\mu^{(0)} | \Psi_\mu^{(N)} \rangle = \delta_{0N}$ ἀποδεικνύεται, ὅπως καὶ προηγουμένως ὅτι $C_{\mu\mu} = 0$.
Ἡ $E_\mu^{(3)}$ "ὑπολογίζεται" ἀμέσως δι' ἀντικαταστάσεως τῆς (66) στὴν (49) $(N=3)$.

Ἀπό τήν (66) εἶναι δυνατόν νά ὑπολογισθοῦν ἐνέργειες διαταράξεως μέχρι καί 9ης τάξεως. Στό σημεῖο αὐτό δέ σταματήσωμε τήν ἀνάπτυξη της (μή ἐκφυλισμένης) θεωρί- διαταράξεως διότι ἤδη καλύψαμε τά κυριώτερα σημεῖα της. Ὁ τύπος αὐτός της θεωρίας διαταράξεως ὁ ὁποῖος ἀνεπτύ- χθη ἐδῶ ὀνομάζεται Rayleigh-Schrödinger καί δέν εἶναι βέβαια ὁ μοναδικός, π.χ. ἄλλου εἴδους θεώρησις τῶν ἀρχι- κῶν μας προϋποθέσεων ὁδηγεῖ στήν θεωρία διαταράξεως κα- τά Wigner-Brillouin.