III. ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

ΙΞΩΔΕΣ

Φαινόμενα μεταφοράς

Φαινόμενα μεταφοράς είναι οι διεργασίες εκείνες κατά τις οποίες ένα φυσικό μέγεθος όπως μάζα, ενέργεια, ορμή ή ηλεκτρικό φορτίο μεταφέρεται από μια περιοχή ενός συστήματος σε άλλη. Έστω για παράδειγμα μεταλλική ράβδος, η οποία συνδέει δύο αποθήκες θερμότητας διαφορετικών θερμοκρασιών. Τότε μεταφέρεται θερμότητα μέσω της ράβδου από την αποθήκη της υψηλής θερμοκρασίας προς εκείνη της χαμηλής. Άλλα παραδείγματα είναι η μεταφορά ηλεκτρικού φορτίου μέσω αγωγού δι' εφαρμογής διαφοράς δυναμικού στα άκρα του, η μεταφορά μάζας ρευστού που γίνεται κατά την ροή εντός σωλήνος λόγω βαθμίδας πιέσεως μεταξύ των άκρων του, η μεταφορά μάζας ρευστού που γίνεται, όταν υφίσταται βαθμίδα συγκεντρώσεως (διάχυση), καθώς επίσης μεταφορά ορμής κατά διεύθυνση κάθετη προς τη διεύθυνση ροής (ιξώδες).

Σε όλες τις περιπτώσεις ροής, η ποσότητα του φυσικού μεγέθους που μεταφέρεται στη μονάδα του χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας κάθετης προς την διεύθυνση ροής, είναι ανάλογη προς την βαθμίδα μιας άλλης φυσικής ιδιότητας, όπως η θερμοκρασία, η πίεση, το ηλεκτρικό δυναμικό ή η συγκέντρωση.

Εάν επιλεγεί ο άξονας z ως διεύθυνση της ροής, ο γενικός νόμος μεταφοράς γράφεται ως εξής,

$$J_z = B\left(-\frac{\partial Y}{\partial z}\right) \qquad (1)$$

όπου J_z είναι η ροή, δηλαδή το ποσό του μεγέθους που μεταφέρεται ανά m^2 και ανά sec, B είναι σταθερά αναλογίας και ονομάζεται φαινομενολογικός συντελεστής και τέλος $(-\partial Y/\partial z)$ είναι η αρνητική βαθμίδα του Y κατά την διεύθυνση της ροής. Το μέγεθος Y συμβολίζει θερμοκρασία, ηλεκτρικό δυναμικό, πίεση κ.λ.π. Εφόσον η ροή πραγματοποιείται κατά μια ωρισμένη διεύθυνση, είναι μέγεθος διανυσματικό και κατά συνέπεια η εξίσωση (1) περιγράφει την κατά τον άξονα z συνιστώσα του διανύσματος. Για τα παραδείγματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως, γράφονται οι αντίστοιχες εξισώσεις ροής κατά τη διεύθυνση του άξονος z:

Ροή θερμότητας $J_z = -\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z}$ (νόμος του Fourier), (2)

Ηλεκτρικό ρεύμα $J_z = -\kappa \frac{\partial \Phi}{\partial z}$ (νόμος του Ohm), (3)

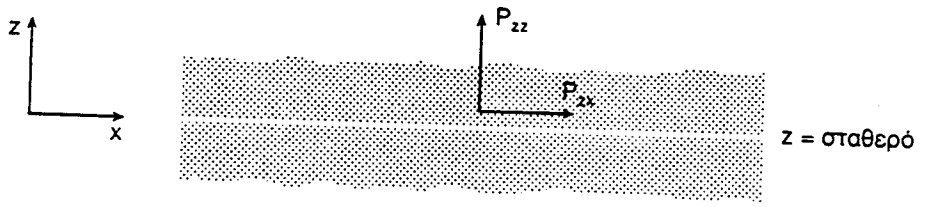
Ροή ρευστού $J_z = -\eta \frac{\partial p}{\partial z}$ (νόμος του Poiseuille), (4)

Διάχυση $J_z = -D \frac{\partial c}{\partial z}$ (νόμος του Fick), (5)

Στις εξισώσεις αυτές, κ_T είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας, κ η ειδική αγωγιμότητα, η ο συντελεστής εσωτερικής τριβής (συντελεστής ιξώδους) και D είναι ο συντελεστής διαχύσεως.

Ορισμός συντελεστού ιξώδους

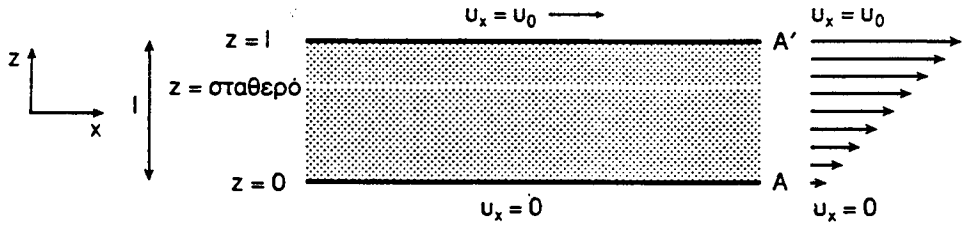
Έστω ρευστό (υγρό ή αέριο) κινούμενο κατά την διεύθυνση x και ας υποτεθεί εντός αυτού επίπεδο κάθετο στον άξονα z (Σχ. 1).



Σχήμα 1. Σχηματική παράσταση ρευστού και δυνάμεων που αναπτύσσονται εντός αυτού κατά την κίνησή του στον άξονα x.

Το μέρος του ρευστού κάτωθεν του επιπέδου εξασκεί μια μέση δύναμη P_z (τάση) ανά μονάδα επιφανείας επί του ρευστού που ευρίσκεται άνωθεν του επιπέδου. Αντιστοίχως, βάσει του τρίτου νόμου του Newton, θα εξασκείται τάση $-P_z$ από το ρευστό του επάνω μέρους του επιπέδου στο ρευστό του κάτω μέρους. Η κάθετη συνιστώσα της P_z δηλαδή η P_{zz} αποτελεί την μέση πίεση $\bar{p}$ του ρευστού. Όταν το ρευστό ευρίσκεται σε ισορροπία ή εάν κινείται με ομαλή ταχύτητα, δεν υπάρχει παράλληλη συνιστώσα της P_z δηλαδή η $P_{zx}=0$. (Το μέγεθος P_{zx} περιγράφεται από δύο δείκτες, ο πρώτος εξ αυτών χαρακτηρίζει τον προσανατολισμό του επιπέδου ενώ ο δεύτερος την συνιστώσα της δυνάμεως ανά μονάδα επιφανείας που ασκείται μέσω αυτού του επιπέδου.

Ας θεωρηθεί τώρα μια κατάσταση μη ισορροπίας, δηλαδή περίπτωση ροής ρευστού του οποίου διάφορα στρώματα κινούνται με διαφορετική ταχύτητα u_x, που σημαίνει ότι το μέτρον της ταχύτητας κινήσεως του ρευστού προς δεδομένη διεύθυνση x είναι συνάρτηση της αποστάσεως z ($u_x = u_x(z)$, Σχ. 2).



Σχήμα 2. Σχηματική παράσταση ρευστού μεταξύ δύο πλακών A και A' (A: ακίνητη, A': κινούμενη).

Τέτοια κατάσταση μπορεί να παραχθεί, εάν το υγρό περικλείεται μεταξύ δύο πλακών που απέχουν μεταξύ τους απόσταση *l*. Η κάτω πλάκα στο σημείο z = 0 παραμένει ακίνητη, ενώ η άνω πλάκα στο σημείο z = *l* κινείται προς την κατεύθυνση του άξονος x με σταθερά ταχύτητα u_0. Κατά την κίνηση αυτή όλα τα μόρια του ρευστού που ευρίσκονται σε επαφή με την άνω πλάκα, θα κινούνται λόγω συναφείας με την ταχύτητα u_0, ενώ όλα τα μόρια που ευρίσκονται στην κάτω πλάκα, θα παραμένουν ακίνητα. Κατ' αυτόν τον τρόπο στο εσωτερικό του ρευστού, το οποίο ευρίσκεται μεταξύ των δύο πλακών, δημιουργούνται στρώματα, τα οποία κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες u_x που κυμαίνονται μεταξύ της τιμής μηδέν και της τιμής u_0. Στην περίπτωση αυτή το υγρό εξασκεί στην κινουμένη πλάκα δύναμη ίση και αντίθετη προς αυτή που προκαλεί την κίνηση, ώστε να επιβραδύνεται αυτή με αποτέλεσμα την αποκατάσταση ισορροπίας. Στην περίπτωση αυτή $\partial u_x/\partial z \neq 0$, οπότε η P_{zx} πρέπει να είναι συνάρτηση παραγώγων της u_x ως προς z, η οποία μηδενίζεται όταν η u_x είναι ανεξάρτητη της αποστάσεως z. Αλλά εάν η $\partial u_x/\partial z$ θεωρηθεί σχετικά μικρή, ισχύει τότε η σχέση,

$$P_{zx} = -\eta \frac{\partial u_x}{\partial z} \qquad (6)$$

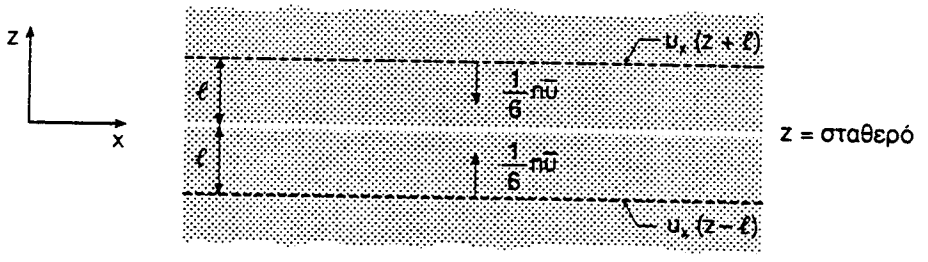
Η σταθερά αναλογίας η ονομάζεται συντελεστής ιξώδους ή ιξώδες και $\partial u_x/\partial z$ είναι η βαθμίδα ταχύτητας κατά μήκος του άξονος z. Εάν η u_x αυξάνεται με την αύξηση του z, τότε μόρια στρώματος που κινούνται με μικρή ταχύτητα τείνουν να επιβραδύνουν μόρια στρώματος μεγαλυτέρων ταχυτήτων και έτσι αναπτύσσεται επ' αυτών δύναμη κατά την διεύθυνση του άξονος -x. Αυτό σημαίνει ότι, εάν $\partial u_x/\partial z > 0$, τότε $P_{zx} < 0$. Κατά συνέπεια το αρνητικό σημείο τίθεται ώστε η τιμή του η να είναι πάντοτε θετική. Μονάδα μετρήσεως του συντελεστού ιξώδους η είναι το poise και είναι ίσον με,

$$1 \text{ poise} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Υπολογισμός συντελεστού ιξώδους αραιού αερίου

Έστω η περίπτωση αραιού αερίου. Τότε μπορεί να δοθεί ένας απλός υπολογισμός του συντελεστού ιξώδους βάσει της κινητική θεωρίας των αερίων. Θεωρείται πάλι επίπεδο εντός του αερίου κάθετο στον άξονα z. Μόρια ενός στρώματος κινουμένου με μεγαλύτερη ταχύτητα μεταβαίνουν στο κινούμενο με μικρότερη ταχύτητα και προσδίδουν σ' αυτό ορμή. Το αντίθετο συμβαίνει με τα μόρια του βραδυτέρου στρώματος. Κατά συνέπεια η ροή των ανωτέρων στρωμάτων (δηλαδή των κινουμένων με μεγαλύτερη ταχύτητα) επιβραδύνεται, ενώ των κατωτέρων στρωμάτων επιταχύνεται.

Εάν υπάρχουν n μόρια αερίου στην μονάδα του όγκου, τότε το 1/3 περίπου εξ αυτών έχουν ταχύτητες κατά μήκος του άξονα z. Τα μισά από αυτά, δηλαδή 1/6 n μόρια ανά μονάδα όγκου, θα έχουν μέση ταχύτητα u κατά τη διεύθυνση +z, ενώ τα άλλα μισά θα έχουν μέση ταχύτητα ū κατά την διεύθυνση -z. Επομένως κατά μέσον όρο (1/6nū) μόρια στη μονάδα του χρόνου διαπερνούν ένα στοιχειώδες τμήμα επιφανείας του επιπέδου με διεύθυνση εκ των κάτω προς τα άνω. Ομοίως (1/6nū) μόρια διαπερνούν στη μονάδα του χρόνου εκ των άνω ένα στοιχειώδες τμήμα της επιφανείας του επιπέδου. Τα μόρια όμως που διαπερνούν το επίπεδο εκ των κάτω προς τα άνω, κατά μέσον όρον, υπέστησαν την τελευταία τους σύγκρουση σε απόσταση l (όπου l, η μέση ελευθέρα διαδρομή) κάτωθεν του επιπέδου. Εφόσον η μέση ταχύτητα u_x κατά την διεύθυνση x είναι συνάρτηση της αποστάσεως z ($u_x = u_x(z)$), τα μόρια στη θέση $(z-l)$ έχουν μέση ταχύτητα $u_x(z-l)$. Κατά συνέπεια κάθε μόριο μάζας m μεταφέρεται με μέση ορμή $P_x = mu_x(z-l)$ επί του επιπέδου καθέτου στον άξονα z (Σχ. 3).



Σχήμα 3. Μεταφορά ορμής από τα μόρια κάθετα προς το επίπεδο.

Βάσει όσων έχουν λεχθεί μπορεί κανείς να εξάγει τα εξής συμπεράσματα:

Η μέση συνιστώσα x της ορμής που μεταφέρεται στη μονάδα του χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας κατά μήκος του επιπέδου εκ των κάτω προς τα άνω είναι ίση με,

$$\uparrow P_{zx} = \left(\frac{1}{6} n\bar{u}\right) [m u_x (z - l)] \tag{7}$$

Εντελώς ανάλογα η μέση συνιστώσα x της ορμής που μεταφέρεται στη μονάδα του χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας κατά μήκος του επιπέδου εκ των άνω προς τα κάτω είναι ίση με,

$$\uparrow P_{zx} = \left(\frac{1}{6} n\bar{u}\right) [m u_x (z + l)] \tag{8}$$

Αν αφαιρεθεί η (8) από την (7), λαμβάνεται η καθαρά μοριακή συνιστώσα της ορμής στην μονάδα του χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας με διεύθυνση εκ των κάτω προς τα άνω. Επειδή η μεταβολή της ορμής ανά μονάδα χρόνου και επιφανείας αποτελεί την τάση P_{zx}, ισχύει ότι:

$$P_{zx} = \left(\frac{1}{6} n\bar{u}\right) [m u_x (z - l)] - \left(\frac{1}{6} n\bar{u}\right) [m u_x (z + l)]$$

ή

$$P_{zx} = \frac{1}{6} n\bar{u}m [u_x (z - l) - u_x (z + l)] \tag{9}$$

Η $u_x(z)$ μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Taylor όπου οι ανωτέρας τάξεως όροι μπορούν να παραλειφθούν εφόσον η βαθμίδα ταχύτητας $\partial u_x/\partial z$ θεωρείται μικρή. Επομένως,

$$u_x (z + l) = u_x (z) + \frac{\partial u_x}{\partial z} l \ldots$$

$$u_x (z - l) = u_x (z) - \frac{\partial u_x}{\partial z} l \ldots$$

Άρα

$$P_{zx} = \frac{1}{6} n\bar{u}m \left(-2 \frac{\partial u_x}{\partial z} l\right) \equiv -\eta \frac{\partial u_x}{\partial z} \tag{10}$$

όπου η σταθερά αναλογίας η αποτελεί τον συντελεστή ιξώδους (ή απλώς ιξώδες) και ισούται με,

$$\eta = \frac{1}{3} n\bar{u}ml \tag{11}$$

Η σχέση (11) οδηγεί σε κάποια ενδιαφέροντα προλεγόμενα. Είναι γνωστόν εκ της κινητικής θεωρίας ότι η μέση ταχύτητα των μορίων παρέχεται από τη σχέση,

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}} \tag{12}$$

κατά συνέπεια,

$$\eta = \frac{1}{3} nm l \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}} \tag{13}$$

ισχύει όμως ότι,

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\, n \sigma_0} \tag{14}$$

Άρα,

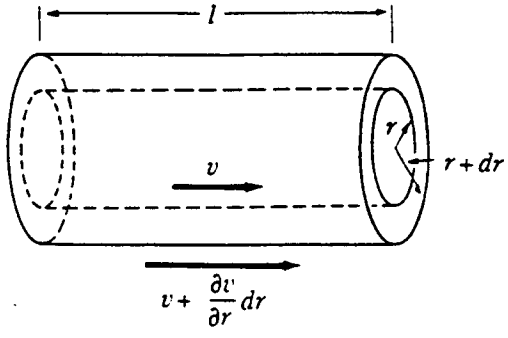
$$\eta = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{\sigma_0} \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{\sigma_0} \cdot \bar{u} \tag{15}$$

όπου σ_0 η ολική ενεργός διατομή σκεδάσεως.

Η σχέση (15) δείχνει ότι ο συντελεστής ιξώδους η των αερίων είναι ανάλογος της θερμοκρασίας T και ανεξάρτητος της πυκνότητας n του αερίου ή ανεξάρτητος της πιέσεως του p = nkT. Πράγματι, ευρέθη πειραματικώς ότι ο συντελεστής η αυξάνει με την θερμοκρασία. Η αύξηση όμως αυτή της θερμοκρασίας είναι μεγαλύτερη από αυτή που προβλέπει η σχέση (15) διότι με την θερμοκρασία αυξάνεται η μέση ταχύτητα των μορίων, ελαττούται όμως η διάμετρος συγκρούσεως αυτών λόγω των ελκτικών δυνάμεων που εξασκούνται μεταξύ των μορίων με αποτέλεσμα την αύξηση της μέσης ελευθέρας διαδρομής *l*. Το εκ πρώτης όψεως παράδοξο ότι ο συντελεστής η είναι ανεξάρτητος της πυκνότητας του αερίου και κατά συνέπεια της πιέσεως αυτού, επαληθεύεται πειραματικώς εφόσον οι πιέσεις δεν είναι πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες. Σε μεγάλες πιέσεις πρέπει να ληφθούν υπόψη οι διαμοριακές δυνάμεις. Σε πολύ μικρές πιέσεις η μέση ελευθέρα διαδρομή γίνεται της αυτής τάξεως μεγέθους με τις διαστάσεις του δοχείου, που περιέχει το αέριο με αποτέλεσμα οι συγκρούσεις να λαμβάνουν χώρα στα τοιχώματα και όχι μεταξύ των κινουμένων μορίων. Ελάττωση της πιέσεως συνεπάγεται ελάττωση του αριθμού των μορίων τα οποία μεταφέρουν την ορμή αλλά ταυτοχρόνως αυξάνεται η μέση ελευθέρα διαδρομή και συνεπώς κάθε μόριο που προέρχεται από στρώμα που ευρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση μεταφέρει μεγαλύτερη ορμή.

Εξίσωση Poiseuille

Η ταχύτητα ροής ρευστού μέσω σωλήνος εξαρτάται από τις διαστάσεις του (ακτίνα και μήκος), το ιξώδες του ρευστού και την διαφορά πιέσεως μεταξύ των άκρων του σωλήνος. Η εύρεση σχέσεως μεταξύ αυτών των μεγεθών προϋποθέτει υπολογισμό του όγκου του ρευστού που διέρχεται από κάθε σημείο στη μονάδα του χρόνου. Η ροή σε στενούς κυλινδρικούς σωλήνες θεωρείται ότι είναι στρωτή. Η ταχύτητα ροής στα τοιχώματα του σωλήνος υποτίθεται ότι είναι μηδενική, αυξάνεται δε εκ των τοιχωμάτων προς το εσωτερικόν και γίνεται μεγίστη στον άξονα του σωλήνος. Έστω τώρα ότι ο σωλήνας ευρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε ο άξονάς του να ευρίσκεται κατά την διεύθυνση του άξονος x και ότι η μάζα χωρίζεται σε ομοαξονικά κυκλινδρικά στρώματα στοιχειώδους πάχους. Το κυλινδρικό στρώμα του σχήματος 4 έχει εσωτερική ακτίνα r και εξωτερική r+dr.



Σχήμα 4. Σχηματική παράσταση ροής ρευστού εντός κυλινδρικού σωλήνος.

Εάν η ταχύτητα του κυλινδρικού αυτού στρώματος είναι u(m/s), τότε ο όγκος του ρευστού που διέρχεται από κάθε σημείο στη μονάδα του χρόνου είναι 2πrudr. Ο συνολικός όγκος που διέρχεται από κάθε σημείο στη μονάδα του χρόνου είναι ίσος προς,

$$\dot{V} = \int_0^{r_o} 2\pi r u dr \qquad (16)$$

όπου r_o είναι η ακτίνα του σωλήνος.

Στη μόνιμη ροή η δύναμη f_p λόγω διαφοράς πιέσεως, η οποία επιδρά σε κάθε στρώμα στα δύο άκρα του σωλήνα και η δύναμη εσωτερικής τριβής επί της παράπλευρης κυλινδρικής επιφάνειας αυτού είναι ίσες.

Η δύναμη f_p λόγω διαφοράς πιέσεως είναι:

$$f_p = (p_1 - p_2)\,\pi r^2 \tag{17}$$

Η δύναμη τριβής επί του κυλινδρικού στρώματος ακτίνος r και επιφανείας 2πrl είναι,

$$f_r = -\eta\,(2\pi r l)\,\frac{\partial u}{\partial r} \tag{18}$$

Η βαθμίδα ταχύτητας ∂u/∂r είναι αρνητική διότι όσον απομακρύνεται κανείς από τον άξονα του κυλίνδρου τόσον η ταχύτητα ελαττούται.
Άρα,

$$f_r = f_p \tag{19}$$

$$-\eta\,(2\pi r l)\,\frac{\partial u}{\partial r} = (p_1 - p_2)\,\pi r^2$$

$$du = -\frac{(p_1 - p_2)\,r\,dr}{2\eta l} \tag{20}$$

Κατόπιν ολοκληρώσεως προκύπτει ότι,

$$u = -\frac{(p_1 - p_2)\,r^2}{4\pi l} + C \tag{21}$$

όταν $r = r_o$, τότε $u = 0$ και κατά συνέπεια μπορεί να υπολογισθεί η σταθερά C.

$$C = \frac{(p_1 - p_2)\,r_o^2}{4\eta l}$$

Άρα,

$$u = \frac{(p_1 - p_2)\,(r_o^2 - r^2)}{4\eta l} \tag{22}$$

Η εξίσωση (22) εκφράζει την ταχύτητα ως συνάρτηση του r, σχέση που απαιτείται για να υπολογισθεί ο όγκος ανά μονάδα χρόνου βάσει της σχέσεως (16), η οποία μετατρέπεται ως εξής,

$$\dot{V} = \frac{\pi\,(p_1 - p_2)}{2\eta l}\int_0^{r_o} (r_o^2 - r^2)\,r\,dr = \frac{\pi\,r_o^4\,(p_1 - p_2)}{8\eta l} \tag{23}$$

Η σχέση (23) αποτελεί την εξίσωση Poiseuille, η οποία έχει επαληθευθεί με αρκετή ακρίβεια για ροή ρευστών μέσω σωλήνων όπου $r_o << l$. Αν είναι γνωστά το μήκος και η ακτίνα του σωλήνος καθώς και η διαφορά πιέσεως, είναι δυνατός ο υπολογισμός της τιμής του η από μετρήσεις όγκου υγρού που εκρέει στην μονάδα του χρόνου. Αντιστρόφως, εάν είναι γνωστό το η, η ακτίνα του σωλήνα μπορεί να υπολογισθεί από τον όγκο εκροής. Αυτό είναι χρήσιμο για μετρήσεις ενεργού διατομής σε τριχοειδή σωλήνα. Εφόσον η βαθμίδα πιέσεως είναι ίση προς,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_1 - p_2}{l},$$

η εξίσωση (23) γράφεται με την εξής μορφή,

$$\dot{V} = -\frac{\pi r_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \qquad (24)$$

Στην περίπτωση των αερίων ο όγκος μεταβάλλεται σημαντικά με την πίεση. Για πολύ μικρές μεταβολές της πιέσεως η σχέση (24) γράφεται:

$$d\dot{V} = \frac{\pi r_o^4}{8\eta l} dp \qquad (25)$$

Επειδή δε $pdV = RT\, dn$, όπου dn ο αριθμός των γραμμομορίων στον όγκο dV ισχύει τότε ότι, $dV = RT\, dn/p$, οπότε η σχέση (25) μετασχηματίζεται ως εξής,

$$dn = \frac{\pi r_o^4}{8\eta l RT} pdp \qquad (25)$$

και

$$n = \frac{\pi r_o^4}{8\eta l RT} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{2} = \frac{\pi r_o^4}{8\eta l RT} \frac{p_1 + p_2}{2} (p_1 - p_2)$$

Εάν τεθεί $(p_1+p_2)/2 = \bar{p}$, όπου $\bar{p}$ η μέση πίεση, τότε η προηγούμενη σχέση γράφεται,

$$\frac{nRT}{\bar{p}} = \dot{V} = \frac{\pi r_o^4}{8\eta l} (p_1 - p_2) \qquad (26)$$

Προσδιορισμός ιξώδους με το ιξωδόμετρο Ostwald. Εξάρτηση του ιξώδους από την θερμοκρασία.

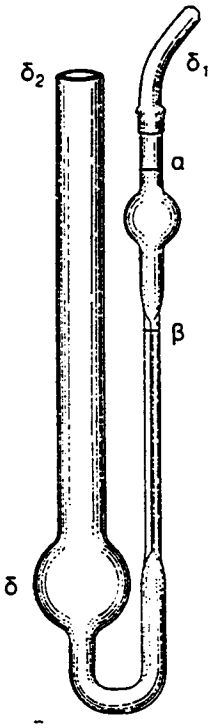
Η αρχή λειτουργίας του ιξωδομέτρου Ostwald (Σχήμα 5) στηρίζεται στη διαφορετική πίεση Δp, η οποία εμφανίζεται στις δύο επιφάνειες προκαθορισμένου όγκου υγρού. Προς τούτοις μετρούνται οι χρόνοι εκροής του προκαθορισμένου όγκου, του υπό μέτρηση υγρού, μέσω τριχοειδούς σωλήνος.

Η διαφορά πιέσεως στις επιφάνειες του υγρού, η οποία μεταβάλλεται με τον χρόνον εκροής είναι ανάλογη της πυκνότητας ρ του υγρού. Εάν δύο διαφορετικά υγρά συγκριθούν στο ίδιο ιξωδόμετρο, τότε με τη βοήθεια της εξισώσεως (26) προκύπτουν τα εξής,

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{\pi r_o^4}{8 l \eta} \Delta p$$

$$V = \frac{\pi r_o^4}{8 l} \frac{\Delta p}{\eta} t = A \frac{\rho g h}{\eta} t \qquad (27)$$

όπου $A = \pi r_o^4 / 8 l$



Σχήμα 5. Ιξωδόμετρο Ostwald.

Για το υγρό αναφοράς η (27) γίνεται,

$$V = A \frac{\rho_o g h}{\eta_o} t_o \qquad (28)$$

Κατά συνέπεια το σχετικόν ιξώδες της οργανικής υγρής ουσίας σε κάθε θερμοκρασία μετρήσεως δίνεται από τη σχέση,

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_o} = \frac{\rho t}{\rho_o t_o} \qquad (29)$$

Η εξάρτηση του ιξώδους των υγρών από τη θερμοκρασία δίνεται από την ακόλουθη σχέση,

$$\eta = A\, e^{E_{vis}/RT} \quad \text{ή} \quad \ln\eta = A + \frac{E_{vis}}{RT} \qquad (30)$$

όπου A και E_{vis} είναι σταθερές. Η E_{vis} ονομάζεται ενέργεια ενεργοποιήσεως ροής.

Βιβλιογραφία

1. "Fundamentals of Statistical and Thermal Physics", F. Reif, International Student Edition, McGraw-Hill, 1985.
2. "Physical Chemistry", G.W. Castellan, Benjamin, Publ. Co., 3rd ed., 1983.
3. "Μαθήματα Φυσικοχημείας - Κινητική Θεωρία αερίων - Στατιστική Μηχανική", Α. Φαβρικάνου, Αθήνα, 1983.
4. "Laboratory Course in Physical Chemistry", H.W. Salzberg, J.I. Morrow and S.R. Cohen, Academic Press, 1966.