

Ιξώδες

Γενικά

Κατά την ροή ρευστού μέσα από αγωγό απαιτείται η άσκηση διαφοράς πίεσεως μεταξύ των άκρων του αγωγού για να υπερνικηθούν οι δυνάμεις συνοχής μεταξύ των μορίων του ρευστού. Το ιξώδες, το οποίο είναι μέτρο αυτής της τριβής, είναι η εντατική ιδιότητα του ρευστού η οποία χαρακτηρίζει την ροή. Όσο πιο μεγάλο το ιξώδες του ρευστού, τόσο πιο αργή η ροή για δεδομένη διαφορά πίεσεως.

Το ιξώδες ορίζεται από τη σχέση (1). Η ταχύτητα του ρευστού είναι μικρότερη καθώς πλησιάζει τα τοιχώματα του δοχείου και μηδενίζεται σε αυτά. Παρατηρείται, δηλαδή, βαθμίδα ταχύτητας κάθετα στην διεύθυνση z της κινήσεως του ρευστού. Αν δυο διαδοχικά στρώματα του ρευστού έχουν κοινή επιφάνεια A και βαθμίδα ταχύτητας $\frac{\partial v}{\partial x}$, ασκείται από το ένα στρώμα στο άλλο δύναμη:

$$F = \eta A \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1)$$

όπου η είναι το ιξώδες του ρευστού. Η σχέση (1) ονομάζεται νόμος του Poiseuille και γενικεύεται για όλες τις διευθύνσεις στο χώρο.

Η μονάδα του ιξώδους είναι $1 \text{ Pa s} = 1 \text{ N s m}^{-2} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, αλλά χρησιμοποιείται και η μονάδα poise με σχέση $1 \text{ poise} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1} = 0.1 \text{ Pa s}$.

Αν ο αγωγός είναι κυλινδρικός σωλήνας μήκους L και ακτίνας R , μπορεί να υπολογιστεί η παροχή του ρευστού (όγκος ρευστού ανά μονάδα χρόνου) για ορισμένη διαφορά πίεσεως στα άκρα του αγωγού Δp . Κατά την στρωτή ροή η δύναμη Poiseuille η οποία ασκείται σε ακτίνα r επάνω σε κυλινδρική επιφάνεια $A = 2\pi rL$ (2) εξισορροπείται από την διαφορά των πιέσεων η οποία ασκείται σε επιφάνεια πr^2 . Δηλαδή:

$$\eta 2\pi rL \frac{\partial v}{\partial r} = \Delta p \pi r^2 \quad (3)$$

Μετά από πράξεις καταλήγουμε στην εξίσωση Poiseuille:

$$\dot{V} \equiv \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L} \quad (4)$$

Στο ιξωδόμετρο τύπου Ostwald, το οποίο χρησιμοποιούμε σε αυτή την άσκηση, ως κινούσα δύναμη επενεργεί η υδροστατική πίεση της στήλης του μετρούμενου υγρού, δηλαδή $\Delta p = \rho g h$ (5), όπου ρ η πυκνότητα του υγρού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και h το ύψος της στήλης του υγρού. Μετρείται ο χρόνος t για την εκροή σταθερού όγκου του υγρού V . Από τη σχέση (4) έχουμε:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \rho g h}{8\eta L} \quad (6)$$

απ' όπου προκύπτει:

$$t = \frac{8LV}{\pi R^4 gh} \frac{\eta}{\rho} \quad (7)$$

ή απλούστερα:

$$t = C \frac{\eta}{\rho} \quad (8)$$

όπου η σταθερά C εξαρτάται μόνο από την κατασκευή του ιξωδομέτρου

$$C = \frac{8LV}{\pi R^4 gh} \quad (9)$$

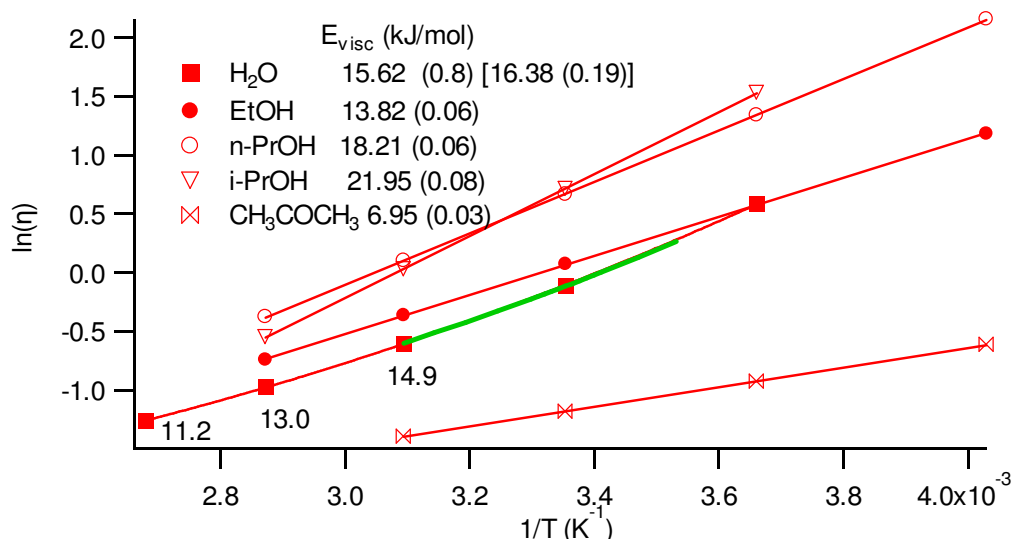
Μετρώντας το χρόνο ροής ενός πρότυπου υγρού, δηλαδή ενός του οποίου είναι γνωστά από τη βιβλιογραφία το ιξώδες και η πυκνότητα σε ορισμένη θερμοκρασία προσδιορίζουμε την σταθερά C. Κατόπιν αρκεί η μέτρηση του χρόνου ροής για το μετρούμενο υγρό για να προσδιοριστεί το ιξώδες του σε θερμοκρασία για την οποία γνωρίζουμε και την πυκνότητά του.

Από σειρά μετρήσεων του ιξώδους σε διάφορες θερμοκρασίες είναι δυνατό να βρούμε την εξάρτησή του από την θερμοκρασία. Η εξάρτηση αυτή ακολουθεί συνήθως την μορφή της εξίσωσης του Arrhenius:

$$\eta = Ae^{\frac{E_{vis}}{RT}} \quad (10)$$

όπου R η παγκόσμια σταθερά των ιδανικών αερίων και A και E_{vis} παράμετροι που εξαρτώνται από το μετρούμενο υγρό. Η E_{vis} ονομάζεται ενέργεια ενεργοποίησης ροής.

Παραδείγματα διαγραμμάτων Arrhenius με αριθμητικές τιμές για την ενέργεια ενεργοποίησης ροής δίνονται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 1: Διάγραμμα Arrhenius για νερό, αιθανόλη, προπανόλη-1, προπανόλη-2 και ακετόνη με δεδομένα της βιβλιογραφίας [CRC Handbook of Chemistry and Physics, 83rd Ed., 2002, p. 6-184-185]. Αναγράφονται οι τιμές της ενέργειας ενεργοποίησης ροής όπως υπολογίζονται από το διάγραμμα με τιμές αβεβαιότητας (τυπική απόκλιση) σε παρένθεση.

Οδηγίες εκτέλεσης

Από κάθε ομάδα λαμβάνονται 3-4 μετρήσεις χρόνου ροής με χρονόμετρο ακριβείας για νερό και για την (ίδια για τις 3 ομάδες) μετρούμενη ουσία σε μια θερμοκρασία. Κάθε ομάδα εκτελεί τις μετρήσεις σε διαφορετική θερμοκρασία και οι 3 θερμοκρασίες πρέπει να απέχουν 5 – 10 °C μεταξύ τους. Συμπληρώνεται πίνακας με τις θερμοκρασίες (θ), τις αντίστροφες απόλυτες θερμοκρασίες ($1/T$), τους μέσους χρόνους ροής (t), τις αντίστοιχες υπολογισμένες (από εξίσωση ή πίνακα) πυκνότητες της μετρούμενης ουσίας (ρ) και του ιξώδους (η) της ουσίας.

Επεξεργασία μετρήσεων

Κατασκευάζονται 2 διαγράμματα: α) $\eta = f(\theta)$, β) $\ln\eta = f(1/T)$. Από το πρώτο διάγραμμα πρέπει να είναι σαφής ποιοτικά η εξάρτηση του ιξώδους από την θερμοκρασία. Από το δεύτερο διάγραμμα προσδιορίζονται οι παράμετροι της εξίσωσης Arrhenius σύμφωνα με την (11) που αποτελεί την λογαριθμική έκφραση της (10).

$$\ln\eta = \ln A + \frac{E_{\text{vis}}}{RT} \quad (11)$$

Δίνονται τα αποτελέσματα για την ενέργεια ενεργοποίησης ροής (E_{vis}) και τον αντίστοιχο προεκθετικό συντελεστή της εξίσωσης Arrhenius (A) και υπολογίζεται το ιξώδες της ουσίας στους 20°C. Συγκρίνονται οι τιμές με την βιβλιογραφία.

Συμπληρώνετε τα πεδία της τελευταίας σελίδας. Για κάθε τύπο υπολογισμού δίνετε αναλυτικό παράδειγμα με εμφανείς τις επιμέρους πράξεις, τις μονάδες των φυσικών μεγεθών και σωστή χρήση των σημαντικών ψηφίων.

Πίνακας I. Πυκνότητα και ιξώδες του νερού σε διάφορες θερμοκρασίες

θ (°C)	ρ (g cm ⁻³)	η (mPa s)
0	0.9998426	1.793
10	0.9997021	1.3039
15	0.9991016	1.1374
20	0.9982063	1.0019
21	0.9979948	0.9764
22	0.9977730	0.9532
23	0.9975412	0.9310
24	0.9972994	0.9100
25	0.9970480	0.8903
26	0.9967870	0.8703

θ (°C)	ρ (g cm ⁻³)	η (mPa s)
27	0.9965166	0.8512
28	0.9962371	0.8328
29	0.9959486	0.8145
30	0.9956511	0.7973
35	0.9940359	0.7190
40	0.9922204	0.6526
45	0.99021	0.5972
50	0.98803	0.5468
60	0.98320	0.4665

Το ιξώδες (η) του νερού μπορεί να υπολογισθεί και από τον τύπο:

$$\ln \frac{\eta}{\eta_0} = a_0 + \frac{a_1}{T_0 + \theta} + \frac{a_2}{(T_0 + \theta)^2} \quad (12)$$

όπου $\eta_0 = 1$ mPa s, $T_0 = 273.15$ K, $a_0 = 0.09921$, $a_1 = -2161.2$ K, $a_2 = 6.2518 \times 10^5$ K²

Δίνεται η εξάρτηση της πυκνότητας (ρ) ή του όγκου (V) από τη θερμοκρασία (θ) για μερικές ενώσεις:

νερό:	$\rho(\theta) = [1.0000600 + 3.152 \times 10^{-5} \theta - 6.734 \times 10^{-6} \theta^2 + 2.616 \times 10^{-8} \theta^3]$ g cm ⁻³ για 18°C < θ < 40°C
μεθανόλη	$\rho(15^\circ\text{C}) = 0.79609$ g cm ⁻³ , για -38°C < θ < 70°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.0011855 \theta - 1.56493 \times 10^{-6} \theta^2 + 9.1113 \times 10^{-9} \theta^3$
αιθανόλη	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.7893$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 30°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.001101 \theta$
προπανόλη-1	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.804$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 94°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.0007743 \theta + 4.9689 \times 10^{-6} \theta^2 + 4.9689 \times 10^{-9} \theta^3$
προπανόλη-2	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.7854$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 83°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.00104345 \theta + 4.4303 \times 10^{-7} \theta^2 + 2.7274 \times 10^{-8} \theta^3$
βουτανόλη-1	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.80978$ g cm ⁻³ , για 6°C < θ < 108°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 8.3751 \times 10^{-4} \theta + 2.8634 \times 10^{-6} \theta^2 - 1.2415 \times 10^{-9} \theta^3$
βουτανόλη-2	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.806$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 20°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 9.40 \times 10^{-4} \theta$ για 20°C < θ < 30°C: $V(\theta)/V(20^\circ\text{C}) = 1 + 1.350 \times 10^{-3} \theta$
οξικός μεθυλεστέρας	$\rho(25^\circ\text{C}) = 0.9274$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 58°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.00134982 \theta + 8.7098 \times 10^{-7} \theta^2 + 3.5562 \times 10^{-8} \theta^3$
οξικός αιθυλεστέρας	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.901$ g cm ⁻³ , για -36°C < θ < 72°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.0012585 \theta + 2.95688 \times 10^{-6} \theta^2$
κυκλοεξάνιο	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.7791$ g cm ⁻³ , για 25°C < θ < 43°C: $\rho(\theta) = [0.79774 - 9.528 \times 10^{-4} \theta]$ g cm ⁻³
εξάνιο	για 0°C < θ < 69°C: $\rho(\theta) = [0.6769 - 8.486 \times 10^{-4} \theta - 1.084 \times 10^{-6} \theta^2 + 1.64 \times 10^{-10} \theta^3]$ g cm ⁻³
επτάνιο	$\rho(20^\circ\text{C}) = 0.683$ g cm ⁻³ , $\rho(40^\circ\text{C}) = 0.67$ g cm ⁻³
τολουόλιο	$\rho(20.89^\circ\text{C}) = 0.86035$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 90°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.001028 \theta + 1.779 \times 10^{-6} \theta^2$
χλωροφόρμιο	$\rho(25^\circ\text{C}) = 1.47940$ g cm ⁻³ , για 0°C < θ < 63°C: $V(\theta)/V(0^\circ\text{C}) = 1 + 0.00110715 \theta + 4.66473 \times 10^{-6} \theta^2 - 1.74328 \times 10^{-8} \theta^3$
τετραχλωράνθρακας	για 0°C < θ < 40°C: $\rho(\theta) = [1.63255 - 1.9110 \times 10^{-3} \theta - 6.90 \times 10^{-7} \theta^2]$ g cm ⁻³

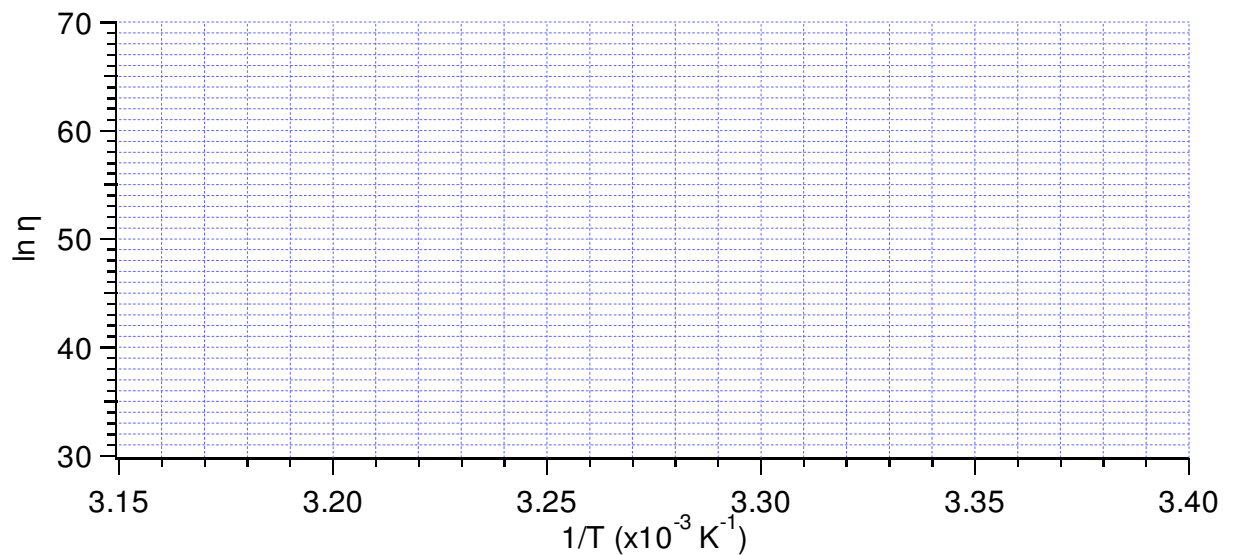
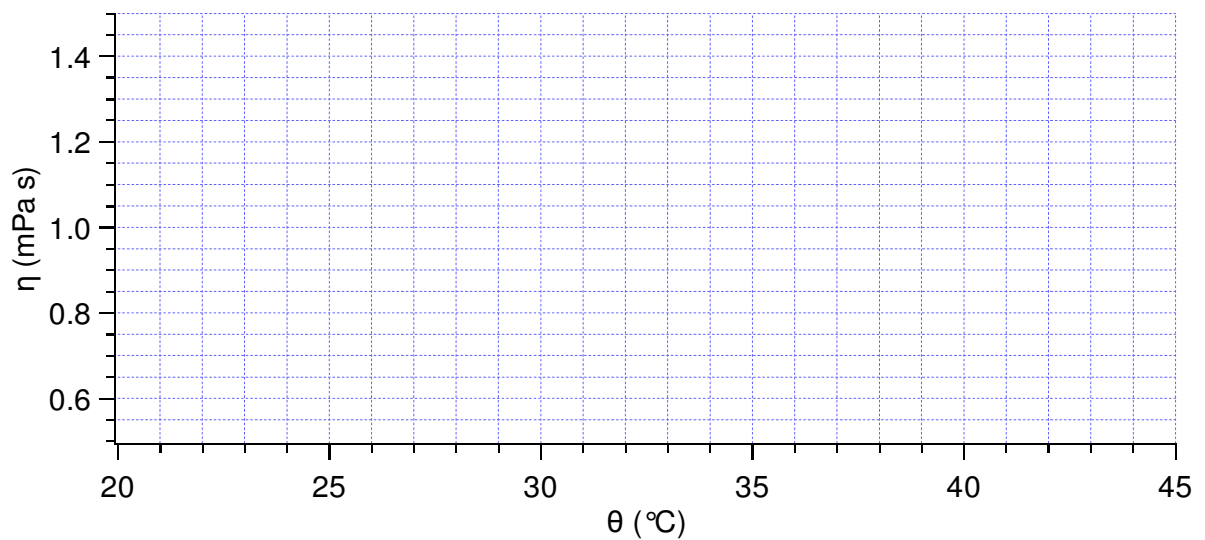
Θέμα Άσκησης:

H₂O

θ (°C)	η (mPa s)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$t_{\mu\epsilon\sigma\sigma}$ (s)	ρ (g/cm ³)	C

Χημική ένωση:

θ (°C)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	$t_{\mu\epsilon\sigma\sigma}$ (s)	ρ (g/cm ³)	η (mPa s)	$\ln \eta$	T (K)	T ⁻¹ (K ⁻¹)



κλίση =

E_{visc} =

A =

$\eta(20^\circ\text{C}) =$